

①

Möbius Transformations

$$\gamma = a_0 \beta z^{-1/3} x$$

$$b = a_0 \beta$$

$$\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{3\hbar}{4} \right)^{2/3}$$

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2}$$

$$n(z) = \frac{32}{a_0^3} z^2 \left(\frac{\phi(x)}{x} \right)^{3/2}$$

$$\sqrt{x} \phi'' = \phi^{3/2}(x)$$

$$\phi(0) = 1$$

$$\phi(\infty) = 0$$

$$f(\vec{r}) = \frac{\int d^3r n(\vec{r}) f(\vec{r})}{\int d^3r n(\vec{r})}$$

$$1) \langle r \rangle = \frac{\int d^3r n(\vec{r}) r}{\int d^3r n(\vec{r})} = \frac{\int 4\pi r^3 n(\vec{r}) dr}{\int 4\pi r^2 n(\vec{r}) dr} =$$

$$= \frac{\int_0^\infty x^3 \left(\frac{\phi(x)}{x} \right)^{3/2} dx}{\int_0^\infty x^2 \left(\frac{\phi(x)}{x} \right)^{3/2} dx} \cdot a_0 \beta z^{-1/3} \hat{=} a_0 z^{-1/3}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \int_0^\infty x^2 \left(\frac{\phi(x)}{x} \right)^{3/2} dx &= \int_0^\infty \frac{\phi'' x^2 dx}{x^{3/2}} = \int_0^\infty x \phi''(x) dx = \int_0^\infty x d\phi(x) = \\ &= \left[x \phi'(x) \right]_0^\infty - \int_0^\infty \phi'(x) dx = 0 - \phi(x) \Big|_0^\infty = 1 \end{aligned} \right.$$

$$2) \langle r^2 \rangle = a_0^2 z^{-2/3}$$

$$3) \langle r^n \rangle = \frac{\int d^3r n(\vec{r}) r^n}{\int d^3r n(\vec{r})} = \frac{\int_0^\infty 4\pi x^{n+2} \left(\frac{\phi(x)}{x} \right)^{3/2} dx}{\int_0^\infty 4\pi x^2 \left(\frac{\phi(x)}{x} \right)^{3/2} dx}$$

$$= a_0^n \beta^n z^{-n/3}$$

из гранич

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{\phi(x)}{x} \right)^{3/2} x^2 dx = \int_0^{\infty} \frac{\phi^3 x^2 dx}{x^{3/2}} = \int_0^{\infty} x \phi''(x) dx =$$

$$= \int_0^{\infty} x d\phi(x) = \overline{x \phi'(x)} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \phi'(x) dx = 0 - \phi(x) \Big|_0^{\infty} = 1$$

из гранич.

$$\int_0^{\infty} x^{n+2} \left(\frac{\phi(x)}{x} \right)^{3/2} dx = F(\infty) - F(0)$$

$$F(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^{n+2-3/2+1 > 0}$$

$$x^{n+3/2 > 0}$$

$$n > -3/2$$

$$F(x) \underset{x \rightarrow \infty}{\sim} x^{n+2-3/2-9/2+1 < 0}$$

$$n < 3$$

первое граничное условие с атомом

$$z_1 = ze$$

$$z_2 = -e$$

$$E_{en} = -e\phi = -e \frac{ze}{r} = -\frac{ze^2}{r}$$

$$\langle f(\vec{r}) \rangle = \frac{\int d^3r n(\vec{r}) f(\vec{r})}{\int d^3r n(\vec{r})}$$

$$\langle r^n \rangle \sim a^n e^{-n/3}$$

$$\langle E_{en} \rangle = \langle -e\phi \rangle = -e \langle \frac{ze}{r} \rangle = \langle -\frac{ze^2}{r} \rangle \sim$$

$$\sim \frac{ze^2}{a_0} z^{1/3} = \frac{z^{4/3} e^2}{a_0} = \frac{z^{4/3} e^4 m}{\hbar^2} = \sqrt{\frac{me^4 z^{4/3}}{\hbar^2}} \quad a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$$

(2)

$$\langle \frac{1}{r} \rangle = a_0^{-1} z^{1/3}$$

Найти среднее значение кинет. энергии части
 $\vec{e}$ и нейтрона в атоме. и вычислить импульс.
 по теореме Вирсала: $\langle T \rangle, \langle U \rangle$

$$0 = \langle \psi_n | [\hat{H}, \hat{F}] | \psi_n \rangle = \langle \psi_n | \hat{H}\hat{F} - \hat{F}\hat{H} | \psi_n \rangle =$$

$$= \langle \psi_n | \hat{H}\hat{F} | \psi_n \rangle - \langle \psi_n | \hat{F}\hat{H} | \psi_n \rangle = \sum_l \langle \psi_n | \hat{H} | \psi_l \rangle \cdot$$

$\hat{I} = \sum_l |\psi_l\rangle \langle \psi_l|$

$\underbrace{E_l \psi_l}_{E_l \psi_l} \underbrace{\langle \psi_n | \psi_l \rangle}_{\delta_{nl}}$

$$\cdot \langle \psi_l | \hat{F} | \psi_n \rangle - E_n \langle \psi_n | \hat{F} | \psi_n \rangle \equiv$$

$$\equiv E_n \langle \psi_n | \hat{F} | \psi_n \rangle - E_n \langle \psi_n | \hat{F} | \psi_n \rangle = 0$$

$$\sum_n \langle \psi_n | [\hat{H}, \hat{F}] | \psi_n \rangle = \langle [\hat{H}, \hat{F}] \rangle = 0$$

$$\hat{F} = \vec{r} \hat{p} \quad \langle [\hat{H}, \vec{r} \hat{p}] \rangle = 0$$

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{U}$$

$$[\hat{H}, \vec{r} \hat{p}] = \underbrace{[\frac{\hat{p}^2}{2m}, \vec{r} \hat{p}]}_1 + \underbrace{[\hat{U}, \vec{r} \hat{p}]}_2$$

$$1) [\hat{p}^2, \vec{r} \hat{p}] = [\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2, x\hat{p}_x + y\hat{p}_y + z\hat{p}_z] =$$

$$= \hat{p}_x^2 (x\hat{p}_x + y\hat{p}_y + z\hat{p}_z) - (x\hat{p}_x + y\hat{p}_y + z\hat{p}_z) \hat{p}_x^2 = [\hat{p}_x^2, x\hat{p}_x]$$

$$[\hat{p}_x, x] = p_x x \psi(x) - x p_x \psi(x) = -i\hbar \left[\psi(x) + x \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} \right] - x \frac{\partial \psi}{\partial x} =$$

Метод Вирсала - Вермун

3

(4)

$$= [-i\hbar \psi(x)]$$

$$\hat{p}_x^2 \hat{x} \hat{p}_x - \hat{x} \hat{p}_x \hat{p}_x^2 = \hat{p}_x \underbrace{\hat{p}_x \hat{x} \hat{p}_x}_{\hat{x} \hat{p}_x = -i\hbar} - \hat{x} \hat{p}_x^3 = \underbrace{\hat{p}_x \hat{x} \hat{p}_x^2}_{\hat{x} \hat{p}_x = -i\hbar} - i\hbar \hat{p}_x^2 - \hat{x} \hat{p}_x^3 =$$

$$= \hat{x} \hat{p}_x^3 - i\hbar \hat{p}_x^2 - i\hbar \hat{p}_x^2 - \hat{x} \hat{p}_x^3 = \boxed{-2i\hbar \hat{p}_x^2}$$

$$\underbrace{\langle -\frac{ze^2}{r} \rangle}_{\langle U \rangle} - 2 \underbrace{\langle \frac{p^2}{2m} \rangle}_{2 \langle T \rangle} = 0$$

$$\uparrow \quad \times$$

$$\langle U \rangle = 2 \langle T \rangle$$

$$\langle -\frac{ze^2}{r} \rangle - 2 \langle \frac{p^2}{2m} \rangle = 0 \quad k = -1$$

$$\langle U \rangle = 2 \langle T \rangle$$

$$\langle \frac{1}{r} \rangle = a_0^{-1} z^{1/3}$$

$$\frac{1}{2} \langle U \rangle = \langle T \rangle$$

$$\langle T \rangle = \frac{ze^2}{2} \langle \frac{1}{r} \rangle = \frac{ze^2}{2} \cdot a_0^{-1} z^{1/3} = \boxed{\frac{z^{4/3} e^2}{2a_0}}$$

$$\langle U \rangle = -2 \langle T \rangle$$

$$\langle U \rangle = -2 \langle \frac{p^2}{2m} \rangle$$

$$\langle \frac{p^2}{2m} \rangle = \frac{z^{4/3} e^2}{2a_0} \Rightarrow$$

$$\langle p^2 \rangle = \frac{2m \cdot z^{4/3} e^2}{2a_0}$$

$$\left\{ a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} \right\} =$$

$$= \frac{m \cdot z^{4/3} e^2}{\hbar^2} \cdot me^2 = \boxed{\frac{m^2 e^4 z^{4/3}}{\hbar^2}}$$

$$\langle p^2 \rangle = \langle p \rangle \langle p \rangle = \frac{m^2 e^4 z^{4/3}}{\hbar^2} \Rightarrow \boxed{\langle p \rangle = \frac{me^2 z^{2/3}}{\hbar}}$$

< классический радиус > - ?

$$\langle L \rangle \sim \langle r \rangle \langle p \rangle$$

$$\langle L \rangle \approx a_0 z^{-1/3} \cdot \frac{me^2 z^{2/3}}{\hbar} = \frac{me^2 \cdot a_0}{\hbar} \cdot z^{1/3} =$$

$$\Rightarrow \left\{ a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} \right\} = \frac{me^2}{\hbar} \cdot \frac{\hbar^2}{me^2} \cdot z^{1/3} = \boxed{z^{1/3} \frac{\hbar}{m}} \quad \text{или} \quad \boxed{z^{1/3} \frac{\hbar}{m}}$$

< энергия ионизации > - ?

$$\langle E_{ion} \rangle \sim z \langle E_n \rangle \sim z \langle e^2 / r \rangle \sim$$

$$\sim \left\{ \langle \frac{1}{r} \rangle \approx a_0^{-1} z^{1/3} \right\} \sim z \cdot z \cdot e^2 \langle \frac{1}{r} \rangle =$$

$$= z^2 e^2 \cdot a_0^{-1} \cdot z^{1/3} = \boxed{\frac{e^2}{a_0} \cdot z^{7/3}}$$

< энергия взаимодействия с атомом > - ?

$$\langle E_{B3} \rangle \sim \langle r \rangle = \boxed{\frac{z^{1/3} e^3}{a_0}}$$

$$\langle g(\vec{r}, \vec{p}) \rangle = \frac{\int d^3r d^3p f_{\vec{p}}(\vec{r}) g(\vec{r}, \vec{p})}{\int d^3r d^3p f_{\vec{p}}(\vec{r})}$$

$$n(\vec{r}) = \int d^3p f_{\vec{p}}(\vec{r})$$

$$dN = 2 \cdot \frac{4\pi}{3} \frac{p_F^3(r)}{(2\pi\hbar)^3} dV$$

$$n(r) = \frac{dN}{dV} = \frac{p_F^3}{3\pi^2 \hbar^3}$$

$$f_{\vec{p}}(\vec{r}) = -\eta(p_F - p)$$

$$p_F = (3\pi^2 \hbar^3 n)^{1/3}$$

$$\int d^3r d^3p = z$$

$$\eta(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

5

Модуль Лавина - Дебрина

⑥

$$\langle p^n \rangle = \frac{\int d^3r \int^P dp \cdot 4\pi p^{2+n} \frac{3 \int d^3r p_F^{n+3}(r)}{(n+3) \int d^3r p_F^3(r)} =$$

$$\left\{ \begin{aligned} r &= x a_0 z^{-4/3} b^3 \\ n &= \frac{32\pi^2}{9} \frac{z^2}{a_0^3} \left(\frac{\Phi(x)}{x} \right)^{3/2} \end{aligned} \right\} = \frac{\frac{3}{n+3} \int_0^\infty x^2 dx (3\pi^2 h^3 n)^{\frac{n+3}{3}}}{\int_0^\infty x^2 dx (3\pi^2 h^3 n)} =$$

$$= \frac{3}{n+3} (3\pi^2 h^3 n)^{n/3} \frac{\int_0^\infty x^2 dx \left(\frac{32}{9\pi^2} \frac{z^2}{a_0^3} \left(\frac{\Phi(x)}{x} \right)^{3/2} \right)^{\frac{n+3}{3}}}{\int_0^\infty x^2 dx \frac{32}{9\pi^2} \frac{z^2}{a_0^3} \left(\frac{\Phi(x)}{x} \right)^{3/2}} =$$

$$= \frac{3}{n+3} (3\pi^2 h^3 n)^{n/3} \left(\frac{32 z^2}{9\pi^2 a_0^3} \right)^{n/3} \frac{\int_0^\infty x^2 dx \left(\frac{\Phi(x)}{x} \right)^{n/2 + 3/2}}{\int_0^\infty x^2 dx \left(\frac{\Phi(x)}{x} \right)^{3/2}} = *$$

$$\left\{ \begin{aligned} \int_0^\infty x^2 dx \left(\frac{\Phi(x)}{x} \right)^{3/2} &= \int_0^\infty \frac{\Phi^{3/2} x^2 dx}{x^{3/2}} = \int_0^\infty x \Phi^{3/2}(x) dx = \int_0^\infty x d\Phi(x) \\ &= x \Phi^{3/2}(x) \Big|_0^\infty - \int_0^\infty \Phi^{3/2}(x) dx = 0 - \Phi^{3/2} \Big|_0^\infty = 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{n+3} \left(\frac{32 h^3 z^{2/3}}{a_0} \right)^n \cdot (*) \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{aligned} (*) &= \int_0^\infty x^2 dx \left(\frac{\Phi(x)}{x} \right)^{3/2 + n/2} = F(x) \Big|_0^\infty \\ F(x) &\underset{x \rightarrow \infty}{\sim} x^{(2 - 4(n/2 + 3/2) + 1) \leq 0} \\ -2n - 3 &\leq 0 \quad n \geq -3/2 \end{aligned} \right\}$$

$$F(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^{(2 - (n/2 + 3/2) + 1) > 0} \Rightarrow n < 3$$

$$\langle p \rangle = \frac{h z^{2/3}}{a_0}$$

$$\langle p^2 \rangle \sim \langle p \rangle^2$$

Z, Element	L	S	J	Term
1. H	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$^2S_{1/2}$
2. He	0	0	0	1S_0
3. Li	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$^2S_{1/2}$
4. Be	0	0	0	1S_0
5. B	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$^2P_{1/2}$
6. C	1	1	0	3P_0
7. N	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$^4S_{3/2}$
8. O	1	1	2	3P_2
9. F	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$^2P_{3/2}$
10. Ne	0	0	0	1S_0
11. Na	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$^2S_{1/2}$
12. Mg	0	0	0	1S_0
13. Al	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$^2P_{1/2}$
14. Si	1	1	0	3P_0
15. P	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$^4S_{3/2}$
16. S	1	1	2	3P_2
17. Cl	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$^2P_{3/2}$
18. Ar	0	0	0	1S_0
19. K	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$^2S_{1/2}$

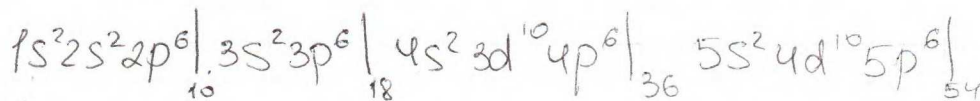
Term

Z, Element	L	S	J	Term
20. Ca	0	0	0	$1S_0$
21. Sc	2	$1/2$	$3/2$	$2D_{3/2}$
22. Ti	3	1	2	$3F_2$
23. V	3	$3/2$	$3/2$	$4F_{3/2}$
<u>24. Cr</u>	0	$5/2 + 1/2$	$5/2 + 1/2$	$7S_3$
25. Mn	0	$5/2$	$5/2$	$6S_{5/2}$
26. Fe	2	2	4	$5D_4$
27. Co	3	$3/2$	$9/2$	$4F_{9/2}$
28. Ni	3	1	4	$3F_4$
<u>29. Cu</u>	0	$1/2$	$1/2$	$2S_{1/2}$
30. Zn	0	0	0	$1S_0$
31. Ga	1	$1/2$	$1/2$	$2P_{1/2}$
32. Ge	1	1	0	$3P_0$
33. As	0	$3/2$	$3/2$	$4S_{3/2}$
34. Se	1	1	2	$3P_2$
35. Br	1	$1/2$	$3/2$	$2P_{3/2}$
36. Kr	0	0	0	$1S_0$

<u>Z, element</u>	<u>L</u>	<u>S</u>	<u>J</u>	<u>Term</u>
20. Ca	0	0	0	$1S_0$
21. Sc	2	$1/2$	$3/2$	$2D_{3/2}$
22. Ti	3	1	2	$3F_2$
23. V	3	$3/2$	$3/2$	$4F_{3/2}$
<u>24. Cr</u>	0	$5/2 + 1/2$	$5/2 + 1/2$	$7S_3$
25. Mn	0	$5/2$	$5/2$	$6S_{5/2}$
26. Fe	2	2	4	$5D_4$
27. Co	3	$3/2$	$9/2$	$4F_{9/2}$
28. Ni	3	1	4	$3F_4$
<u>29. Cu</u>	0	$1/2$	$1/2$	$2S_{1/2}$
30. Zn	0	0	0	$1S_0$
31. Ga	1	$1/2$	$1/2$	$2P_{1/2}$
32. Ge	1	1	0	$3P_0$
33. As	0	$3/2$	$3/2$	$4S_{3/2}$
34. Se	1	1	2	$3P_2$
35. Br	1	$1/2$	$3/2$	$2P_{3/2}$
36. Kr	0	0	0	$1S_0$

$$2S+1$$

$$L_j$$



исключение

24, 29, 41, 42, 44, 45, 46, 47, 57, 58, 64, 78, 79, 89, 90, 91, 92

$$J = |L - S|$$

подоболожка заполнена меньше, чем на половину

$$J = L + S$$

подоболожка заполнена более или точно на половину

точно на половину $L = 0$.

Z	Term	Z	Term	Z	Term	Z	Term
1	$^2S_{1/2}$	11	$^2S_{1/2}$	21	$^2D_{3/2}$	31	$^2P_{1/2}$
2	1S_0	12	1S_0	22	3F_2	32	3P_0
3	$^2S_{1/2}$	13	$^2P_{1/2}$	23	$^4F_{3/2}$	33	$^4S_{3/2}$
4	1S_0	14	3P_0	24	7S_3	34	3P_2
5	$^2P_{1/2}$	15	$^4S_{3/2}$	25	$^6S_{5/2}$	35	$^2P_{3/2}$
6	3P_0	16	3P_2	26	5D_4	36	1S_0
7	$^4S_{3/2}$	17	$^2P_{1/2}$	27	$^4F_{9/2}$		
8	3P_2	18	1S_0	28	3F_4		
9	$^2P_{3/2}$	19	$^2S_{1/2}$	29	$^2S_{1/2}$		
10	1S_0	20	1S_0	30	1S_0		

Терма

(1)

2

11.19(a), 1d

Найти возможные термы возбужденных состояний атома с микроп. конфигурацией сверхядр. атомов $n \neq n'$

a) $ns n'p$ б) $np n'p$ в) $np n'd$

$$\langle r^n \rangle = \int r^n \psi(r) d^3r$$

a) $ns n'p$ $n \neq n'$

$$L_1 = 0 \quad L_2 = 1 \quad L = L_1 + L_2 \quad L = 1$$

$$S_1 = 1/2 \quad S_2 = 1/2 \quad S = S_1 + S_2 \quad S = [0, 1]$$

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad |L-S| < J < |L+S|$$

$$J = 1 \quad \text{coef. если } L=1, S=0$$

$$J = 0, 1, 2$$

$$\text{для } L=1, S=0; L=1, S=1 \quad L = \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ S & P & D & F \end{matrix}$$

$$1p_1 \quad 3p_{0,1,2}$$

$n=1$ $L=0, \dots, n-1$

$$L=0 \quad E_{n,L} (2L+1)(2S+1) \quad 1S_2$$

H $z=1$ $1s$ $L=0$ $S=1/2$ $J=1/2$ $2S_{1/2}$

He $z=2$ $1s^2$ $L=0$ $S=0, 1$ $J=0, 1 \Rightarrow 1S_0, 3S_1$

$n=2$ $1s^2 2s$ $S=1/2, L=0$ $2S_{1/2}$

Li $1s^2$ $2s^2 2p^6$ $2(L+1)^2 = 6$

$2+6$ $3s^2 3p^6 3d^{10} = (2L+1)^2 = 10$

$(4S^2)$

#11.19(б) $n \neq n'$

б) $npn'p$

$$L=1; S=\frac{1}{2} \quad L_2=1; S_2=\frac{1}{2}$$

$$S=S_1+S_2 \quad [0,1]$$

$$L=L_1+L_2 \quad [0,1,2]$$

$$|L-S| < J \leq |L+S|$$

$$L=0; S=0; J=0 \Rightarrow$$

1S_0

$$L=0 \quad S=1 \quad J=1 \Rightarrow$$

3S_1

$$L=1 \quad S=0 \quad J=1 \Rightarrow$$

1P_1

$$L=1 \quad S=1 \quad J=2$$

$^3P_{2,0,1}$

$$L=1 \quad S=2 \quad J=3$$

3P_3

$$L=0 \quad S=2 \quad J=2$$

5S_2

$$L=2, S=0 \quad J=0,1,2$$

$$S=1 \quad J=1,2,3$$

сост-ие с наим. энергией (с наим. L) $^3D_{1,2,3}$

#11.20 (а) Найти возможные термы атома со спек. электр. конфигурацией np^2 сверх замкнутой оболочки

$a)/(np)^2$

	$m=+1$	$m=0$	$m=-1$
$S_z = +\frac{1}{2}$			
$S_z = -\frac{1}{2}$			

Согл. правилу Паули, в каждой из ячеек может находиться не более одной e^- . Всего квант. вариантов равно

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 4!} = 15$$

3

19/04/2022

④

(1,1) ✓	(2,0) ✓	(1,-1) ✓
(0,1) ✓	(1,0) ✓✓	(0,-1) ✓
(-1,1) ✓	(0,0) ✓✓✓	(-1,-1) ✓
	(-1,0) ✓✓	
	(-2,0) ✓	

Ищем терм с состоянием с max моментом, и при этом с max спином.

Рассм. Сост. ~~(2,0)~~ : терм 1D Этой терму соотв. 5 состояний

(2,0) (~~1,0~~) (0,0) (-1,0) (-2,0)

Рассм. сост. (1,1) : терм 3P Этой терму соотв. 9 сост. с $m = -1, 0, +1$ и $S_z = -1, \pm 1$

Остается только (0,0) : терм 1S

Для системы из 2х эквивал. p-электронов в, верны терм $[^1D; ^3P; ^1S]$

11.25 / Каково число различных независимых состояний (термов) атома, отвечающих экстр. конфигурации nl^k сверхзаполн. сост.
Для первого l , число возможных ~~атомных~~ состояний ~~атомных~~ nl^k равно $2/(2l+1)$

Для k -электронов это число кажется равным

$$N = C_{2/(2l+1)}^k = \frac{[2/(2l+1)]!}{k! (2/(2l+1) - k)!}$$

#11.20(6)

а) $(np)^3$

	$m=1$	$m=0$	$m=-1/2$
$S_z = +1/2$			
$S_z = -1/2$			

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20$$

$$(0, 3/2) \quad \left\{ \begin{matrix} (2, 1/2) \\ (1, 1/2) \\ (0, 1/2) \\ (-1, 1/2) \\ (-2, 1/2) \end{matrix} \right\} \quad \left\{ \begin{matrix} (2, -1/2) \\ (1, -1/2) \\ (0, -1/2) \\ (-1, -1/2) \\ (-2, -1/2) \end{matrix} \right\} \quad (0, -3/2)$$

Сост. $(2, 1/2)$ терм 2D — 10 сост.Сост. $(1, 1/2)$ терм 2P — 6 сост.Сост. $(0, 3/2)$ терм 4S — 4 сост.Для сист. из 3 эквивал. элект. вращений терм 2D ; 2P , 4S .б) $(np)^4$ 6 м.о. ячеек. 4 еСформулируем $(np)^4$ сост. терм, составленные из $(np)^2$

$$C_6^4 = 15 \quad \begin{matrix} (-2, 0) \\ (1, 1) \\ (0, 1) \\ (-1, 1) \\ (2, 0) \end{matrix} \quad \begin{matrix} (-1, 0) \\ (0, 0) \\ (1, 0) \\ (-1, -1) \\ (2, 0) \end{matrix} \quad \begin{matrix} (1, -1) \\ (0, -1) \\ (-1, -1) \end{matrix}$$

Сост. $(2, 0)$ терм 1D — 5 сост.
 Сост. $(1, 1)$ терм 3P — 9 сост.
 Сост. $(0, 0)$ терм 1S

Для сист. из 4 эквивал. p-е 1D , 3P , 1S

(5)

Решено

6)

11.22 Каково четность атомных термов, имеющих электрон. конфигур. сверхзаполнен оболочек.

а) ns^k б) np^k в) nd^k г) $np^k nd^i$

Четность определяется только орбит. моментом: четность одной частицы равна

$$I = (-1)^L$$

Четность системы частиц равна произведению четностей частей, ее составляющих. поэтому

1) ns^k $I = ((-1)^0)^k = 1^k = 1$

2) np^k $I = ((-1)^1)^k = (-1)^k$

3) nd^k $I = ((-1)^2)^k = 1^k = 1$

г) $np^k nd^i$ $I = ((-1)^1)^k ((-1)^2)^i = (-1)^k \cdot 1^i = (-1)^k$

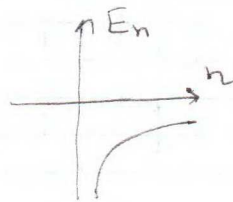
11.21 Rlrl-пад. расч б/р

2e $R''(r) + \frac{2}{r} R'(r) + \frac{2M}{\hbar^2} (E - U_{eff}) R = 0$

$U_{eff} = -\frac{Ze^2}{r} + \hbar^2 l(l+1) / 2\mu r^2$

$\mu = \frac{m_e m_e}{m_e + m_e} \approx m_e$

$E_n = \frac{-M Z^2 e^4}{2 \hbar^2 n^2} = -\frac{E_1}{n^2}$



$n \geq l+1$

$0 \leq l \leq n-1$ $(2s+1)(2l+1)$

$n=1$ $L=0$ $S_z = \pm 1/2$ $1s^2$

$n=2$ $L=0,1$ $2s^2 2p^6$

$n=3$ $L=0,1,2$ $3s^2 3p^6$

#11.23 Указать главные квант. вершины для
электронной конфигурации $n\ell^2$

(7)

В/Ф может быть разделена на координатную
и спиновую части, если пренебречь релее-
тисовскими эффектами, и в отсутствие внешних
полей.

$$\Psi(x_1, x_2) = \varphi(r_1, r_2) \chi(s_1, s_2).$$

В сфер. системе отсчета, коорд. часть =

$$\varphi(r_1, r_2) = R(r) Y(\theta, \varphi)$$

принимая угловую часть (сфер. ф-не Лемана)
пропорц. $P_L^m(\cos \theta) e^{im\varphi}$

$$\theta \rightarrow \pi - \theta \quad \varphi \rightarrow \varphi + \pi$$

$\Downarrow$

$$\cos \theta \rightarrow \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \quad e^{im\varphi} \rightarrow e^{im(\varphi + \pi)} = (-1)^m e^{im\varphi}$$

Из свойств принципа наименьшего Лемана
следует:

$$P_L^m(-\cos \theta) = (-1)^{L-m} P_L^m(\cos \theta)$$

То. перемени местами двух $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ дает:

$$R(r) Y(\theta, \varphi) \rightarrow R(r) (-1)^{L-m} (-1)^m Y(\theta, \varphi) = (-1)^L R(r) Y(\theta, \varphi)$$

$$\text{или } \varphi \rightarrow (-1)^L \varphi \quad I = (-1)^L \text{ — это есть собственн.}$$

Смен. ф-не смен. при $S=1$ ($\uparrow\uparrow$) и антисим. при $S=0$ ($\uparrow\downarrow$)

$$S=1 \Rightarrow L = 2L-1; 2L-3 \dots 1$$

$$S=0 \Rightarrow L = 2L, 2L-2 \dots 0$$

#11.24 Каковы мультиплетность $2S+1$ и наименьший орбит. момент L основного сост. атома с экстр. конфигурацией $n l^k$ сверхзаполн. оболочек?

Видим, случай, когда оболочка заполн. меньше, чем $2l+1$

$$S_{\max} = S_{z\max} = \frac{k}{2}$$

$$L_{\max} = (L_z)_{\max} = l + (l-1) + (l-2) + \dots + (l-k+1)$$

$$\sum_{i=j}^m i = \frac{1}{2}(m+j)(m-j+1)$$

$$L_{\max} = (L_z)_{\max} = l + (l-1) + (l-2) + \dots + (l-k+1)$$

$$L_{\max} = (L_z)_{\max} = \sum_{i=j}^m i = \frac{1}{2}(l + (l-k+1))(l - (l-k+1) + 1) = \frac{k}{2}(2l-k+1)$$

$$J = |L_{\max} - S_{\max}| = \left| \frac{k}{2}(2l-k+1) - \frac{k}{2} \right| = \left| \frac{k}{2}(2l-k+1-1) \right| = \left| \frac{k}{2}(2l-k) \right|$$

Сост. заполн. больше, чем $2l+1$, во внешнем ряду число $= k - (2l+1)$ спин опред. квантом оборот.

$$S_{\max} = S_{z\max} = \frac{1}{2}[2l+1 - (k - (2l+1))] = \frac{1}{2}[2(2l+1) - k]$$

т.е. эквивалентен спину $[2(2l+1) - k]$ электронов

Орбит. мом. = орбит. моменту $\bar{e}$, число коб. равно

$$k_{\text{eff}} = k - (2l+1) = k - 2l - 1$$

$$L_{\max} = \sum_{i=l-k+1}^l i = \frac{k_{\text{eff}}}{2}(2l - k_{\text{eff}} + 1) = \frac{(k - 2l - 1)/2}{2}(2l - (k - 2l - 1) + 1)$$

$$= \frac{1}{2}(k - 2l - 1)(2(2l+1) - k); \quad \text{То же самое и при } k_{\text{eff}} = 2(2l+1) - k$$

$$L_{\max} = \sum_{i=l-k+1}^l i = \frac{k_{\text{eff}}}{2}(2l - k_{\text{eff}} + 1) = \frac{(2(2l+1) - k)}{2}(2l - (2(2l+1) - k) + 1) = \frac{1}{2}(2(2l+1) - k)(k - 2l - 1)$$

$$J_{\max} = L_{\max} + S_{\max} = \frac{1}{2}(k - 2l - 1)(2(2l+1) - k) + \frac{1}{2}(2(2l+1) - k) = \frac{1}{2}(2(2l+1) - k)(k - 2l)$$

$Z=25$ Mn	$3s^2 3p^6 4s^2 3d^5$	$S=5/2$	$L=0$	$J=5/2$	$^6S_{5/2}$
$Z=26$ Fe	$3s^2 3p^6 4s^2 3d^6$	$S=2$	$L=2$	$J=4$	5D_4
$Z=27$ Co	$3s^2 3p^6 4s^2 3d^7$	$S=3/2$	$L=3$	$J=9/2$	$^4F_{9/2}$
$Z=28$ Ni	$3s^2 3p^6 4s^2 3d^8$	$S=1$	$L=3$	$J=4$	3F_4
$Z=29$ Cu	$3s^2 3p^6 4s^1 3d^{10}$	$S=1/2$	$L=0$	$J=1/2$	$^2S_{1/2}$
$Z=30$ Zn	$3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10}$	$S=0$	$L=0$	$J=0$	1S_0
$Z=31$ Ga	$3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^1$	$S=1/2$	$L=1$	$J=1/2$	$^2P_{1/2}$
$Z=32$ Ge	$3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^2$	$S=1$	$L=1$	$J=0$	3P_0
$Z=33$ As	$4p^3$	$S=3/2$	$L=0$	$J=3/2$	$^4S_{3/2}$
$Z=34$ Se	$4p^4$	$S=1$	$L=1$	$J=2$	3P_2
$Z=35$ Br	$4p^5$	$S=1/2$	$L=1$	$J=3/2$	$^2P_{3/2}$
$Z=36$ Kr	$4p^6$	$S=0$	$L=0$	$J=0$	1S_0

Борновское приближение
волновая функция $\Psi = e^{ikz} + \frac{f(\vec{r})}{r} e^{i\vec{k}\vec{r}}$

17.10.
2012

(3)

уравнение Шредингера $\nabla^2 \Psi + k^2 \Psi = \frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{r}) \Psi(\vec{r})$

$$\Psi = \Psi^{(0)} + \Psi^{(1)}$$

интервал
волна

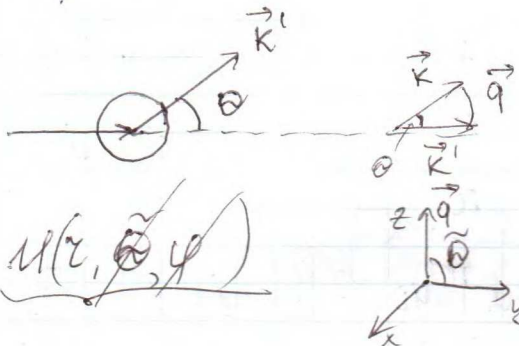
← пропорционально-расходящаяся волна

$$\Delta \Psi^{(0)} + \Psi^{(0)} k^2 = 0; \quad \Psi^{(0)} = e^{\pm i\vec{k}\vec{r}}$$

$$f(\vec{q}) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int u(\vec{r}) e^{i\vec{q}\vec{r}} d^3r$$

гра
распадения

$d\vec{r} r^2 \sin \tilde{\theta} d\varphi d\tilde{\theta}$
↑
переменные
интегрирования



$$\vec{k} = \vec{k}'$$

$$\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$$

$$q = 2k \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{k^2 \hbar^2}{2m} = E$$

распаде. Такие значения

$$\begin{aligned} f(\vec{q}) &= -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int_0^\infty r^2 dr \int_0^\pi d\tilde{\theta} \sin \tilde{\theta} \left(\int_0^{2\pi} d\varphi \right) e^{i\vec{q}\vec{r}} u(r) = \\ &= + \frac{m}{\hbar^2} \int_0^\infty r^2 dr u(r) \int_0^\pi d\cos \tilde{\theta} \cdot e^{iqr \cos \tilde{\theta}} \cdot \frac{1}{iqr} = \\ &= \frac{m}{\hbar^2} \int_0^\infty r^2 dr u(r) e^{iqr \cos \tilde{\theta}} \Big|_0^\pi = -\frac{mi}{\hbar^2 q} \int_0^\infty dr r u(r). \end{aligned}$$

Тогда
Sin

$$\frac{e^{-iqr} - e^{iqr}}{2i} 2i = \frac{2m}{\hbar^2 q} \int_0^\infty dr r u(r) \sin qr = f(q).$$

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$q = 2k \sin \frac{\theta}{2}$$

$$G = \int dG = |f|^2 d\Omega$$

направление распада

$$\#13.4(a)$$

$$u(r) = \delta(r-R)$$

$$f(q) = -\frac{2m}{\hbar^2 q} \int_0^\infty dr r \delta(r-R) \sin qr = -\frac{2mR}{\hbar^2 q}.$$

$$\cdot R \sin q R; \left\{ \int dx f(x) \delta(x-a) = f(a) \right\}$$

$$G(E) = \int - \frac{4m^2 L^2 R^2}{\hbar^4 q^2} \sin q R \, dq \cdot d\theta \sin \theta =$$

$$= \frac{8m^2 L^2 R^2}{\hbar^4} \int \frac{\sin^2 2k \sin \frac{\theta}{2} R}{4k^2 \sin^2 \theta/2} \rightarrow \frac{2 \sin \frac{\theta}{2}}{4} \left(\cos \frac{\theta}{2} \frac{d\theta}{2} \frac{2kR}{2kR} \right)$$

$$2kR = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E R^2}$$

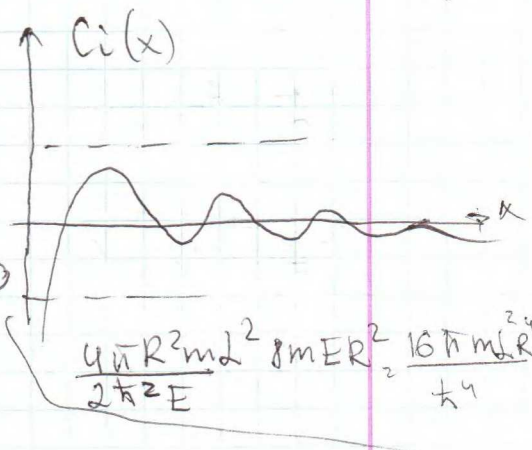
$$\left\{ 2kR \sin \frac{\theta}{2} = x \right\} = \frac{R^2 8m^2 L^2 \pi}{k^2 \hbar^4} \int_0^{2kR} dx \frac{\sin^2 x}{x} \left\{ E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right\} =$$

$$= \frac{4\pi R^2 m L^2}{\hbar^2 E} \int_0^{\sqrt{\frac{8mER^2}{\hbar^2}}} dx \frac{\sin^2 x}{x}$$

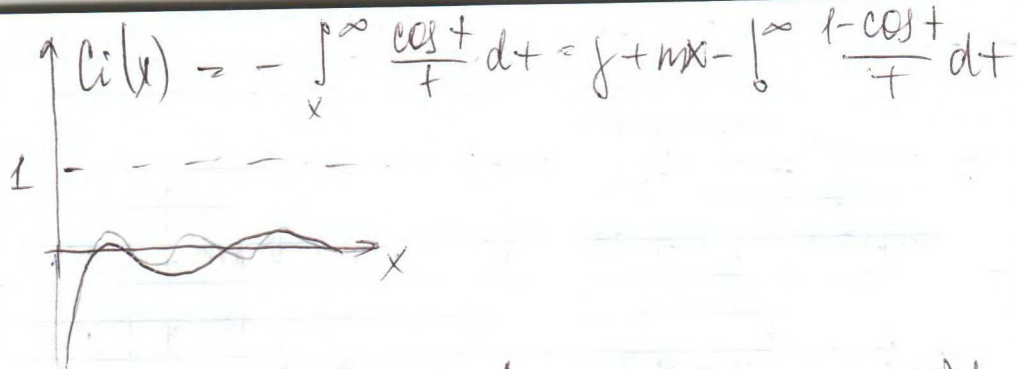
$$G(E) \xrightarrow{E \rightarrow \infty} \frac{8\pi L^2 \pi R^2}{E \hbar^2} \int_0^{\sqrt{\frac{8mER^2}{\hbar^2}}} \frac{1 - \cos 2x}{2x} dx \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \frac{2\pi L^2 m R^2}{E \hbar^2} \left(\gamma + \ln x - \text{Ci}(x) \right) \Big|_{x \rightarrow \infty} =$$

$$= \frac{2\pi L^2 m R^2}{E \hbar^2} \Big|_m \frac{8m E e^2}{\hbar^3}$$



$$\frac{4\pi R^2 m L^2}{2\hbar^2 E} \frac{8m E R^2}{2} \frac{16\pi m L^2 R^4}{\hbar^4}$$



$$G(E) = \frac{2\pi L^2 m R^2}{E \hbar^2} \left(\gamma + \ln x - \text{Ci}(x) \right) \Big|_{x \rightarrow \infty}$$

"0.57 - not. Ampe"

#3.4(a)

$$= \frac{2\pi L^2 m R^2}{E \hbar^2} \ln(8mER^2/\hbar^2)$$

#3.4(b)

$$U(r) = U_0 e^{-r/R}$$

$$f(q) = - \frac{2mU_0}{q\hbar^2} \int_0^\infty r \sin qr e^{-r/R} dr =$$

Im $\int_0^\infty \cos qr e^{-r/R} dr$

$$= - \frac{2mU_0}{q\hbar^2} \int_0^\infty r \operatorname{Im} e^{iqr - r/R} dr = - \frac{2mU_0}{q\hbar^2} \frac{d}{dq} \int_0^\infty \cos qr e^{-r/R} dr$$

$$= - \frac{2mU_0}{q\hbar^2} \frac{d}{dq} \int_0^\infty \cos qr e^{-r/R} dr = - \frac{2mU_0}{q\hbar^2} \cdot$$

$$\frac{d}{dq} \operatorname{Re} \int_0^\infty e^{iqr - r/R} dr = + \frac{2mU_0}{q\hbar^2} \frac{d}{dq} \operatorname{Re} \left(\frac{1}{iq - \frac{1}{R}} \right) e^{iqr - r/R}$$

$$= + \frac{2mU_0}{q\hbar^2} \frac{d}{dq} \left(\frac{1}{q^2 + 1/R^2} \right) = \frac{2mU_0}{q\hbar^2} \frac{d}{dq} \left(\frac{1}{R(q^2 + 1/R^2)} \right) =$$

$$z = -\frac{2mV_0}{\hbar^2} \frac{1}{R} \frac{2q}{(q^2 + 1/R^2)^2} = \boxed{-\frac{4mV_0 R^3}{\hbar^2((qR)^2 + 1)}}$$

$$U(r) = \frac{1}{r} e^{-r/R}$$

$$| \#134(b) | \quad U(r) = \frac{1}{r} e^{-r/R}$$

$$\cancel{f(q)} \quad f(0) = -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty \frac{1}{r} e^{-r/R} r \sin qr \, dr =$$

$$= -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty \sin qr \, e^{-r/R} \, dr = -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty e^{-r/R} \operatorname{Im} e^{iqr} \, dr =$$

$$= -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty \operatorname{Im} \int_0^\infty e^{iqr - r/R} \, dr = -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty \operatorname{Im} \left(\frac{q}{iq - 1/R} \right) e^{r(qi - 1/R)} \Big|_0^\infty \, dr =$$

$$= \frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty \operatorname{Im} \left(\frac{-iq - 1/R}{(-q^2 - 1/R^2)} \right) \, dr = \frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty \operatorname{Im} \frac{iq + 1/R}{q^2 + 1/R^2} \, dr =$$

$$= \frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty \frac{-q}{q^2 + 1/R^2} \, dr = \boxed{-\frac{2m}{\hbar^2} \frac{1}{q^2 + 1/R^2}}$$

$$(\#2) \quad u(r) = \frac{1}{r^2}$$

$$f(q) = -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty \frac{1}{r^2} r \sin qr \, dr = -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty \frac{1}{r} \sin qr \, dr =$$

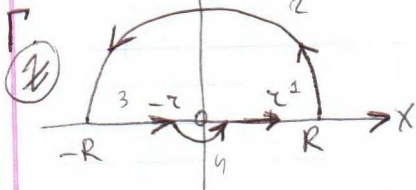
$$= -\frac{2m}{\hbar^2} \int_{-\infty}^\infty \operatorname{Im} \int_0^\infty \frac{e^{iqr}}{r} \, dr \quad \pi$$

$$\oint_F f(z) dz = 2\pi i \sum_k \operatorname{res}_{z \rightarrow z_k} f(z)$$

Butter one naivota $\sim n$

$$\operatorname{res}_{z \rightarrow z_k} f(z) = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{z \rightarrow z_k} \frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}} ((z - z_k)^n f(z))$$

$$f(z) = \frac{e^{iqz}}{z}$$



$$\oint \frac{e^{iqz}}{z} dz = \underbrace{\int_{-R}^R \frac{e^{iqx}}{x} dx}_{(1)} +$$

$$+ i \int_0^\pi \frac{Re^{i\varphi}}{Re^{i\varphi}} d\varphi + \underbrace{\int_{-r}^r \frac{e^{iqx}}{x} dx}_{(2)} +$$

$$+ \int_{-R}^{-r} \frac{e^{iqx}}{x} dx +$$

24.10.
2012

$$\oint \frac{e^{iqz}}{z} dz = 2\pi i \sum_{z \rightarrow 0} \text{res} \frac{e^{iqz}}{z} = 1(z=x) + 2(z=Re^{i\varphi})$$

$$+ 3(z=x) + 4\left(\frac{1}{2} \oint \frac{1}{z} dz\right) =$$

$$= \int_0^R \frac{e^{iqx}}{x} dx + \int_0^\pi Re^{i\varphi} d\varphi \cdot e^{iqR(\cos\varphi + i\sin\varphi)} +$$

$$+ \int_{-R}^{-r} \frac{e^{iqx}}{x} dx + \text{times} \left(\frac{e^{iqz}}{z} \right) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{e^{iqx}}{x} = \pi i \lim_{z \rightarrow 0} \left(\frac{e^{iqz}}{z} \right) = \pi i \lim_{z \rightarrow 0} z \cdot \frac{e^{iqz}}{z} =$$

$$= \pi i$$

$$\boxed{f(q) = -\frac{\pi i}{q^2}}$$

#134 (2)

$$u(r) = \begin{cases} u_0, r \leq R \\ 0, r > R \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(q) &= -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty u(r) r \sin qr \, dr = \int_0^R u_0 r \sin qr \, dr + \\ &+ \int_R^\infty 0 \cdot r \sin qr \, dr \xrightarrow{\rightarrow 0} = -\frac{2m}{\hbar^2} u_0 \frac{d}{dq} \int_0^R \cos qr \, dr = \\ &= -\frac{2m}{\hbar^2} u_0 \frac{d}{dq} \left(\frac{1}{q} \sin qR \right) = -\frac{2m}{\hbar^2} u_0 \cdot \end{aligned}$$

$$\cdot \cancel{\sin qR} \cdot \frac{1}{q^2} + R \cos qR \cdot \left(-\frac{1}{q^2} \sin qR \right)$$

$$\left(-\frac{1}{q^2} \sin qR + \frac{1}{q} R \cos qR \right) = \boxed{-\frac{2m}{\hbar^2} u_0 \left(-\frac{1}{q^2} \sin qR + \frac{1}{q} R \cos qR \right)}$$

#134 (III)

$$u = u_0 e^{-\frac{r^2}{R^2}}$$

$$f(q) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int u(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d\vec{r} = -\frac{2m u_0}{2\pi\hbar^2} \underbrace{\int \int \int}_{+\infty} e^{-\frac{1}{R^2}(x^2+y^2+z^2)}$$

$$\cdot e^{-i(q_x x + q_y y + q_z z)} dx dy dz = -\frac{m u_0}{2\pi\hbar^2} \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{R^2} - i q_x x} dx}_{I(q_x)} \cdot I(q_y) \cdot I(q_z)$$

$$\cdot I(q_z) \equiv$$

$$I(q_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\left(\frac{x^2}{R^2} - i q_x x\right)} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{x^2}{R^2} + i q_x x \right\} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{x^2}{R^2} + \frac{2i q_x x \cdot \frac{x}{2}}{R} - \frac{q_x^2 R^2}{4} \right\} dx$$

$$\cdot e^{\left\{-\frac{q_x^2 R^2}{4}\right\}} dx = R \cdot e^{\left\{-\frac{q_x^2 R^2}{4}\right\}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{x}{R} + \frac{q_x^2 R^2}{4}\right)^2} \cdot$$

$$\cdot d\left(\frac{x}{R} + \frac{q_x^2 R^2}{4}\right) = R \cdot e^{\left\{-\frac{q_x^2 R^2}{4}\right\}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} dy \right)^{1/2} = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2 - y^2} dx dy \right)^{1/2}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} x = \rho \cos \varphi \\ y = \rho \sin \varphi \end{array} \right\} dx dy = \frac{d\rho d\varphi}{\left| \frac{\partial(x,y)}{\partial(\rho,\varphi)} \right|} = \rho d\rho d\varphi \quad *$$

$$\frac{\partial(\rho, \varphi)}{\partial(x, y)} = \frac{1}{\left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(\rho, \varphi)} \right|} = \frac{1}{\left| \begin{array}{cc} \frac{\partial x}{\partial \rho} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \rho} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} \end{array} \right|}} =$$

$$= \frac{1}{\left| \begin{array}{cc} \cos \varphi & -\rho \sin \varphi \\ \sin \varphi & \rho \cos \varphi \end{array} \right|}} = \rho^{-1} = \frac{1}{\rho}$$

$$* \rightarrow \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \rho d\rho e^{-\rho^2} = \left(2\pi \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \int_0^{\infty} d(\rho^2) e^{-\rho^2} \right)^{1/2} =$$

$$= 2\pi \left[e^{-\rho^2} \right]_0^{\infty} = \sqrt{\pi}$$

$$I(q_x) = \sqrt{\pi} R \cdot e^{\left\{-\frac{q_x^2 R^2}{4}\right\}}$$

$$f(q) = -\frac{m U_0}{2\pi \hbar^2} \sqrt{\pi} \cdot R^3 e^{\frac{q_x^2 R^2}{4}} = \left[-\frac{m U_0 R}{2\sqrt{\pi} \hbar^2} R^3 e^{\frac{q_x^2 R^2}{4}} \right]$$

$$(\#13.4(e))$$

$$u(r) = \begin{cases} u_0 \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right) & r \leq R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

$$f(q) = + \frac{2m u_0}{\hbar^2 q} \int_0^\infty \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right) \cos qr \, dr \quad \ominus$$



$$\left. \int u(r) r \sin qr \, dr = \frac{d}{dq} \int u(r) \cos qr \, dr \right\}$$

$$\ominus \frac{2m u_0}{\hbar^2} \frac{d}{dq} \left(\int_0^R \frac{dr}{R^2} (r^2 \cos qr) - \int_0^R \cos qr \, dr \right) =$$

$$= \frac{2m u_0}{\hbar^2} \frac{d}{dq} \left\{ -\frac{1}{R^2} \frac{d^2}{dq^2} \int_0^R \cos qr \, dr - \frac{1}{q} \sin qR \right\} =$$

$-\frac{1}{q} \sin qR$

$$= \frac{4m u_0}{\hbar^2 q^5} (3 \sin qR - 3qR \cos qR - q^2 R^2 \sin qR)$$

#13.4 (3) $u(r) = u_0 e^{-ar} (1 - e^{-br})$

$$f(q) = - \frac{2m}{\hbar^2 q} \int_0^\infty u(r) \sin qr \, dr =$$

$$= - \frac{2m u_0}{\hbar^2 q} \int_0^\infty r \sin qr \cdot e^{-ar} (1 - e^{-br}) \, dr =$$

$$= - \frac{2m u_0}{\hbar^2 q} \frac{d}{dq} \int_0^\infty \cos qr \cdot e^{-ar} (1 - e^{-br}) \, dr =$$

$$= - \frac{2m u_0}{\hbar^2 q} \frac{d}{dq} \int_0^\infty \cos qr \cdot (e^{-ar} - e^{-2(a+b)r}) \, dr =$$

$R^u \text{ Re } (e^{iqr})$

$$= -\frac{2mU_0}{\hbar^2 a} \frac{d}{da} \operatorname{Re} \int_0^\infty e^{iqz} \cdot (e^{-az} - e^{-z(a+b)}) dz =$$

$$= -\frac{2mU_0}{\hbar^2 a} \frac{d}{da} \operatorname{Re} \int_0^\infty (e^{(iq-a)z} - e^{-z(a+b+iq)}) dz =$$

$$= -\frac{2mU_0}{\hbar^2 a} \frac{d}{da} \left[\operatorname{Re} \int_0^\infty e^{(iq-a)z} dz - \int_0^\infty e^{-z(a+b+iq)} dz \right] =$$

$$= -\frac{2mU_0}{\hbar^2 a} \frac{d}{da} \operatorname{Re} (iq+a)$$

$$= -\frac{2mU_0}{\hbar^2 a} \frac{d}{da} \operatorname{Re} \left(\frac{\cancel{iq+a} q+a}{q^2+a^2} + \frac{\cancel{R-iq+(a+b)}}{q^2+(a+b)^2} \right) =$$

$$= -\frac{2mU_0}{\hbar^2 a} \left(\frac{-a}{(q^2+a^2)^2} \cdot 2q + \frac{-(a+b)}{(q^2+(a+b)^2)^2} \cdot 2q \right) =$$

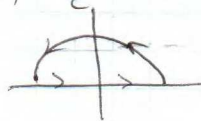
$$= -\frac{4mU_0}{\hbar^2} \left(\frac{a}{(q^2+a^2)^2} + \frac{(a+b)}{(q^2+(a+b)^2)^2} \right)$$

13.4. (u)

$$U(z) = \frac{U_0}{1+z^2/R^2}$$

$$f(q) = \frac{U_0}{q\hbar^2} \int_0^\infty \cos qz / (R^2+z^2) dz =$$

$$= -\frac{2mU_0 R^2}{q\hbar^2} \frac{d}{dq} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^\infty \frac{e^{iqz}}{(R^2+z^2)} dz = \oint \frac{e^{iqz}}{z} dz =$$



$$\textcircled{2} \int_{-R}^R \frac{e^{-iqz}}{z} dz + \int_0^{\pi} \frac{e^{-iqz}}{z} dz$$

$$\rightarrow \lim_{z \rightarrow i\infty} \frac{e^{-iqz}}{z}$$

$$= \pi e^{-qz}$$



$$= \frac{mR^2 \hbar \omega}{\hbar^2 q} \pi e^{-qz}$$