

Электродинамика - наука изуч. $\vec{E}$ и $\vec{B}$ поля и их взаимодействие в вакууме и вещ-ве

Скорость распространения света

Галилей: пытался измерить экспериментально

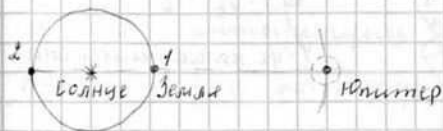
дат. май. Рёмер - первый, кто опр. скор. св. по
порядку величины: затмение спутника Юпитера
1676г.

Период затмений 42,5 часа

Время полн. спут-
запаздывания

1-2 - увелич. запазд.

2-1 - уменьш. запазд.
запазд. на 22 мин.

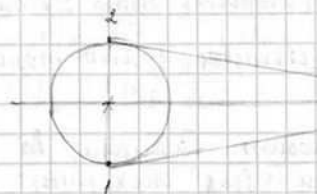


Рёмер вывел это с тем, что свет проходит
дополнит. расстояние

диаметр Земли 292 млн. км $\rightarrow c = 210$ тыс км/с

Современ. diam. Земли 300 млн км период запазд.
16 мин. 32 сек $\rightarrow c = 300$ тыс км/сек

$$c = 299793 \text{ км/сек}$$



Рассмотр. удален. звезду
в тинископ

Подоб. торжон

3 Коперника

расстан. до

звезды, зная

углы

$\vec{E}$ з-да плоск-ти эклиптики (орбиты) з-да
должна прирост. Гейлз сформулировал (уточ. наблюд.)
1725г.

Брадлий доказал что канонические меридианы
(подогр. параллелей) не имеют отнош. к наблюд.

Когд. β , c , β изд. на 1 прилож., в. ж-да инш., то
 дома бы точн 3

Но именно в этих положе. инш. тех а не 0



Возв-дн инш. в та-ти
 эквивалентн; в та-ти постода
 пров-т прилож. но, ж-
 все ж-дн на одном расстоянии

Брауерей сдз. это с та-ти, что та-ти сдз
 вместе с Землей
 * карусель



не наклон



$$\tan \varphi = \frac{ct}{c} = \beta$$

φ -уг. накло. телескопа

β -скор. движ. Земли 30 км/с

Абберацион. иншентн, абберацион. света

по Брауерю $c = 303$ тыс км/с

Фарадей первон. сдз. оптич. и эл. маг. лвл

Максвел 1865г - ур-ни Максвелла, кот. объяснила все
 эл. маг. лвл. В качестве решения волн волнов. растр
 пустоты в ур-нях дома const (скорость растр. света)

$c = 310$ тыс км/с Гипотеза: световы. волны та-ти
 эл. маг. волн, опр. частоты

Для издестен принцип относит. Галилей: во
 всех инш. инст-ах относит. все мех. ж-дн
 одинаковы

Преобраз. Галилейн ур-ни Максвелла не удовлств.

либо не справдл ж-дн в оптике, либо преобраз. не
 точные

Преобраз. Галилея

S' движ. со скор. $\vec{v}$ относит. S

$$x = vt$$

x, y, z, t - координ. в сист-ме S
 x', y', z', t' - в сист-ме S'

S, S' - инерц. сист. $\rightarrow$ ускор. $= 0$ в этих сист-мах

$$\ddot{x} = 0, \ddot{y} = 0, \ddot{z} = 0 \quad \ddot{x}' = 0, \ddot{y}' = 0, \ddot{z}' = 0$$

$$\ddot{x} = \ddot{x}' = 0 \quad \text{интегрируем}$$

Нач. усл.: в $t=0$ нач. коорг. S и S' совпадают

$$\dot{x} = \dot{x}' + \text{const}_1 \quad \text{1-ю нач. усл.} \quad C_1 = 0$$

$$\dot{x} = \dot{x}' + v \quad \text{2-ю слогнн скорост.}$$

$$\dot{y} = \dot{y}', \quad \dot{z} = \dot{z}' \quad t = t' \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{интегр.} \quad x = x' + vt + C_2$$

$$\text{при } t=0: x = x' = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

$$y = y', \quad z = z' \quad t = t' \quad - \text{следств. интегр. коорг. 2х сист-м и есть преобр. Галилея}$$

Ур-ние лнх. инвариантны $\approx$ преобр. Галилея

$$m_A \frac{d^2 x_A}{dt^2} = - \frac{\partial U}{\partial x_A} \quad U(x_A, y_A, \dots, z_A, \dots)$$

$$t = t' \quad m_A \frac{d^2 x'_A}{dt'^2} = - \frac{\partial U'}{\partial x'_A}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x'} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x'} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x'} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x'} = \frac{\partial U}{\partial x}$$

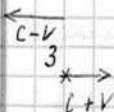
$$r_{12}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 =$$

$$= [x_2' + vt_2 - (x_1' + vt_1)]^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2 = r_{12}'^2$$

$$t_2 = t_1$$

$$U(r_{12}) = U'(r_{12}')$$

1881г. Эксперимент по проверке гипотезы опыт Майкельсона



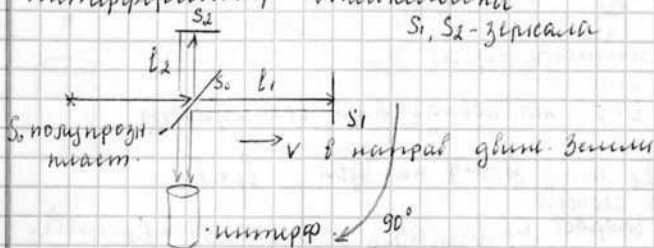
Земля по орбите движется со скоростью v относительно звезд

отношение $v/c \sim 10^{-4}$

но тогда заметить разности $\rightarrow$ отнош. квадратов, т.е. 10^{-8}

Интерферометр Майкельсона

S_1, S_2 - зеркала



поворот. прибор на 90°

е. с разн. то интерф. картина г.б. разная, но изменений интерф. картины не произошло

1887г. повторил с Морли опыты отриц. результатов

1. $l_1 \rightarrow V$ $l_2 \perp V$

$$t_1 = \frac{l_1}{c+v} + \frac{l_1}{c-v} = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1-v^2/c^2} \text{ - от } S_0 \text{ к } S_1$$



из треугол. $ct_2 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2} \rightarrow$ гл. с землей

$$t_2 = \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

путь. хода

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2}{c} \left(\frac{l_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{l_1}{1-v^2/c^2} \right)$$

II после поворота $\Delta t' = t_2 - t_1 = \frac{L}{c} \left(\frac{L_2}{1 - v^2/c^2} - \frac{L_1}{1 - v^2/c^2} \right)$

$\Sigma = \frac{2(L_1 + L_2)}{c} \left(\frac{1 + v^2/c^2}{1 - v^2/c^2} - \frac{1}{1 - v^2/c^2} \right) = \Delta t' - \Delta t$

времен. разн. хода лучей $\sim 10^{-14} \text{ с}$
 $\frac{v^2}{c^2} \ll 1 \quad \Sigma \approx \frac{L_1 + L_2}{c} \frac{v^2}{c^2}$

2. $\Sigma = \frac{1}{c}$ то инт картина шумит где там там был и наоборот, т.е шумит на 1 полосу

$L_1 + L_2 = 1 \cdot \frac{L^2}{v^2} \sim \left\{ 1 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м} \right\} \sim 5 \cdot 10^{-5} \cdot 10^8 = 50 \text{ м}$

3. $\Sigma = 0,1 \text{ 1/с}$ шумит. значитно $\rightarrow 5 \text{ м прибор}$

С излучен. от направл. движ. Земли, т.е. Земли не влияют на оптич. двл. $\rightarrow$ принцип относ. справед. и в оптике

Пуанкаре 1895г - довед принцип относ. справед. во всех науках: все з-ны природы одинак. во всех инерц. сист-ах

1899г. Фитцджеральд 1892 Лоренц: размер тела сокращается в напр. движ.

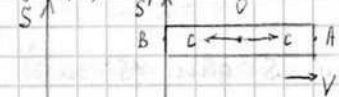
L_0 , $L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$ I. $L_2 = L_{20}$, $L_1 = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$

$\Delta t = \frac{L}{c} \left(\frac{L_{20}}{1 - v^2/c^2} - \frac{L_{10}}{1 - v^2/c^2} \right)$ II: $\Delta t' \Rightarrow L_2 = L_{20} \sqrt{1 - v^2/c^2}$, $L_1 = L_0$

$\Sigma = 0 \rightarrow$ нет шумит

Скорость разпр. излучен. - скорость света в вакууме. Вспомогат. телу, принцип з-на Нютона не справед.

В них-же время абсолютно: 2 события происх. одновр., то они происх. одновр. и в др. сист-ах



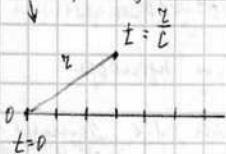
рассета
 0 - источник света
 и наблюд. в рассета, то
 в т. А и В сигнал приходит
 одновременно.

в. из м.м. S в т.а. м.м. со скор. $c' = c$, но т.а. отдаленнее, а в. приближе. $\rightarrow$ приход не одновременн. пр-ск времени почите относительностей

Лоренс в 1900 записал прибор Лоренса для Эрф Лопера Морину 1904г.

С.Д.-сист.-ма коорд, указ. место, где соверш. событие и в.в. с этой сист.-ой коорд. тасов

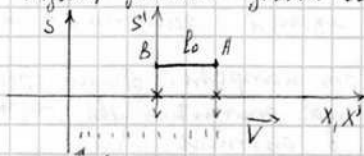
Синхронизация тасов, состоят. постоянн. скор. света



A, B - излучают

t_A, t_B

измер. длины движ.-ся тела.



приближе. длина масштаба собствен. измер. в сист.-ме, где он покоится

$t_A = t_B$ - видимость $\rightarrow$ расстояние между тасами в S и тот же наш врем. наз. длиной масштаба движ.-

$S: x, y, z, t; S': x', y', z', t'$ времени не синхр. в разн. м.т.

$t = t' = 0$ - пот.к. обеих сист. совпад.

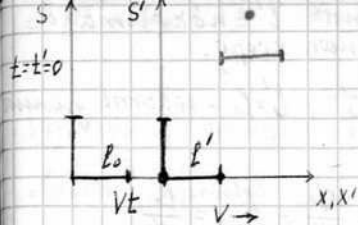
Приобр. Лоренса г.б. синхронизации: чтобы все коорд. были равноценными, т.е. из однород. простран-ва

2. $c = \text{const}$ и незав. от интр. растр.

3. $\vec{V} = \text{const}$ (только чин. сист. σ)

4. Никакими принципом-ми измер. нельзя отделить одну С.Д. от другой

S' движ. со скор. $V \approx S$ или S движ. $\approx S'$ со скор. $(-V)$



расстоян. события
изм. на осей X, X'

$$\begin{cases} y = 0, z = 0 \\ y' = 0, z' = 0 \end{cases}$$

$$y = ay' + b, z$$

$$z = a_z y' + b_z z' \quad \text{— отсюда брать}$$

$$\approx \text{оси } XX' \\ y = ay', z = az'$$

или пространств. поворот

Поперит. координаты

1) Расстояние между точками вдоль оси S' : $y'_1 = 0, y'_2 = l'$

$$l' = y'_2 - y'_1 = l'$$

Найдем его в системе S : $y_1 = ay'_1 = 0, y_2 = ay'_2 = a$

$$l = y_2 - y_1 = a$$

2) Это же расстояние в системе S : $y_1 = 0, y_2 = l$

$$l = y_2 - y_1 = l$$

Найдем его в системе S' : $y'_1 = \frac{y_1}{a} = 0, y'_2 = \frac{y_2}{a} = \frac{l}{a}$

$$l' = \frac{l}{a} \quad \text{в единицу длины } a = 1$$

* $y = y', z = z'$ — поперит. координаты не измещ. при переходе из одной системы отсчета в другую

Продольные координаты: события происходят в начале координат S'

$$x' = 0 \rightarrow x = vt \quad x' = \gamma(x - vt)$$

События происходят в нач. координат в системе S

$$x = 0 \rightarrow x' = -vt' \quad x = \gamma(x' + vt')$$

1. Рассмотрим масштаб длины l' - покоится в
 сис-ме S' , его концы в нач. коорд.

$$x'_1 = 0 \quad x'_2 = l' \quad l' = x'_2 - x'_1 = x'_2, \quad l' = l_0 - \text{длина}$$

Его длину в сис-ме S :

$$\text{при } t=0 \quad x_1 = x'_1 / \gamma' = 0 \quad x_2 = \frac{x'_2}{\gamma'} = \frac{l'}{\gamma'} = \frac{l_0}{\gamma'}$$

2. Масштаб покоится в сис-ме S .

$$x_1 = 0, \quad x_2 = l_0 \quad x_2 - x_1 = l_0$$

$$\text{В сис-ме } S': \quad t' = 0 \quad x'_1 = \frac{x_1}{\gamma} = 0 \quad x'_2 = \frac{x_2}{\gamma} = \frac{l_0}{\gamma}$$

$$l' = \frac{l_0}{\gamma} \rightarrow \text{можно было бы отменить н.с.о}$$

но по пункту 4 $\gamma = \gamma' \rightarrow$ найдем γ !

$$x = \gamma (x' + vt')$$

$$x' = \gamma (x - vt)$$

Рассмотр распространения света
 из общего нач. коорд в $t = 0$ по
 направ осей xx'

$$\text{в момент времени } t: \quad x = ct \quad \begin{cases} ct = \gamma(ct' + vt') \\ t': x' = ct' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ct = \gamma(ct' + vt') \\ ct' = \gamma(ct - vt) \end{cases}$$

перемножим:

$$c^2 t t' = \gamma^2 c^2 t t' (1 - \frac{v^2}{c^2}) \rightarrow \gamma = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Выберем знак плюс: при $c \rightarrow \infty$ получим по Галилею

Продольн. коорд. в разных н.с.о одного события
 связ:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{Найдем } t \quad t = \frac{1}{v} x - \frac{x'}{v\gamma} = \frac{1}{v} (x' + vt') - \frac{x'}{v\gamma} = \gamma t' + \frac{\gamma x'}{v(1 - \frac{v^2}{c^2})}$$

двиг. часы отстают от часов неподвижно
Ход часов зави. от скорости их дви.

Космич. мур. $\rightarrow$ мюны $\rightarrow$ распадаются $\rightarrow$
набл. время жизни

μ^- -мюны на E^- и μ^+ -мюны на протонах

$\tau_{\text{пок}} = 2 \cdot 10^{-6}$ сек - покоящийся мюон

$\tau_{\text{дви}} \approx \tau_{\text{пок}} : \quad L = 6 \cdot \tau_{\text{пок}} = 3 \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 600 \text{ м}$

$L \approx 20 \text{ км} \rightarrow \tau_{\text{дви}} = \frac{20 \text{ км}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = \frac{10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{3} = 33 \tau_{\text{пок}}$

$$\tau_{\text{дв.}} = \frac{\tau_{\text{пок}}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Пусть в сис-ме S' соверш. 2 одновременно
события, но в разных точках

S' : t', x'_1, x'_2 , найти Δt в сис-ме S

$$t_1 = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad t_2 = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{\frac{v}{c^2} (x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad - \text{интервал в др. сис-мах}$$

Абсолютно одновремен. событиями н.б. 2 события,
кот. происходят в 1 и той же точке пр-ва $\vec{r}$
и той же време $\rightarrow$ они будут одновремен. во всех
и.с.о.

Релятив. Закон сложения скоростей

Пусть частица двиет. в пр-ве S' и ее двиет. опи-
сываем:

$$S: \vec{r}_x = \frac{dx}{dt}, \quad \vec{r}_y = \frac{dy}{dt}, \quad \vec{r}_z = \frac{dz}{dt}$$

$$S' = x', y', z', t'$$

$$S = x, y, z, t$$

$$S': \vec{r}'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad \vec{r}'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad \vec{r}'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \left(\frac{dx'}{dt'} + v \right) \frac{dt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \cdot dt'$$

$$dt = \frac{dx + \frac{v}{c^2} dx}{1 - v^2/c^2} = \frac{1 + \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}}{1 - v^2/c^2} dt' \quad \bar{v}_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\bar{v}_x' + v}{1 + v \bar{v}_x'/c^2}$$

$$\frac{dy}{dt} = \bar{v}_y = \frac{\bar{v}_y' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{v \bar{v}_x'}{c^2}} \quad \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = \frac{\bar{v}_z' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{v \bar{v}_x'}{c^2}}$$

при $c \rightarrow \infty$ получим зн. спец. скор. переход в классиц.

$$\frac{v}{c} \ll 1 \quad \bar{v}_x = \bar{v}_x' + v \quad \bar{v}_y = \bar{v}_y', \quad \bar{v}_z = \bar{v}_z'$$

$$\bar{v}_x' = \frac{\bar{v}_x - v}{1 - \frac{v \bar{v}_x}{c^2}} \quad \bar{v}_y' = \frac{\bar{v}_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{v \bar{v}_x}{c^2}} \quad \bar{v}_z' = \frac{\bar{v}_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{v \bar{v}_x}{c^2}}$$

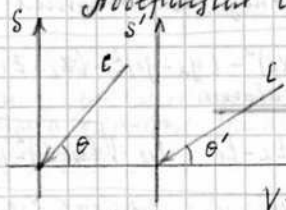
Срем распр. света см х: ① $\bar{v}_x' = c \quad v < c$

$$\bar{v}_x = \frac{c + v}{1 + \frac{vc}{c^2}} = c \quad \text{②. } \bar{v}_x' = c - v \quad v = c - \beta, \quad \beta > 0$$

$$\bar{v}_x = \frac{c - v}{1 - \frac{vc}{c^2}} = \frac{c - \beta}{1 - \frac{\beta}{c}} = c \quad \text{в. значит } \bar{v}_x < c \quad \text{получ. скор } < c$$

Абберация света

$$\tan \varphi = \frac{v}{c}$$



$$S: \bar{v}_x = -c \cos \theta$$

$$\bar{v}_y = -c \sin \theta$$

$$S': \bar{v}_x' = -c \cos \theta'$$

$$\bar{v}_y' = -c \sin \theta'$$

$$-c \sin \theta = \frac{-c \sin \theta' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta'}$$

$$\sin \theta - \sin \theta' = \left(\frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta'} - 1 \right) \sin \theta' \approx$$

Е. на Земле!

$$v = 30 \text{ км/сек}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 10^{-8}$$

$$\frac{v}{c} = 10^{-4} \ll 1$$

$$\approx \frac{v}{c} \sin \theta \cos \theta'$$

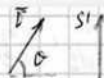
$$2 \sin \frac{\theta - \theta'}{2} \cos \frac{\theta + \theta'}{2} = \frac{v}{c} \sin \theta' \cos \theta' \rightarrow \theta - \theta' = \frac{v}{c} \sin \theta' =$$

$$\text{угл. поворота скорости} = \frac{v}{c} \sin \theta'$$

Направ. распр. скор. света равное

В разных И.С.Д. $S \uparrow$ $S' \uparrow$

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \Delta\theta = \frac{v}{c}$$



гипотеза
таинства
а не путь
света

$$v_y = v \sin \theta = \frac{v' \sin \theta' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{v v'}{c^2} \cos \theta'}$$

$$v_x = v \cos \theta = \frac{v' \cos \theta' + v}{1 + \frac{v v'}{c^2} \cos \theta'}$$

$$\tan \theta = \frac{v' \sqrt{1 - v^2/c^2} \sin \theta'}{v' \cos \theta' + v}$$

3-й преобр. углов
где главный угол

Глав. задача теории относ. - есть ли инвариантных (абсолют) величины, чтобы они
3-го природы во всех И.С.Д.

Скорость света - абсолют. величина, незав. от напр. разпр.

Интервал между 2-ми событиями
- в релятив. теории относ. ин-вал между простран. и времен.

x_1, y_1, z_1, t_1 ; x_2, y_2, z_2, t_2 - координаты события

$$S_{12} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2} =$$

интервал между 2-ми события

$$= \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2}, \text{ где } t_{12} = t_2 - t_1, l_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$S_{12} = S'_{12} = \sqrt{c^2(t'_2 - t'_1)^2 - (x'_2 - x'_1)^2 - (y'_2 - y'_1)^2 - (z'_2 - z'_1)^2} - \text{абсолют. величина}$$

2-й преобр. Лоренца:

$$t_2 - t_1 = \frac{(t'_2 - t'_1) + \frac{v}{c^2} (x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Дал.

$$x_2 - x_1 = \frac{(x'_2 - x'_1) + v(t'_2 - t'_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

14.09.04

$$S_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2$$

$$c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = c^2 t_{12}'^2 - l_{12}'^2$$

Можно ли найти такую И.С.Д., в кот
2 события происх в 1-м точное Т-ке, пр-ва

$$1. \quad t_{12}' = 0 \quad c^2 t_{12}'^2 - l_{12}'^2 = c^2 t_{12}^2 > 0$$

$S_{12}' > 0$, сам интервал был.

Временноразнесенный интервал $t_{12}' = \frac{S_{12}}{c} \neq t_0$

2. Можно ли найти такую сис-му, где 2 события происходят одновременно

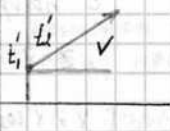
$c^2 t_{12}'^2 - l_{12}'^2 = -l_{12}^2 < 0$, $t_{12}' = 0$ интервал минимален - пространственноразнесенный

$$l_{12}' = i \sqrt{l_{12}^2 - c^2 t_{12}^2}$$

Нулевой или пространственный интервал - мин. в исх. С.Р.

$S \uparrow S'$

в сис-ме S' :



$$V(t_2 - t_1)$$

$$S_{12}' = c^2 t_{12}'^2 - l_{12}'^2 =$$

$$= (c^2 - V^2)(t_2 - t_1)^2 > 0,$$

т.к. $c > V$

2 сов. происх. на ту же точку или всегда хар-ны времени-норазнесенным интервалом

Интервал разнесен. 2 события. но ту же точку не имеют всегда пространственного

1) c

2-й век. длины или события : dt, dx

2) S_{12}

$$3) \quad t_0 = \frac{S}{c}$$

$$dS = \sqrt{c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)}$$

$$dS = dS' : dx' = dy' = dz' = 0$$

$$dS = cd t' = cd t_0$$

$$dt_0 = \frac{dS}{c}$$

$$dS = \sqrt{c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)}$$

$$= cd t \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \left(\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right)} = cd t \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$ds' = ds$, s' - гамма $\approx s$ для равн. движ. при $v \ll c$

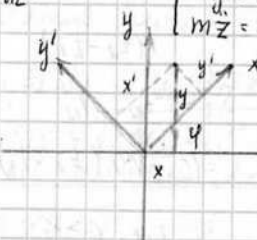
$$dt_0 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt, \text{ где } v = V, V(t), \text{ но мен. известны.}$$

замедл. время

Итак, мы между собой в общей теории относительности или абсолют. величина

$$t_0 = \int_0^t \sqrt{1 - \frac{v^2(t)}{c^2}} dt - \text{инвариант. величина к преобр. Лоренца}$$

t_0 - собствен. промежуток времени

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \quad \begin{cases} m\ddot{x} = F_x \\ m\ddot{y} = F_y \\ m\ddot{z} = F_z \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{пространство изотропно} \\ \rightarrow \text{з-н. г.д. инвариантны} \\ \approx \text{поворота сис-мы} \end{array}$$


$$z = z'$$

$$\begin{cases} x = x' \cos \varphi - y' \sin \varphi \\ y = x' \sin \varphi + y' \cos \varphi \end{cases}$$

$$x = x_1, y = x_2; \quad x' = x'_1, y' = x'_2$$

$$x_\alpha = \delta_{\alpha, \beta} x'_\beta, \quad \delta_{\alpha, \beta} - \text{матрица коэф.}$$

Вектор-велич. $\vec{a}$ как совокупн. 3х величин, кот. при повороте преобраз. по з-ну:

$$\vec{a}'_\alpha = \delta_{\alpha, \beta} a'_\beta \rightarrow \vec{V} \text{ вектор гравит. преобр. по данному з-ну}$$

$$m \ddot{x}_\alpha = F_\alpha \quad \ddot{x}_\alpha = \delta_{\alpha, \beta} \ddot{x}'_\beta \quad F_\alpha = \delta_{\alpha, \beta} F'_\beta$$

$$m \delta_{\alpha, \beta} \ddot{x}'_\beta = \delta_{\alpha, \beta} F'_\beta$$

$$\begin{cases} x_1 = \gamma_{11} x'_1 + \gamma_{12} x'_2 \\ x_2 = \gamma_{21} x'_1 + \gamma_{22} x'_2 \end{cases} \quad \gamma_{12} = -\sin\varphi \quad \gamma_{21} = \sin\varphi$$

$$\delta_{\alpha\beta} \cdot (m \ddot{x}'_\beta - F'_\beta) = 0 \quad m \ddot{x}'_\beta = F'_\beta - \text{3-н мек инвариант. \approx поворота}$$

$$u_{\alpha\beta} = \gamma_{\alpha\delta} \gamma_{\beta\epsilon} a'_{\delta\epsilon} \quad a = v, a_\alpha = v_\alpha \rightarrow a'_\alpha = v'_\alpha$$

$$u_{\alpha\beta} = \gamma_{\alpha\beta} \rightarrow a'_{\alpha\beta} = \gamma_{\alpha\beta} - \text{тензор. зависит 3-на}$$

в прибор. Лоренца относим прибор и время и координаты.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

$$\tilde{t} = ic\tilde{t} \quad -ds^2 = d\tilde{t}^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad \text{формально метрич. метр пр-во (L.D.)}$$

интервал 2 мировыми точками

Преобр. Лоренца - линейное

Лин. преобр, кот. инвариант. расст. между т-ми. переводит в нач. отсчета, поворот

→ поворот 4-х мер. L.K. - преобр. Лоренца свиз в т-ми $x, \tilde{t}$

$$y = y', \quad z = z'$$

Рассмотр. нач. координаты

$$x' = 0$$

$$x = -\tilde{t}' \sin\varphi$$

$$\tilde{t} = \tilde{t}' \cos\varphi$$



$$\begin{cases} x = x' \cos\varphi - \tilde{t}' \sin\varphi \\ \tilde{t} = x' \sin\varphi + \tilde{t}' \cos\varphi \end{cases}$$

$$\tan\varphi = -\frac{x}{\tilde{t}} = -\frac{x}{ic\tilde{t}}$$

$$= \frac{v}{c}$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\sin\varphi = \tan\varphi \cos\varphi =$$

$$= \frac{\frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x = \frac{x' - \frac{v}{c} \tilde{t}'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\tau = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\tau' = \gamma \tau$$

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad y = y' \quad z = z'$$

преобр. Лоренца в трехмер пр-ве

Введем: $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$ - пространств. время.

$$ds^2 = \sqrt{x^{0^2} - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2} \quad \text{инвар. } \propto \text{ пр. Лоренца}$$

$$ct = x^0 = \frac{x^{0'} + \frac{v}{c} x^{1'}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$x^1 = \frac{x^{1'} + \frac{v}{c} x^{0'}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$x^2 = x^{2'}, x^3 = x^{3'}$$

$x^i (x^0, x^1, x^2, x^3) \rightarrow i$ принимает 4 значения

$$dx^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} dx'^k$$

$$\frac{\partial x^i}{\partial x'^k} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x^0}{\partial x'^0} & \frac{\partial x^0}{\partial x'^1} & \frac{\partial x^0}{\partial x'^2} & \frac{\partial x^0}{\partial x'^3} \\ \frac{\partial x^1}{\partial x'^0} & \frac{\partial x^1}{\partial x'^1} & \frac{\partial x^1}{\partial x'^2} & \frac{\partial x^1}{\partial x'^3} \\ \frac{\partial x^2}{\partial x'^0} & \frac{\partial x^2}{\partial x'^1} & \frac{\partial x^2}{\partial x'^2} & \frac{\partial x^2}{\partial x'^3} \\ \frac{\partial x^3}{\partial x'^0} & \frac{\partial x^3}{\partial x'^1} & \frac{\partial x^3}{\partial x'^2} & \frac{\partial x^3}{\partial x'^3} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial x^i}{\partial x'^k} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & \frac{v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & 0 & 0 \\ \frac{v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} x'^k$$

← 4-мер. контравариант вектора
это радиус-вектор при
3-м преобр. по координ.

$$A^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} A'^k$$

- сп-ие 4х. величины преобраз по
3-му р-вектору, эта совокуп.
образ. 4х.мер. к.в. вектор

4- скаляр

$\frac{\partial \varphi}{\partial x^i}$ - 4х.мер. градиент

$$\varphi(x) = \varphi(x')$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^{\mu} \partial x^{\nu}} = \frac{\partial^2}{\partial x^{\nu} \partial x^{\mu}}$$

B_i - 4х мер ковариант вектор - совокуп. величин, кот. произр. по 3-му произр. градиента

$$B_i = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\nu}} B'_{\mu}$$

$$\frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\nu}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & -\frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & 0 & 0 \\ -\frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^i B_i = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\nu}} A'^{\mu} \cdot \frac{\partial x^{\nu}}{\partial x^{\lambda}} B'_{\lambda} = A'^{\mu} B'_{\mu} = A'^{\mu} B'_{\mu}$$

скаляр.
произв

$$A^i : A^0 = \frac{A'^0 + \frac{v}{c} A'^1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} ; A^1 = \frac{A'^1 + \frac{v}{c} A'^0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} ; A^2 = A'^2, A^3 = A'^3$$

17.09.04

$$A_i : A_0 = \frac{A'_0 - \frac{v}{c} A'_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} ; A_1 = \frac{A'_1 - \frac{v}{c} A'_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} ; A_2 = A'_2, A_3 = A'_3$$

4х мерные Тензоры: совокуп. 16 величин произр. по 3-му (скаляр) произр. векторов

$$T^{ik} = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\nu}} \frac{\partial x^{\kappa}}{\partial x^{\lambda}} T'^{\mu\nu}$$

3-х отр. 4х мер контрав. тензор 2-го ранга

$$T_{ik} = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\nu}} \frac{\partial x^{\kappa}}{\partial x^{\lambda}} T'_{\mu\nu}$$

ковариант. тензор 2-го ранга

Тензор смешанной вариантиности

$$T^i_k = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\nu}} \frac{\partial x^{\kappa}}{\partial x^{\lambda}} T'^{\mu}_{\nu}$$

$$T^i_k \neq T^{\kappa}_i$$

$A^i B^{\kappa}$ - обрат. 4х мер метр. контрвар.

$A_i B_{\kappa}$ - ковариант. $A^i B_{\kappa}$ - смешанной

S^{ik} наз. симметрич., в. вектор. $S^{ik} = S^{ki}$

$$S_{ik} = S_{ki}$$

$A^{ik} = -A^{ki}$ - антисимм. тензор

$$A_{ik} = -A_{ki}$$

ранг n компонент $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ & \cdot & \cdot \\ & & n \end{pmatrix}$

в. тенз. симметрич.: над диагональю $\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} =$
 $= \frac{n(n+1)}{2}$ - число независ. компонент

$n=4 \rightarrow 10$ независ. компонент

$A'' = -A''$ по диагонали нули

$$\frac{n^4}{2} - \frac{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \text{ - антисимметрич.}$$

$n=4 \rightarrow 6$ независ. компонент

Признак Тензорности величин

Е. мы имеем тензор-величину (оранка-ска-
 ляр) и составим произв. э. тенз. велич.
 на произв. велич. и получ. снова тензор.
 велич. $\rightarrow$ произв. велич. также тензор.

$A_i T(i, k) = B^k \rightarrow T(i, k)$ приобр. как тензор
 ковар. 16
 вект. велич.

$$\frac{\partial x'^m}{\partial x^i} A'_m T(i, k) = \frac{\partial x^k}{\partial x'^s} B'^s \frac{\partial x'^n}{\partial x^k}$$

$$\frac{\partial x'^m}{\partial x^i} \frac{\partial x'^n}{\partial x^k} T(i, k) A'_m = \frac{\partial x'^n}{\partial x'^s} B'^s = B'^n$$

$T(m, n)$ приобр. как ковар. вектор

$$B^m = T^i (m, n) A_m$$

$$T^{imn} = \frac{\partial x^i}{\partial x^k} \frac{\partial x^n}{\partial x^k} T^{ik}$$

$$A^k \delta_k^i = A^i$$

$$\rightarrow \delta_k^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{единицы} \\ \text{во всех} \\ \text{интервалов} \end{matrix}$$

единиц. тензор

$$\delta_k^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^m} \frac{\partial x^m}{\partial x^k} \delta_n^m \quad \text{— использ. diag матрицы}$$

Далее

$$dS^2 = g_{ik} dx^i dx^k \quad \text{— контравар. тенз}$$

матр. опр. ковариантно пр-ва — тензор
ковариант. 2-го ранга

Тензор обратности гамильто

$$T^{ik} \cdot T_{kl} = \delta_l^i \quad \text{то есть тенз. инв. обратны}$$

или гр. группы

$$\text{Контравар. метрич. тензор} \quad g^{ik} g_{kl} = \delta_l^i$$

$$dx_i = g_{ik} dx^k \quad \text{— контравар}$$

ковар.

$$dS^2 = dx^i dx_i$$

скалар.

$$A_i = g_{ik} A^k \quad \text{— так как при вкл. и в. характ. 2-м. вект.}$$

операции опускания индексов

Аналогично:

$$g^{mi} A_i = g^{mi} g_{ik} A^k = A^m$$

$$A_i = g_{ik} A^k$$

$$\delta_k^m$$

опр. матрицы
инверсов

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{— обратн} \\ \text{матрица} \\ \text{инвертная} \\ \text{вид} \end{matrix}$$

$$A_0 = g_{0k} A^k = A^0$$

$$A_1 = g_{1k} A^k = -A^1$$

$$A_2 = g_{2k} A^k = -A^2$$

$$A_3 = g_{3k} A^k = -A^3$$

X^i - 4х мер пр-ве радиус-вектор

X^α $\alpha=1,2,3$ - пространственные компоненты
обратн. радиус-вектор.

$$X^i (X^0, \vec{X})$$

$\vec{X} \rightarrow X^\alpha(x, y, z), X^0$ - связ с временем

$$A^i (A^0, \vec{A})$$

$$A_i (A_0, -\vec{A})$$

$$A_\alpha = -A^\alpha$$

Полностью антисимм. единичн

В 3х мер пр-ве

$$e^{\alpha\beta\gamma}$$

$\alpha, \beta, \gamma: 1, 2, 3$ тензор

$$e^{123} = e^{xyz} = 1$$

Е. число перестановки 1 и не четн. - 1

$$e^{113} = 0$$

все индексы г.б. разные

4х мер: e^{iklm}

$$e^{0123} = 1$$

$$e^{\alpha\beta\gamma} = e^{\alpha\beta\gamma}$$

при замене $X \rightarrow -X$ тензор знак не мн., а
вект. меняет $\rightarrow$ псевдотензор: ведет себя
как тензор при повороте (пр. Лоренца)
и не меняет знак при отражении.

A_{ik} - псевдотенз.

$$S^{ik} = S^{ki}$$

$$T^i_k \neq T_k^i$$

Здесь S^i — метрика

$$S^i_k = g_{kl} S^{li} = g_{kl} S^{li} = \underbrace{g_{kl} g^{lm}}_{\delta^m_k} S_m^i = S_k^i \rightarrow \text{оставим метрику}$$

Пример: $U^i = \frac{dx^i}{ds}$ — 4-мер. вектор скорости
ег. вектор

$$U^x = \frac{dx^x}{ds} = \frac{dx^x}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt} \quad v - \text{скор. частиц}$$

$$= \frac{dx^x}{c \sqrt{1 - v^2/c^2} dt} = \frac{v^x}{c \sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

U — безразмер величина

$$U^0 = \frac{dx^0}{ds} = \frac{c dt}{c \sqrt{1 - v^2/c^2} dt} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad U_i = g_{ik} U^k$$

$$U^i U_i = \frac{dx^i}{ds} \frac{dx_i}{ds} = \frac{ds^2}{ds^2} = 1$$

4-мер. вектор ускорения

$$\frac{dU^i}{ds} = \frac{d^2 x^i}{ds^2} \quad W^i = \frac{dU^i}{ds} \left(\frac{dU^0}{ds}, \frac{dU^x}{ds} \right)$$

т.к. $U^i U_i = 1$ диф-и по ds

$$U_i \frac{dU^i}{ds} + U^i \frac{dU_i}{ds} = 0 \quad A^i B_i = A_i B^i$$

$$U_i \frac{dU^i}{ds} = 0 - \text{уск. и скор. - ортогональны}$$

Релятивистская Механика

Част. — замк. сис-ма. Принцип наименьшего действия: для каждой мех. сис-мы существует такой инт-ал — действие, кот

$$L \approx -L_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right) = -L_0 + \frac{L_0 v^2}{2c^2}$$

несущая

$$\alpha = mc$$

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad - \text{ф-ция Лагранжа свобод. ч.}$$

$$S = -mc \int ds$$

$$P^\alpha = \frac{\partial L}{\partial v^\alpha} \quad (\vec{P} = \frac{\partial L}{\partial \vec{v}})$$

$$P^\alpha = \frac{\partial}{\partial v^\alpha} \left(-mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) =$$

$$= \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\vec{P} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$c \rightarrow \infty \quad \vec{P} = m\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} \quad - \text{сила (изм. импульса со временем)}$$

$$\underline{1.} \quad \vec{v} = v_0 \vec{e} \quad \text{менее. направление (по окр.)}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{m v_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{e}}{dt} = \frac{m \frac{d\vec{e}}{dt}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\underline{2.} \quad \vec{v} = v \vec{e} \quad - \text{мен. величину}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{e}_0 m \frac{d}{dt} \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m \frac{dv}{dt}}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{3/2}} \vec{e}_0 = \frac{m \frac{d\vec{e}}{dt}}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{3/2}}$$

$$\underline{E} = \vec{v} \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} - L = \vec{v} \cdot \vec{P} - L = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

энергия

$$v=0 \quad E = mc^2 \quad - \text{эл. покоя э-ст.}$$

имеем min вдоль траект. движение част
вариаций такого инт-на поля

a  мировая точка
 $(t, x, y, z \rightarrow x^i)$

произв. траект - вариации

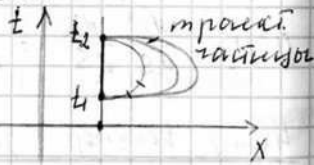
действ. траект $\rightarrow$ вариация вдоль ЭТ. Траект

S-инт-ал действия

поиск мин. вариат - скаляр, и значит содержит
дис-ал 1-й степени, где свобод. частицы
это интервал

$$S = \int_a^b dS \quad \text{инт-ал мин "—"}$$

$L > 0$ инт. дейст. $dt_0 = \frac{dS}{c}$
дл. тракт.



Мир. линии - параллельные
- совокупн. мир. точек

$t_0 = \frac{1}{c} \int dS$ $\rightarrow$ закон гравит. и инерт. индифферентности

Е. не было для "—" было бы только max вдоль мировой

$$dt_0 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad dS = c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt$$

$$S = - \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt = \int_{t_1}^{t_2} L dt \quad \text{поиск мин. ф-ции - ф-ция Лагранжа}$$

$$L = - \int c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad L_{rel} = \frac{mv^2}{2}, \text{ т.е. } v \ll c \text{ то}$$

Энергия частицы всегда положительна.

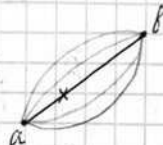
$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad c \rightarrow \infty; \quad mc^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \\ = mc^2 \left(1 - \frac{1}{2} \left(-\frac{v^2}{c^2} + \dots\right)\right) = \\ = mc^2 + \frac{mv^2}{2}$$

в. $m \neq 0$ $v \rightarrow c$ $E \rightarrow \infty$
 масса $c \uparrow m$ не имеет гл. с.т.
 $\vec{P} = \frac{E\vec{v}}{c^2}$ $v \rightarrow c$ $E = cp$ - част. с. движется -
 фотон

25.09.04

В 4х мерном (век) пр-ве

$$S = -mc \int_a^b dS \text{ - кривая геометрия}$$



Вариационная геометрия $v_i \rightarrow$ геометрия пространства

$$\delta S = 0 \quad \delta S = -mc \int_a^b \delta dS \quad dS^2 = dx^i dx_i$$

Рассмотрим:

$$\delta dS^2 = 2dS \delta dS = \delta dx^i dx_i = dx_i \delta dx^i + dx^i \delta dx_i = *$$

$$\{A_i A^i = g_{ik} A^k A^i = A^k g_{ki} A^i = A^k A_k\} \text{ инв. относительно сужения}$$

$$* = 2 dx_i \delta dx^i = 2 dx_i d\tilde{\delta x}^i, \quad \text{где част. геометрия на } dS$$

$$\delta dS = \frac{dx_i}{dS} d\tilde{\delta x}^i = U_i d\tilde{\delta x}^i = d(U_i \tilde{\delta x}^i) - \tilde{\delta x}^i dU_i = d(U_i \tilde{\delta x}^i) -$$

$$- \frac{dU_i}{dS} \tilde{\delta x}^i dS \quad \text{4х мер сужение}$$

$$\delta S = -mc \int_a^b \left\{ d(U_i \tilde{\delta x}^i) - \frac{dU_i}{dS} \tilde{\delta x}^i dS \right\} = -mc U_i \tilde{\delta x}^i \Big|_a^b +$$

$$m\vec{U}^0 = \frac{\vec{E}}{c} \quad m\vec{U}^\alpha = \vec{P}^\alpha \rightarrow \boxed{m\vec{U}^i \left(\frac{E}{c}, \vec{P} \right)} - \text{4-х мер вектор импульса}$$

$$\frac{dU^i}{ds} = 0 \quad | \cdot m c \rightarrow \frac{dP^i}{ds} = 0$$

гравитат.

$$i=0: \frac{1}{c\sqrt{1-\beta^2}} \frac{d}{dt} P^0 = 0 \rightarrow \frac{dE}{dt} = 0$$

$$i=1: \frac{1}{c\sqrt{1-\beta^2}} \frac{d}{dt} P^\alpha = 0 \rightarrow$$

3-и сохр энергии

$$\rightarrow \boxed{\frac{dP^i}{dt} = 0} - \text{3-н сохр. импульс}$$

Свободная частица - замкнутая сист-ма, на кот не дейст. внеш. силы: полный импульс и энергия сист-мы не измен. и энергии, на внутри могут быть как угодно.

3-на сохр масс в релятив. мех Нет.

$$\frac{Mc^2}{c} = \sum_a (E_a + U_a) \quad E_a = \frac{m_a c^2}{\sqrt{1-\beta_a^2}} \geq m_a c^2$$

Энерг. замкн. мех. сист. в сист-ме центра инерции, т.е. сист-ма где она покоится.
Сист-ма - совокупн. частиц

E у нас сост. частица и др.: $Mc^2 < \sum m_a c^2$ - масса дефект
из протонов и нейтронов

$$\boxed{\Delta m = \sum m_a - M} \quad \text{дефект масс}$$

$\Delta m c^2 = E_{связи}$, чтобы получ. вновь свобод. частицы
части взаимодей. , чтоб добавить как т.т. энергии связи

$$P^i \left(\frac{E}{c}, \vec{P} \right); P_i \left(\frac{E}{c}, -\vec{P} \right) \quad \text{Энерг. и имп. 4-х мер вектор}$$

$$A^0 = \frac{A'^0 + \beta/c \cdot A'^1}{\sqrt{1-\beta^2/c^2}} \Rightarrow \frac{E}{c} = \frac{E'/c + \beta/c \cdot P'^1}{\sqrt{1-\beta^2/c^2}} \quad \text{или на } c \text{ две части}$$

$$+ mc \int_a^b \frac{d\psi^i}{ds} \delta x^i ds - \text{г.м. ст. движ. частицы}$$

$\mathcal{E}$ концы заперты: $\delta x^i|_a = \delta x^i|_b = 0$

$$\delta S = 0; \quad \frac{d\psi^i}{ds} = 0$$

$$ds = c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt$$

Поглищим индекс $\frac{d\psi^i}{ds} = 0$ (чтобы не было минусов)
 $i=0: \frac{d\psi^0}{ds} = \frac{1}{c \sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{d}{dt} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 0$ б-свр. частицы $v = \text{const}$
 $i=2, 2=1, 2, 3$ $i=1, 2, 3, 4$ - 4-ур-ни

$$\frac{d\psi^2}{ds} = \frac{1}{c \sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{d}{dt} \frac{v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 0$$

$\vec{v} = \text{const}$, т.е. направление неизм.

Частица движ. равномер. прямоли.

Рассмотрим движ. вдоль действ. траект. по от a до точки x на траект.

$$\frac{d\psi^i}{ds} = 0$$

$$\delta x^i|_a = 0$$

$$\delta S = -mc\psi_i \delta x^i$$

ф-ция координат

$$-\frac{\partial S}{\partial x^i} = mc\psi_i$$

Классич. мех. $\vec{p} = + \text{grad } S$

импульс

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial S}{\partial t}$$

Энергия

$i=0: -\frac{\partial S}{\partial t} = mc\psi_0 = \frac{mc}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow \mathcal{E} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\partial S}{\partial t}$ совпадет с кл. мех.

$i=2: -\frac{\partial S}{\partial x^2} = mc\psi_2 = -mc\psi^2 \rightarrow mc\psi^2 = (\text{grad } S)^2$

$mc^2 \frac{v^2}{c \sqrt{1 - v^2/c^2}} = p^2 = (\text{grad } S)^2 \rightarrow \vec{p} = \text{grad } S$ - совпадет

и переход к чужой координ.

$$A^2 = A'^2, A^3 = A'^3$$

$$E = \frac{E' + V P'_x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$i=1: A' = \frac{A'' + V/c \cdot A''^0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \rightarrow P' = \frac{P'' + V/c \cdot P''^0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$P_x = \frac{P'_x + V/c^2 \cdot E'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$c \rightarrow \infty$ инвариантность.

$$\vec{P} = \vec{P}'; E = E' + V P'_x$$

$$P_y = P'_y \quad P_z = P'_z$$

$$\underbrace{P^i P_i}_{\text{скаляр}} = m^2 c^4 \underbrace{4^i U_i}_1 = m^2 c^4$$

- квадрат 4-х мер импульса
пропор $m^2 c^4$

где фотона. $P_y P_x = 0$ т.к $m=0$

$$P^i P_i = m^2 c^4 \text{ суммир по } i \quad P^0 P_0 + P^x P_x = \frac{E^2}{c^2} - P_x^2 = m^2 c^4$$

$$E = c \sqrt{P^2 + m^2 c^2}$$

Энерг. импульс - инвариант
для ф-ции Гамильтона

$$H = c \sqrt{P^2 + m^2 c^2}, \quad \text{если } v \ll c - \text{ част. нерелатив.} \rightarrow \vec{P} = m \vec{v}$$

$$H \approx [m c \cdot \sqrt{1 + P^2/m^2 c^2}] \approx m c^2 (1 + \frac{P^2}{2 m^2 c^2} + \dots) = m c^2 + \frac{P^2}{2 m}$$

$$H_{кл} = \frac{P^2}{2 m}$$

$$P_i = - \frac{\partial S}{\partial x^i} \text{ подем в } P^i P_i \text{ (суммир. индекс)}$$

$$g^{ik} P_i P_k = m^2 c^4 \quad * g^{ik} \frac{\partial S}{\partial x^i \partial x^k} - m^2 c^2 = 0 \text{ - ур-ие}$$

релятив. Гамильт-Якоби

$$\text{в классик.: } H_{кл} = \frac{P^2}{2 m} \rightarrow \frac{1}{2 m} (\text{grad } S_{кл})^2 = - \frac{\partial S_{кл}}{\partial t}$$

* Суммир по i и по k (g^{ik} - глос. матриц.)

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x^0}\right)^2 - (\text{grad } S)^2 - m^2 c^2 = 0$$

$$x^0 = ct$$

$$\mathcal{E} = mc^2 + \mathcal{E}_{\text{кин}} \quad \text{при } v \ll c$$

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial S}{\partial t} \quad \mathcal{E}_{\text{кин}} = -\frac{\partial S_{\text{кин}}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S_{\text{кин}}}{\partial t} - mc^2$$

интегрируя по t

$$S = S_{\text{кин}} - mc^2 t$$

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial S_{\text{кин}}}{\partial t} - mc^2 \right)^2 - (\text{grad } S_{\text{кин}})^2 - m^2 c^2 = 0$$

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial S_{\text{кин}}}{\partial t} \right)^2 - 2m \frac{\partial S_{\text{кин}}}{\partial t} + m^2 c^2 - (\text{grad } S_{\text{кин}})^2 - m^2 c^2 = 0$$

$$c \rightarrow \infty : \text{гем на } 2m : \frac{1}{2m} (\text{grad } S_{\text{кин}})^2 = -\frac{\partial S_{\text{кин}}}{\partial t}$$

Задача на установление

1 Распад на 2 частицы, уже не взаимодействующие

$$\text{з.н. сохр. } Mc^2 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \quad \text{может распасться к } M > m_1 + m_2$$

M - масса исход. частицы

$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$ - эн после распада

$$0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad \text{з.н. сохр эн}$$

Полн. имп. в сист. центра
масс равен 0

т.к. покоиться

$$p_1^2 = p_2^2 \quad | \cdot c^2$$

$$\mathcal{E}_1^2 - m_1^2 c^4 = \mathcal{E}_2^2 - m_2^2 c^4$$

Члены равны массам -

Пусть m_1, m_2, M - известны. Найти $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ - ?

$$\mathcal{E}_1^2 - \mathcal{E}_2^2 = (m_1^2 - m_2^2) c^4$$

$$\rightarrow (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) = (m_1^2 - m_2^2) c^4$$

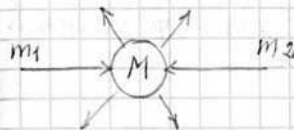
$$\left\{ \begin{aligned} \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 &= \frac{m_1^2 - m_2^2}{M} c^2 \\ \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 &= Mc^2 \end{aligned} \right.$$

" Mc^2 "

$$\mathcal{E}_1 = \frac{m_1^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M} c^2$$

$$\mathcal{E}_2 = \frac{m_1^2 + m_2^2 - m_1^2}{2M} c^2$$

2. Обратная задача: $\mathcal{E}$ сталкив. 2 частицы и образ. составная частица



Может в данн. распасться
1. $\vec{P}_1 \mathcal{E}_1, m_1$ перейд в сист. центра инерции
м.д. инерции
исход. найти скорость сист. центра инерции?

$$\vec{P}_1, \mathcal{E}_1$$

$$\vec{P} = \sum_a \vec{P}_a \quad \mathcal{E} = \sum_a \mathcal{E}_a$$

Скорость как

$$\vec{V} = \frac{c^2 \vec{P}}{\mathcal{E}}$$

$$\vec{V}_{ц.и.} = \frac{c^2 \sum_a \vec{P}_a}{\sum_a \mathcal{E}_a}$$

е. перейти в СД $\vec{V} = \vec{V}_{ц.и.}$
в инерц. сист. сист. будет покоиться

$$\vec{V} = \frac{c^2 \vec{P}_1}{\mathcal{E}_1 + m_2 c^2}$$

1*

$$M^2 c^4 = \mathcal{E}^2 - c^2 \vec{P}^2 = (\mathcal{E}_1 + m_2 c^2)^2 -$$

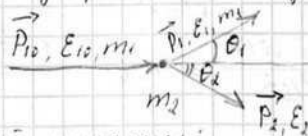
$$- c^2 \vec{P}_1^2 = \mathcal{E}_1^2 + 2 m_2 c^2 \mathcal{E}_1 + m_2^2 c^4 - \mathcal{E}_1^2 - m_1^2 c^4 \Rightarrow \text{даны на } c^4 \}$$

$$\mathcal{E}_1^2 - m_1^2 c^4 \quad M^2 = 2 m_2 \frac{\mathcal{E}_1}{c^2} + m_1^2 + m_2^2$$

Упругое рассеяние частиц

при столкн. внутр. св-ва неизмен.

Выбор СД



Зная нач. данные стр P_1, P_2, E_1, E_2 и углы разлн. θ_1 и θ_2 отдают E_2

В сист. ц.и. инерции:

$$\vec{V} = \frac{c^2 \vec{P}_{10}}{E_{10} + m_2 c^2}$$

В С.и.и. все вел. известны

S | S'

в системе S покоится
в S' - движ. со скор. (-V)

E'_{20} - до столк. в С.и.и

$$E'_{20} = \frac{m_2 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad E'_{10} + E'_{20} = E'_1 + E'_2 \quad \text{з-н сохр. энергии}$$

$$\vec{P}'_{10} + \vec{P}'_{20} = 0 \quad \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 = 0$$

$$\sqrt{P_{10}'^2 + m_1^2 c^2} + \sqrt{P_{20}'^2 + m_2^2 c^2} = \sqrt{P_1'^2 + m_1^2 c^2} + \sqrt{P_2'^2 + m_2^2 c^2}$$

$$\sqrt{P_{10}'^2 + m_1^2 c^2} + \sqrt{P_{20}'^2 + m_2^2 c^2} = \sqrt{P_1'^2 + m_1^2 c^2} + \sqrt{P_2'^2 + m_2^2 c^2} \quad \text{вычтем}$$

$$P_{10}' = P_1'$$

$$P_{10}' = P_1' = P_{20}' = P_2' \quad \text{по величине одинаковы}$$

равны по велич. но противоположны по направлению в С.и.и

Найдем E_2 - в л.д.и.и после столкновения

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{E'_2 + v P'_{2x}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{E'_2 + v P'_{20}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{E'_2 + v P'_{20}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{E'_2 + v P'_{20}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ &= \frac{E'_{20} - P'_{20} \cos \chi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\frac{m_2 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{m_2 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{v}{c^2} \cos \chi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{m_2 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{v^2}{c^2} (1 - \cos \chi) \right) \end{aligned}$$

$$E_2 = m_2 c^2 + \frac{v^2/c^2}{1 - v^2/c^2} \cdot (1 - \cos \chi) m_2 c^2 \quad \text{мы нашли } E_2 = f(\chi)$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{c^2 P_{10}^2}{(\varepsilon_{10} + m_2 c^2)^2} = \frac{\varepsilon_{10}^2 - m_1^2 c^4}{(\varepsilon_{10} + m_2 c^2)^2}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{\varepsilon_{10}^2 + 2m_2 c^2 \varepsilon_{10} + m_2^2 c^4 - \varepsilon_{10}^2 + m_1^2 c^4}{(\varepsilon_{10} + m_2 c^2)^2} = \frac{(m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2m_2 \varepsilon_{10})}{(\varepsilon_{10} + m_2 c^2)^2} \cdot c^2$$

$$\underline{\varepsilon_2} = m_2 c^2 + \frac{m_2 (\varepsilon_{10}^2 - m_1^2 c^4) (1 - \cos \chi)}{m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2m_2 \varepsilon_{10}}$$

Экстрим, когда должна передаваться вторая
или при столкновении (δE)

$$\underline{\varepsilon_1} = \varepsilon_{10} - \frac{m_2 (\varepsilon_{10}^2 - m_1^2 c^4) (1 - \cos \chi)}{m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2m_2 \varepsilon_{10}}$$

$$\varepsilon_2 = m_2 c^2 + \delta E \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_{10} - \delta E \quad \text{при min когда } \chi = \pi - \text{модов. столкнов.}$$

$$\varepsilon_{1min} = \varepsilon_{10} - \frac{2m_2 (\varepsilon_{10}^2 - m_1^2 c^4)}{m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2m_2 \varepsilon_{10}} =$$

$$= m_1^2 c^2 + (\varepsilon_{10} - m_1 c^2) \left\{ 1 - \frac{2m_2 (\varepsilon_{10} + m_1 c^2)}{m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2m_2 \varepsilon_{10}} \right\} =$$

$$= m_1^2 c^2 + (\varepsilon_{10} - m_1 c^2) \left\{ \frac{m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2m_2 \varepsilon_{10} - 2m_2 \varepsilon_{10} - 2m_2 m_1 c^2}{m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2m_2 \varepsilon_{10}} \right\} =$$

$$= m_1^2 c^2 + c^2 (\varepsilon_{10} - m_1 c^2) \left\{ \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2m_2 \varepsilon_{10}} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon_{1min} - m_1 c^2}{\varepsilon_{10} - m_1 c^2} = \frac{T_{1min}}{T_{10}} = \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1^2 + m_2^2 + 2m_2 \varepsilon_{10}/c^2}$$

02 10 04

T_{1min} — мин. энт. после столкнов.

$$\underline{\delta E} \quad \chi \ll \pi: \quad \varepsilon_{10} \approx m_1 c^2 \quad \frac{T_{1min}}{T_{10}} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$$

$$\underline{\delta E} \quad \chi \rightarrow \pi: \quad \varepsilon_{10} \rightarrow \infty \quad \frac{T_{1min}}{T_{10}} \rightarrow 0$$

$$\varepsilon_{1min} - m_1 c^2 \approx \left\{ \frac{(m_1 - m_2)^2}{2m_2 \varepsilon_{10}} \cdot c^2 \right\} \approx \frac{(m_1 - m_2)^2}{2m_2 \frac{\varepsilon_{10}}{c^2}} \cdot \varepsilon_{10} \rightarrow \varepsilon_{1min} =$$

$$= \frac{2m_2 m_1 + (m_1 - m_2)^2}{2m_2} c^2 + \frac{m_1^2 + m_2^2}{2m_2} \cdot c^2$$

Полн. передан. энергия.

$$\frac{\delta E_{\max}}{E_{10}} = \frac{2m_2 (E_{10}^2 - m_1^2 c^4)}{(m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2m_2 E_{10}) E_{10}}$$

1. $E_{10} \gg m_2$

1a. $\delta \ll L$ - не релятив. случай $\rightarrow$ гравитация по срод

$$E_{10} = m_1 c^2 + \frac{m_1 \delta^2}{2}$$

$$\frac{\delta E_{\max}}{E_{10}} = \frac{2m_2 \cdot 2m_1 c^2 \cdot \frac{m_1 \delta^2}{2}}{(m_1^2 c^2 + 2m_2 m_1 c^2) m_1 c^2} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{\delta^2}{c^2} \ll 1$$

1b. $\delta \rightarrow L$: $\frac{\delta E_{\max}}{E_{10}} \approx \frac{2m_2 E_{10}^2}{(m_1^2 c^2 + 2m_2 E_{10}) E_{10}} = \frac{1}{1 + \frac{m_1^2 c^2}{2m_2 E_{10}}} \approx 1$, при $E_{10} \gg \frac{m_1^2 c^2}{m_2}$

$E_{10} \rightarrow \infty$

2. $m_2 \gg m_1$

2a. $\delta \ll L$

$$E_{10} = m_1 c^2 + \frac{m_1 \delta^2}{2}$$

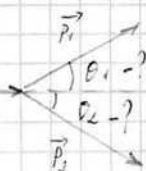
$$\approx \frac{2m_2 \delta^2}{m_2 c^2} \ll 1$$

$$\frac{\delta E_{\max}}{E_{10}} = \frac{2m_2 \cdot 2m_1 c^2 \cdot \frac{m_1 \delta^2}{2}}{(m_1^2 c^2 + 2m_2 m_1 c^2) m_1 c^2}$$

2b. $\delta \rightarrow L$
 $E_{10} \rightarrow \infty$

$$\frac{\delta E_{\max}}{E_{10}} \approx \frac{2m_2 E_{10}^2}{(m_1^2 c^2 + 2m_2 E_{10}) E_{10}} = \frac{1}{1 + \frac{m_1^2 c^2}{2m_2 E_{10}}} \approx 1$$

при $E_{10} \gg m_2 c^2$

$\vec{P}_0$ 

3-й сохр. импульса и энергии в 4-мер
буге

$$P_{10}^i + P_{20}^i = P_1^i + P_2^i \quad i=0 - \text{энергия}$$

$$i=1, 2 - \text{импульсы}$$

4-й гр-м: $i=0, 1, 2, 3$

1) θ_1 - ?

$$P_{10}^i + P_{20}^i - P_1^i = P_2^i$$

$$(P_{10}^i + P_{20}^i - P_1^i)(P_{10i} + P_{20i} - P_{1i}) = P_2^i P_{2i} \quad (\text{отброс. погрешн.} \rightarrow \text{2-е уравн.})$$

$$P_{10}^i P_{10i} + P_{20}^i P_{20i} + P_1^i P_{1i} + 2 P_{10}^i P_{20i} - 2 P_{10}^i P_{1i} - 2 P_{20}^i P_{1i} = P_2^i P_{2i}$$

$$P^i P_i = m^2 c^2$$

$$m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + m_1^2 c^2 + 2 \frac{E_{10} E_{20}}{c^2} - 2 \frac{E_{10} E_1}{c^2} - 2 \frac{E_{20} E_1}{c^2} + 2 P_{10}^1 P_{11} + 2 P_{20}^1 P_{11} - 2 P_{10}^2 P_{12} - 2 P_{20}^2 P_{12} = m_2^2 c^2$$

(пополняем знамен. и к. погрешн.)

2-й закон сохранения

$$P_{10}^1 P_{11} = P_{10} P_1 \cos \theta_1$$

$$\cos \theta_1 = \frac{1}{P_{10} P_1 c^2} \{ E_1 (E_{10} + m_1 c^2) - m_1 c^4 E_{10} - m_1^2 c^4 \}$$

2) θ_2 - ? $P_{10}^i + P_{20}^i - P_2^i = P_1^i$ $P_{20}^i = 0$ - погрешность

$$m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + m_1^2 c^2 + 2 \frac{E_{10} E_2}{c^2} - 2 \frac{E_{10} E_1}{c^2} + 2 P_{10}^1 P_{11} \cos \theta_2 - 2 \frac{m_2 c^4}{c^2} \frac{E_2}{c^2} = m_1^2 c^2$$

$$\cos \theta_2 = \frac{1}{P_{10} P_2 c^2} \{ E_2 (E_{10} + m_1 c^2) - E_{10} m_2 c^2 - m_1^2 c^4 \} =$$

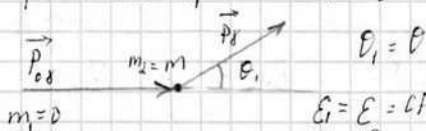
$$= \frac{1}{c^2 P_{10} P_2} \{ E_{10} (E_2 - m_2 c^2) - (m_2 c^2 - E_2) \} = \frac{1}{c^2 P_{10} P_2} (E_2 - m_2 c^2) (E_{10} - m_2 c^2)$$

$$E_i = c \sqrt{P_i^2 + m_i^2 c^2} \rightarrow \theta_i = f(P_i) \rightarrow \text{находим на max и min}$$

Ломка
взгляда
на $P_z = 0$
и подстав

$m_1 \gg m_2$: $\sin \theta_1 \max = \frac{m_2}{m_1}$

Эффект Комптона
разности фотона на e^-



$E_i = E = c p$ для фотона
 $E_e = E_0$

$\cos \theta = \frac{E(E + mc^2) - mc^2 E_0}{E_0 E} = \left\{ \text{длина волны} \right\} = 1 + \frac{mc^2}{E_0} - \frac{mc^2}{E}$

$\frac{mc^2}{E} = \frac{mc^2}{E_0} + 1 - \cos \theta \rightarrow E = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{mc^2}(1 - \cos \theta)}$
Э. ф. после
столкновения

$E = \hbar \omega$
 $E_0 = \hbar \omega_0$

$\omega = \frac{\omega_0}{1 + \frac{\hbar \omega_0}{mc^2}(1 - \cos \theta)} = \omega_0 \text{ на Комптона}$

ω -зависимость

$\frac{\hbar \omega_0}{mc^2} = \frac{h}{mc} \cdot \frac{\omega_0}{2\pi c} = \frac{\lambda_c}{\lambda_0}$

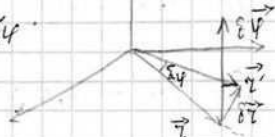
$\omega = \frac{\omega_0}{1 + \frac{\lambda_c}{\lambda_0}(1 - \cos \theta)}$

λ_c -компл. д-л волны $e^- = 2.4 \cdot 10^{-10} \text{ см}$

$\lambda_0 = c T_0 = c \frac{2\pi}{\omega_0}$

Момент импульса мех. системы
- ввиду изотропии пространства момент импульса сохраняется

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{p}$
полорот на $\delta \varphi$
вокруг оси Z



$\vec{r}' = \vec{r} + \delta \vec{r}$

$\delta \vec{r} = \delta \varphi \times \vec{r}$

$$M^{ik} = \sum (x^i p^k - x^k p^i) - 4 \text{х мір} \text{ мінус момент імпульсу}$$

$$M^{ik} = -M^{ki} \rightarrow M^{00} = M^{11} = M^{22} = M^{33} = 0$$

показів

$$M^{\alpha\beta} = \sum (x^\alpha p^\beta - x^\beta p^\alpha) = \sum \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon^{\gamma\mu\nu} x^\mu p^\nu = \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \sum (\vec{r} \times \vec{p})^\gamma$$

$$\left\{ \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon^{\gamma\mu\nu} = \epsilon^{\delta\mu\alpha\beta} = (\delta^{\alpha\mu} \delta^{\beta\nu} - \delta^{\alpha\nu} \delta^{\beta\mu}) \right\}$$

$$= \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} M^\delta$$

пространств част 4х мір і 3х мір

$$M^{00} = \sum (x^0 p^0 - x^0 p^0) = \sum (x^0 \cdot \frac{E}{c} - ct p^0) = \text{const}$$

$$\sum E = \text{const}$$

$$\frac{\sum E \vec{r}}{\sum E} - \frac{c^2 \sum \vec{p}}{\sum E} t = \vec{\text{const}}$$

$$\vec{V} = \frac{c^2 \sum \vec{p}}{\sum E} - \text{швидкості як цілого}$$

$$\vec{R} - \vec{V}t = \text{const}$$

$$\vec{R} = \frac{\sum m \vec{r}}{\sum m}, \quad \epsilon \cdot b \leq b \quad E = mc^2$$

$\vec{R} = \frac{\sum E \vec{r}}{\sum E}$

радіус вектор

Заряд і імпульс поле

опис взаємодії частин при помозі електромагнетизму, розглядає ^{поле} і швидкодіє

Клімат: всі тіла (не деформують) діють один на одного. Знає координати і прискорення. Різниця між: не всі тіла

$$X^{\alpha} = X^{\alpha} + (\delta \varphi^{\alpha} X^{\beta})^{\alpha} = X^{\alpha} + \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \delta \varphi^{\beta} X^{\gamma} = X^{\alpha} + \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \delta \varphi^{\beta} X^{\gamma} =$$

тензор
затягив

$$= X^{\alpha} + \delta \Omega^{\alpha\beta} X^{\beta}$$

$\delta \geq \beta$
симметрич

$$\delta \Omega^{\alpha\beta} = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \delta \varphi^{\gamma} - \text{антисимм. тензор: } \delta \Omega^{\alpha\beta} = -\delta \Omega^{\beta\alpha}$$

$\delta \varphi$ -пар-р поворота

$$X^{ii} = X^i + \delta \Omega^{ik} X_k$$

пар. поворота, задан от угла

$$X^{ii} X_i = X^i X_i$$

$$X^{ii} X_i = (X^i + \delta \Omega^{ik} X_k)(X_i + \delta \Omega_{im} X^m) = X^i X_i + \underbrace{\delta \Omega_{im}}_{AS} \underbrace{X^i X^m}_S +$$

$$+ \underbrace{\delta \Omega^{ik}}_{AS} \underbrace{X_i X_k}_S; \text{ тогда квадрат не изменил.}$$

$$\delta \Omega_{ik} = -\delta \Omega_{ik}$$

поворот как угол

$$\delta S = -\sum p_i \delta X^i \Big|_a^b \quad \delta X^i = X^{ii} - X^i = \delta \Omega^{ik} X_k$$

$$\delta S = -\sum \delta \Omega^{ik} p_i X_k \Big|_a^b = -\sum \delta \Omega_{ik} p^i X^k \Big|_a^b = -\delta \Omega_{ik} \sum p^i X^k \Big|_a^b =$$

$$\left\{ p^i X^k = \frac{p^i X^k + p^k X^i}{S^{ik} = S^{ki}} + \frac{p^i X^k - p^k X^i}{A^{ik} = -A^{ki}} \right\}$$

$$= -\frac{1}{2} \delta \Omega_{ik} \sum (p^i X^k - p^k X^i) \Big|_a^b$$

$\delta S = 0$ т.к. сканар. велич. при повороте не изменил

$$\sum (p^i X^k - p^k X^i) \Big|_a^b = \sum (p^i X^k - p^k X^i) \Big|_a^b$$

Значит есть две части $\bigcirc \cdot \bigcirc \leftarrow$ ударим
распростр. излуч. $\rightarrow$ нет ас т/ масса конеч.

Эл. частица - радиус равен 0 / нулевой размер -
точка. харак-ст. как частица. Экспер., скорости

$$S = S_m + S_{mf} \quad \text{— взаимодействие}$$

действ. действ. электр. част.

$$S_m = -mc \int ds \quad S_{mf} = -\frac{e}{c} \int A_i dx^i$$

(для пар-ры част и поля)

e - заряд электрона, A_i - отн. поле (4-мер потенциал)

$$S = - \int \left\{ mc ds + \frac{e}{c} A_i dx^i \right\} = - \int \left\{ mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt + \frac{e}{c} A_i dx^i + \frac{e}{c} A_0 dx^0 \right\} = - \int \left\{ mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{e}{c} A^0 dx^0 + e A_0 \right\} dt = \int L dt$$

в форме Лагранжа

$$A^\mu (\Phi, \vec{A})$$

4-мер. потенциал
потенциал
= A^0

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \frac{e}{c} \vec{A} \vec{v} - e\Phi$$

заряд в поле

$$\vec{p} = \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{e}{c} \vec{A}$$

$\vec{p}_{кин}$

$$\vec{P} = \vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}$$

$$\mathcal{E} = \vec{v} \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} - L = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + e\Phi$$

Энергия электр. частицы $\rightarrow$ ф-ция Гамильтона

$$\mathcal{E} = L \sqrt{\vec{p}^2 + m^2 c^2} + e\Phi = L \sqrt{(\vec{P} - \frac{e}{c} \vec{A})^2 + m^2 c^2} + e\Phi \equiv H_{кин.}$$

$$v \ll c: \quad \mathcal{E}_{кин} = \frac{mv^2}{2} + e\Phi, \quad \vec{P} - \frac{e}{c} \vec{A} = \vec{p} \approx m\vec{v} \quad m \ll m_e$$

$$H_{кин} = \frac{1}{2m} (\vec{P} - \frac{e}{c} \vec{A})^2 + e\Phi$$

09.10.04.

$$H = -\frac{\partial S}{\partial t}, \quad \vec{P} = \text{grad } S$$

$$(\text{grad } S - \frac{e}{c} \vec{A})^2 - \frac{1}{c^2} (\frac{\partial S}{\partial t} + e\varphi)^2 + m^2 c^2 = 0$$

принимая
упрощенно Гамильтон-Якоби
при нулевом поле

Упрощенно гамильтон-Якоби в электр. магн. поле

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \frac{e}{c} \vec{A} \vec{v} - e\varphi$$

- функция Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial L}{\partial q}$$

вариационные уравнения гамильтон-Якоби в электр. магн. поле.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = \frac{\partial L}{\partial \vec{r}} \leftarrow \text{при упрощенно 3х компонентном } (x, y, z)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = \vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{r}} = \text{grad } L = \frac{e}{c} \text{grad}(\vec{A} \vec{v}) - e \text{grad} \varphi =$$

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{r}} (\vec{A} \vec{v}) = \vec{A} = \frac{e}{c} ((\vec{v} \otimes \vec{v}) \vec{A} + \vec{v} \otimes \text{rot} \vec{A}) - e \text{grad} \varphi$$

$$\frac{d\vec{A}(x, y, z)}{dt} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \underbrace{\vec{v} \otimes \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{r}}}_{\vec{v} \otimes \text{grad} \vec{A}} +$$

и упрощенно, т.к. в поле электр. магн. поля $\rightarrow$ не имеем
и поле, где нехотимости заряды и ген. магн. поле

$$+ (\vec{v} \otimes \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{r}}) \vec{A}$$

$$(\vec{v} \otimes \vec{A})$$

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + (\vec{v} \otimes \vec{A})$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{e}{c} (\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + (\vec{v} \otimes \vec{A})) = \frac{e}{c} ((\vec{v} \otimes \vec{A}) + \vec{v} \otimes \text{rot} \vec{A}) - e \text{grad} \varphi$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi \right) + \frac{e}{c} \vec{v} \otimes \text{rot} \vec{A}$$

принимая также -

сумма, которая на 3-й и 4-й компонентах не

Получим уравнение на $\vec{E}$ $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi$, не будем
вектор

второй член - напряженность маг. поля.

$\vec{H} = \omega_L \vec{A}$ - аксиальный вектор

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{H}$$

- ур-ие движения для релятивист-
частиц в Э/м поле
с учетом обоих воздействий
на заряженную частицу, а оно

спр-таки ($\vec{E}$ и $\vec{H}$ - напряженности)

$\vec{E}(t, \vec{z})$, $\vec{H}(t, \vec{z})$ в ур-ии брать поле в т. где
з-г находится, т.е. близкорасположенно

т.е. $\vec{E} = 0$ - маг. поле, с. $\vec{H} = 0$ - эл. поле

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = c \sqrt{p^2 + m^2 c^2}$$

исх. эн з-га

$$dE_k = \frac{c \vec{p} \cdot d\vec{p}}{\sqrt{p^2 + m^2 c^2}} = \frac{c \vec{p} \cdot d\vec{p}}{E_k} = \vec{v} \cdot d\vec{p}$$

изм. эн. кин. энергии

$$\frac{dE_k}{dt} = \vec{v} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v} \cdot \left\{ e\vec{E} + \frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{H} \right\} = e\vec{v} \cdot \vec{E} \quad | \text{галил на } dt$$

изм. кин. эн. в эл. маг. поле в од. времени запис
только от $\vec{E}$

$dE_k = e\vec{E} d\vec{z}$ - работа над з-сом, только электр
поле соверш. эту работу
маг. поле не соверш. работу над частицей

Замен $t \rightarrow -t$ в мех. не ин. инв. ур-ии,
в. происхожд. мех. движ. в прямом направлении,
оно может происх. и в обратном, т.е.
инвариантно к этой замене

В релятив. мех. : $\frac{d\vec{p}}{dt} \rightarrow \frac{d\vec{p}}{d(-t)}$; $\vec{E} \rightarrow \vec{E}$; $\vec{H} \rightarrow -\vec{H}$

изм. маг. эн. оставить; $\psi \rightarrow \psi$, $\vec{A} \rightarrow -\vec{A}$

* $A_i = A'_i + \frac{\partial f}{\partial x^i}$

потому могут отличаться на постоянную величину, а при движении, т.е. в 4-мерности $\rightarrow$ E-однородность

$A^i = A'^i + \frac{\partial f}{\partial x^i}$, f - ф-ция и коорд и время - скаляр.
 напри-им, поле магнитное
 $S_{mf} = -\frac{e}{c} \int A_i dx^i = -\frac{e}{c} \int A'_i dx^i - \frac{e}{c} \int \frac{\partial f}{\partial x^i} dx^i = -\frac{e}{c} \int_a^b A'_i dx^i - \frac{e}{c} f \Big|_a^b$
 * "лучи инд." интегр. по контуру

Аоднор.
 δE неодн.
 A и ψ

$\delta S_{mf} = -\frac{e}{c} \dots ; A(\psi, \vec{A})$ $\delta f|_a = 0$

$E = E'$?
 $H = H'$?
 проверить

$\vec{A} = \vec{A}' - \text{grad} f$ $\psi = \psi' + \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t}$ предполагаемое преобразование

$\psi = 0$ - предположение (скаляр, т.к. вектор $\neq$ 3-мер.)

$\vec{E}, H$ независ. от времени $\rightarrow \vec{A} \neq \vec{A}(t), \psi \neq \psi(t)$

* $\vec{E} = -\text{grad} \psi$ $\vec{H} = \text{rot} \vec{A}$

Электр. поле, с течением до пост. величины (потенц. к. или точки $\psi|_{\infty} = 0$ на бесконечности)

$\vec{A} = \vec{A}' + \text{grad} f$; $\vec{H} = \vec{H}' - \text{grad} f$ с течением $= 0$

Энергия 3-го и 4-го. во времени, т.к. L инвариант относительно времени, совпадает с H

$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + e\psi$ потенц. эл., затем от скаляр. потенциал.
 потенциал эл.

Потенц. и однород. эл. маг. поле
 $\vec{E}, H$ независ. от t и коорд. $\vec{E} = \vec{E}_0$

$d\psi = -\vec{E} d\vec{r}$ из * $d\psi_0 = -\vec{E}_0 d\vec{r} \rightarrow \psi_0 = -\vec{E}_0 \cdot \vec{r}$ - потенциал

Потенц. и однород. разнород. магнитное поле

магн. однород. поле

$\vec{H}_0, \vec{A}_0 = \frac{1}{2} \vec{H}_0 \times \vec{r}$ $\text{rot} \vec{A} = \frac{1}{2} \nabla \times (\vec{H}_0 \times \vec{r}) = \frac{1}{2} [\vec{H}_0 \text{ div} \vec{r} - (\vec{H}_0 \cdot \nabla) \vec{r}] = \vec{H}_0$ вектор потенц. однород. магн. поля

$\vec{A}' = (-H_0 y, 0, 0)$ - омега: малые не ноль, в. параметризм мени
 но ось Z $\vec{H}_0 = \vec{E}_Z H_0$
 $\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{H}_0 \times \vec{r} = \frac{H_0}{2} \vec{E}_Z \times \vec{r}$; $A_x = -\frac{H_0}{2} y$; $A_y = \frac{H_0}{2} x$; $A_z = 0$; $\{(\vec{a} \times \vec{b})\}_z = a_x b_y - a_y b_x$
 $\vec{H}_0 = \vec{E}_Z \text{ rot } \vec{A}' = \frac{\partial}{\partial x} A'_y - \frac{\partial}{\partial y} A'_x = H_0$

Проверим, что действительно так: $\vec{H}_0 = \vec{E}_Z \text{ rot } \vec{A}' = \frac{\partial}{\partial x} A'_y - \frac{\partial}{\partial y} A'_x = H_0$

$\vec{E}_x \text{ rot } \vec{A}' = 0$, $\vec{E}_y \text{ rot } \vec{A}' = 0$ - gotta проверить
 $A'_x = -H_0 y$; $A'_y = 0$; $A'_z = 0$

ил. $\vec{A} = \vec{A}' + \text{grad } f(\vec{r})$; $\vec{E}_x$: $-\frac{H_0}{2} y = -H_0 y + \frac{\partial f}{\partial x}$
 $\vec{E}_y$: $\frac{H_0}{2} x = \frac{\partial f}{\partial y}$; $\vec{E}_z$: $0 = \frac{\partial f}{\partial z}$

Найдём f ! $f = f(x, y)$ ил.

$f(x, y) = \frac{H_0}{2} xy + f_1(x)$; $f_1(x)$ ил.

$\frac{H_0}{2} y = \frac{H_0}{2} y + \frac{df_1}{dx} \rightarrow f_1 = \text{const}$; $f(x, y) = \frac{H_0}{2} xy$

разное нормирование от-от омега и мени мен-мале 3-го

1. Рассчитаем глупе примитив. (раси) в поле омега ЭД поле

$\vec{H} = 0$; $\vec{E} =$; $\frac{d\vec{P}}{dt} = e\vec{E}$; $\vec{P}_0 = (0, P_{0y}, 0)$ - глупе примитив

ось y - по нат. импульсу, x - по нат. импульсу

$\vec{P}_0$; $\frac{dP_x}{dt} = eEt$; $\frac{dP_y}{dt} = 0$; $\frac{dP_z}{dt} = 0 \rightarrow P_z = 0$; $P_y = P_0$

$P_x = eEt$ (const = 0) ; $P_y = P_0$; $P_z = 0$

$\vec{P} = \frac{E_k \vec{v}}{c^2}$; $E_k = \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4} = \sqrt{c^2 (P_0^2 + (eEt)^2) + m^2 c^4}$

Найдём скорость: $\vec{v} = \frac{c^2 \vec{P}}{E_k}$; E_k - нат. энергия

$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{c^2 eEt}{E_k}$; $E_k = \sqrt{c^2 P_0^2 + (eEt)^2 + m^2 c^4}$

$= \sqrt{E_0^2 + (eEt)^2}$; E_0 - нат. энергия

ил.

$$X = \int \frac{c^2 E E_L d\tau}{\sqrt{E_0^2 + (c E E_L)^2}} = \sqrt{E_0^2 + (c E E_L)^2} / E + \text{const} : \text{при } t=0 \quad X=0$$

$$X = \frac{E_0}{c E} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{c E E_L}{E_0^2} \right)^2} - 1 \right) \quad \text{и } P_y = P_0, \quad \vec{P} = \frac{E_L \vec{r}}{c^2} :$$

$$\frac{dy}{dL} = \frac{c^2 P_0}{E K} = \frac{c^2 P_0}{\sqrt{E_0^2 + (c E E_L)^2}} \Rightarrow y = \frac{c^2 P_0}{E_0} \int \frac{dL}{\sqrt{1 + \left(\frac{c E E_L}{E_0^2} \right)^2}} = \left\{ \frac{c E E_L}{E_0} = \tilde{L} \right\}$$

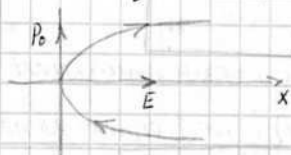
$$= \frac{c^2 P_0}{E_0} \frac{E_0}{c E E_L} \int \frac{d\tilde{L}}{\sqrt{1 + \tilde{L}^2}} = \frac{c P_0}{E E} \text{Arsh} \tilde{L} = \frac{c P_0}{E E} \text{Arsh} \left(\frac{c E E_L}{E_0} \right)$$

$$y = \frac{c P_0}{E E} \text{Arsh} \left(\frac{c E E_L}{E_0} \right)$$

$$\text{sh} \left(\frac{E E}{c P_0} y \right) = \frac{c E E_L}{E_0} \quad X = \frac{E_0}{c E} \left[\text{ch} \left(\frac{E E}{c P_0} y \right) - 1 \right] \quad \text{таким образом}$$

не применим. случай: $L \ll l : l \rightarrow \infty, E_0 \approx mc^2$

$$X = \frac{mc^2}{c E} \int \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{c E y}{c m l} \right)^2 - X \right] = \frac{E E}{2 m l^2} y^2 - \text{но параболы}$$



2. Звучит так в нем сгруппированы

$$E=0, H \neq 0 \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{e}{c} \vec{r} \times \vec{H} \quad \text{ось } Z - \text{направление маг. поля}$$

$$\vec{H} = H \vec{e}_z$$

$$V=0, E_K = \text{const} \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{e H}{c} \vec{r} \times \vec{e}_z \quad \text{т.к. не соверши работы} \rightarrow \text{импульс кин. постоянн}$$

$$\vec{P} = \frac{E_K \vec{v}}{c^2}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e H}{E_K} \vec{r} \times \vec{e}_z$$

$$\boxed{\frac{e H}{E_K} = \omega_H} - \text{связанный радиус } \left[\frac{1}{\text{сек}} \right]$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \omega_H \vec{r} \times \vec{e}_z$$

- проектор. на ось:

$$(1) \frac{d\tilde{v}_x}{dt} = \omega_H \tilde{v}_y \quad (2) \frac{d\tilde{v}_y}{dt} = -\omega_H \tilde{v}_x \quad \text{и} \quad \frac{d\tilde{v}_z}{dt} = 0 \quad \tilde{v}_z = v_{0z}$$

$Z = v_{0z} t + Z_0$ - движение по оси Z равноускоренно

В мк-ми ху. уан. 2-е на i и + с первой

$$\frac{d}{dt}(\vec{v}_x + i\vec{v}_y) = -i\omega_H(\vec{v}_x + i\vec{v}_y) \rightarrow \vec{v}_x + i\vec{v}_y = a e^{-i\omega_H t} =$$

$$\left\{ \begin{aligned} a &= |a| e^{-i\alpha} \\ \vec{v}_L &= \vec{v}_L e^{-i(\omega_H t + \alpha)} \end{aligned} \right\}$$

$$\vec{v}_x = \vec{v}_L \cos(\omega_H t + \alpha) \quad \vec{v}_y = -\vec{v}_L \sin(\omega_H t + \alpha)$$

$$\vec{v}_x^2 + \vec{v}_y^2 = \vec{v}_L^2 \leftarrow \vec{v}_L - \text{пост} \rightarrow \text{энерг. пост.}$$

скорость откл. скр-ть

$$\begin{cases} x = x_0 + \vec{v}_L \sin(\omega_H t + \alpha) \\ y = y_0 + \vec{v}_L \cos(\omega_H t + \alpha) \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{при } t=0 \\ \text{находим} \\ x_0, y_0 \end{matrix}$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = \vec{v}_L^2 - \text{Лариморовский радиус глимт}$$

$$\boxed{\vec{v}_L = \frac{\vec{v}_L}{\omega_H}}$$

раст. глимт. по лариморовск скр-ти

В мк-ми раст. глимт. по винтовой линии

в. маг. = 0 по скр-ти

$$\vec{v}_L = \frac{\vec{v}_L \cdot \vec{E}_K}{E_H} = \left\{ \vec{p} = \frac{E_K \vec{v}_L}{c^2} \right\} = \frac{c \vec{p}_L}{E_H} \quad \text{чем } H \text{ тем } \vec{v}_L$$

$$\text{Классы: } E \ll C \quad \vec{v}_L = ?$$

$$\vec{v}_H = \frac{E_H}{m c^2} = \frac{E_H}{m C} - \text{перимитив}$$

участок частоты (вращ. в маг. поле)

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e \vec{E} + \frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{H}$$

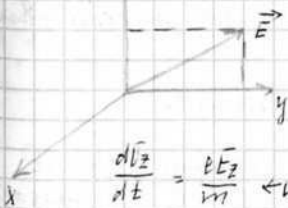
Вспирим Сит. стотита

он z по заг. маг. поле, а м-го x, y - элктр. поле

$$\vec{H} = \vec{v}_H \vec{H} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{eH}{m c} \vec{v} \times \vec{e}_z + \frac{e}{m} \vec{E}$$

$$\vec{v}_H = \frac{eH}{m c} \quad \text{проект на оси:}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \omega_H v_y; \quad \frac{dv_y}{dt} = -\omega_H v_x + \frac{e E_y}{m} \cdot i$$



$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{e E_z}{m} \leftarrow \text{интегрируем: } v_z = \frac{e E_z}{m} t + v_{z0} \rightarrow \text{интер.}$$

15 10 04

$$Z = \frac{CE}{2m} t^2 + \bar{v}_0 z t \quad L=0: Z=0 \text{ — равноиск. движение. } \bar{v}_z \ll c$$

Как гвмт. в м-ти ху: 2-е гомм на и м-ти. с 1

$$\frac{d}{dt} (\bar{v}_x + i \bar{v}_y) + i \omega_H (\bar{v}_x + i \bar{v}_y) = i \frac{e E_y}{m} - \text{const} \quad \text{— ур-ние неоднородное} \rightarrow$$

$$\bar{v}_x + i \bar{v}_y = \bar{v}_c + \frac{e E_y}{H} t \quad \text{там} \quad a = |a| e^{-i\omega_H t} \quad \text{— константа вращ.}$$

реш. однород. част. реш. постоянная $d=c \rightarrow a=b \cdot c$

$$\bar{v}_x = a \cos \omega_H t + \frac{CE_y}{H} t \quad \bar{v}_y = -a \sin \omega_H t$$

Трехси-
га

$$\left\{ \begin{aligned} X &= \frac{a}{\omega_H} \sin \omega_H t + \frac{CE_y}{H} t \quad \leftarrow t=0, X=0 \text{ из нач. укл.} \\ y &= \frac{a}{\omega_H} (\cos \omega_H t - 1) \quad \leftarrow t=0, y=0 \end{aligned} \right. \quad \text{— ур-ние траект. и параметр. в виде}$$

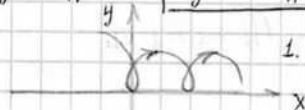
Усредним по периоду: $T = \frac{2\pi}{\omega_H}$, $\bar{v}_x = \frac{CE_y}{H}$, $\bar{v}_y = 0$
 Т.к. скорость $g \cdot d < c \rightarrow \bar{v}_x \ll c \rightarrow E_y \ll H$
 ср. скорость направл. $\perp \vec{H}, \vec{E}$ — дрейфовая скорость

$$\bar{v}_y = \frac{CE_y}{H} \rightarrow \boxed{\bar{v}_y = c \frac{E_{\perp} H}{H^2}}$$

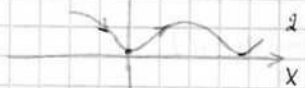
$$2 \text{ случая: } 1) |a| > \frac{CE_y}{H}$$

$$2) |a| < \frac{CE_y}{H}$$

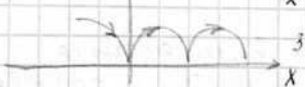
$$3) a = -\frac{CE_y}{H}$$



1.



2.



3.

$$x = \frac{CE_y}{H \omega_H} (\omega_H t - \sin \omega_H t)$$

$$y = \frac{CE_y}{H \omega_H} (1 - \cos \omega_H t) \quad \leftarrow \text{из минимума}$$

Таким ур-ние гвмт. з-да в эл/магн поле $\vec{H}$ мер в иде. положении магнотр эл/магн. поле $\rightarrow$ проис. гвмт. поле при переходе из $S \rightarrow S'$

Векторное произведение нормальных векторов

$$S = - \int_a^b \left\{ \underbrace{m \cdot dS}_{\text{силе дейст. част}} + \underbrace{\frac{e}{c} A \cdot dx}_{\text{силе взаимод. з-об с полем}} \right\}$$

вариант вопроса
 в вариан. = 0
 а 2-й вариант

$$\delta S = - \int_a^b \{ mc \delta ds + \frac{e}{c} \delta A_i dx^i + \frac{e}{c} A_i \delta dx^i \} ; \text{второй и третий}$$

$$\delta ds = \underbrace{u_i \delta dx^i}_{\text{negativ}} ; \quad \delta A_i = \frac{\partial A_i}{\partial x^\kappa} \delta x^\kappa \quad A_i dx^i = d(A_i dx^i) - \delta x^i dA_i$$

$$d(u_i dx^i) - \delta x^i d u_i$$

$$\delta S = - \int_a^b \{ mc [d(u_i dx^i) - \delta x^i d u_i] + \frac{e}{c} \delta A_i /_{ix^\kappa} \delta x^\kappa \cdot \frac{dx^i}{ds} ds + \frac{e}{c} [d(A_i dx^i) - \delta x^i d A_i] \} = - (mc u_i + \frac{e}{c} A_i) \delta x^i \Big|_a^b + \int_a^b \{ mc \frac{du_i}{ds} - \frac{e}{c} (\frac{\partial A_\kappa}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^\kappa}) u_\kappa \} \delta x^i ds$$

$$\left\{ \frac{\partial A_i}{\partial x^\kappa} \delta x^\kappa = \frac{\partial A_i}{\partial x^\kappa} \left(\frac{dx^\kappa}{ds} ds \right) \right\}$$

$$\frac{\partial A_\kappa}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^\kappa} = F_{ik} - \text{вектор магнет. 2-го ранга}$$

$$\delta S = 0 \leftarrow \text{минимум} \quad \delta x^i \Big|_a^b = 0$$

$$\downarrow \quad mc \frac{du_i}{ds} = \frac{e}{c} F_{ik} u^\kappa - \text{уравнение движения 3-го в 4х имп. Вектор}$$

$$\text{в нормальном направлении. } A_i = g_{ik} A^\kappa$$

$$mc \frac{dx^i}{ds} = \frac{e}{c} F^{ik} u_\kappa \quad mc u^i = p^i \rightarrow \frac{dp^i}{ds} = \frac{e}{c} F^{ik} u_\kappa$$

Вариацию считаем как ф-цию координ. на единичной траект.
 $\delta x^i \Big|_a^b = 0$ закрепим, а в промежуток между границами δx^i произвольна.

$$\delta S = - (mc u_i + \frac{e}{c} A_i) \delta x^i \rightarrow - \left(\frac{\partial S}{\partial x^i} \right) = mc u_i + \frac{e}{c} A_i = p_i$$

4х им. обозначим

$$i=0: \quad p_0 = - \frac{\partial S}{\partial x^0} = - \frac{1}{c} \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{E}{c} = mc u_0 + \frac{e}{c} A_0 = \frac{E_{кин} + e\varphi}{c}$$

$$i=1: \quad p_1 = - \frac{\partial S}{\partial x^1} ; \quad p^1 = \frac{\partial S}{\partial x^1} \rightarrow \vec{p} = \text{grad } S = \vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}$$

$$mc u_1 + \frac{e}{c} A_1$$

$$p^i \left(\frac{e}{c}, \vec{p} \right) \quad p_i \left(\frac{e}{c}, -\vec{p} \right)$$

$$p_i = p_i + \frac{e}{c} A_i \rightarrow p_i = p_i - \frac{e}{c} A_i$$

$$p_i p^i = m^2 c^2 = g^{ik} p_i p_k$$

$$= g^{ik} (P_i - \frac{e}{c} A_i) (P_k - \frac{e}{c} A_k)$$

$$g^{ik} \left(\frac{\partial S}{\partial x^i} + \frac{e}{c} A_i \right) \left(\frac{\partial S}{\partial x^k} - \frac{e}{c} A_k \right) - m^2 c^2 = 0$$

ур-ие Гамильтона. Любая 4-мер форма, т.е.

она сохран. в сист. отсчета

- инвариантность ур-ия по отношению к преобраз. Лоренца

Периодичность 3-мер. ф-ии.

вегит = 0

$F_{ik} = -F_{ki}$ - антисимм. тензор $\rightarrow F_{00} = F_{11} = F_{22} = F_{33} = 0$

$$F_{01} = \frac{\partial A_1}{\partial x^0} - \frac{\partial A_0}{\partial x^1} = -\frac{\partial A^1}{\partial x^0} - \frac{\partial \phi}{\partial x^1} = \left\{ -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \phi \right\}^1 = E^1$$

напряж. эл. поля

$$F_{01} = E^1$$

$$k=\beta, i=\alpha \quad F_{\alpha\beta} = \frac{\partial A_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial A_\alpha}{\partial x^\beta} = -\left(\frac{\partial A^\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial A^\alpha}{\partial x^\beta} \right) = -\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial A^\gamma}{\partial x^\delta}$$

формы
показат.
преобраз.

$$\left\{ \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial A^\gamma}{\partial x^\delta} - \epsilon^{\delta\alpha\beta\gamma} \frac{\partial A^\gamma}{\partial x^\delta} = (\delta^{\alpha\delta} \delta^{\beta\gamma} - \delta^{\alpha\gamma} \delta^{\beta\delta}) \right\}$$

$$= -\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} (\nabla_\delta A^\gamma) = -\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} H^\gamma$$

$$F_{\alpha\beta} = -\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} H^\gamma$$

$$F^{ik} : F^{01} = -E^1, F^{12} = -\epsilon^{12\gamma\delta} H^\gamma$$

контравариант. 4-мер. тензор

$$F^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -H_z & H_y \\ E_y & H_z & 0 & -H_x \\ E_z & -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix}$$

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -H_z & H_y \\ -E_y & H_z & 0 & -H_x \\ -E_z & -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix}$$

ур-ие движения в 4-мер. форме

$$\frac{dP^i}{ds} = \frac{e}{c} F^{ik} u_k$$

$$i=0: \frac{dP^0}{ds} = \frac{e}{c} F^{01} u_1 \rightarrow -u^1$$

$$i=1: \frac{dP^1}{ds} = \frac{e}{c} F^{10} u_0 = \frac{e}{c} F^{10} \frac{dt}{ds} = \frac{e}{c} E^1 \left(\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \right) \rightarrow \frac{dE_k}{dt} = e \vec{E} \cdot \vec{v}$$

$$i=2: \frac{dP^2}{ds} = \frac{e}{c} F^{21} u_1 = \frac{e}{c} (F^{20} u_0 + F^{21} u_1) =$$

$$\frac{dP^2}{ds} = \frac{e}{c} \left\{ E^2 \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - e^{\alpha\beta\gamma\delta} H^\gamma \left(\frac{u^\alpha}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \right) \right\}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}(\vec{v} \times \vec{H})$$

не изыскивание ур-ний

$$m\vec{c} \frac{d\vec{u}}{ds} = \frac{e}{c} F^{ik} U_k \cdot U_i$$

$$\rightarrow U_i \frac{dU^i}{ds} = 0, \quad F^{ik} U_k U_i = 0$$

антис. симм.

16.10.04

F^{ik} - это образ напряжен-ти $\vec{E}$ и $\vec{H}$

4-х мер. тензор

$$F^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -H_z & H_y \\ E_y & H_z & 0 & -H_x \\ E_z & -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix}$$

$$F^{ik} = \frac{\partial X^i}{\partial x^{im}} \frac{\partial X^k}{\partial x^{kn}} F^{imn}$$

контравариант



$$x^2 = x^{1,2}, \quad x^3 = x^{1,3}$$

$$E_x = F^{10} = \frac{\partial X^1}{\partial x^{1m}} \frac{\partial X^0}{\partial x^{0n}} F^{imn} = \frac{\partial X^1}{\partial x^{1m}} \left(\frac{\partial X^0}{\partial x^{0n}} F^{imn} + \frac{\partial X^0}{\partial x^{1n}} F^{imn} \right)$$

вторая по д - при скорости но оторавив (иной при d=1)

$$X^0 = \frac{x^{10} + \frac{v}{c} x^{11}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad X^1 = \frac{x^{11} + \frac{v}{c} x^{10}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$x = \frac{\partial X^0}{\partial x^{10}} F^{imn}$$

$$= \frac{\partial X^0}{\partial x^{10}} \left(\frac{\partial X^1}{\partial x^{10}} F^{110} + \frac{\partial X^1}{\partial x^{12}} F^{112} \right) + \frac{\partial X^0}{\partial x^{10}} \left(\frac{\partial X^1}{\partial x^{10}} F^{101} + \frac{\partial X^1}{\partial x^{12}} F^{121} \right) = 0 \text{ т.к. } F^{110} = 0$$

т.к. антисимм $\rightarrow$ все равно 2-м и 3-м нулю

$$E_x = \frac{\partial X^0}{\partial x^{10}} \frac{\partial X^1}{\partial x^{11}} F^{110} + \frac{\partial X^0}{\partial x^{11}} \frac{\partial X^1}{\partial x^{10}} F^{101} = F^{110} \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{v}{c} \right)$$

проделан расчет по формулам к V $\vec{E}$ при преобр Лоренца инвари.

$$E_y = F^{20} = -2\text{-ая компонента не преобр} \rightarrow \text{преобр как 0-ая компонента 4-х вектора}$$

$$= \frac{F^{120} + \frac{v}{c} F^{121}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{E_y' + \frac{v}{c} H_z'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$E_z = F^{30} = \frac{F^{130} + \frac{v}{c} F^{131}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{E_z' + \frac{v}{c} (H_y')}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$H_x = F^{32} = F^{132} = H'_x$$

$$H_y = F^{13} = \frac{F^{113} + \frac{V}{c} F^{103}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{H'_y - \frac{V}{c} E'_z}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$H_z = F^{23} = \frac{F^{213} + \frac{V}{c} F^{203}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{H'_z + \frac{V}{c} E'_y}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

H, E - параллельны в
разных инт. полях

с. $V \ll c$: $E_x = E'_x$, $E_y = E'_y + \frac{V}{c} H'_z$, $E_z = E'_z - \frac{V}{c} H'_y$

$$\vec{E} = \vec{E}' - \frac{1}{c} \vec{V} \times \vec{H}' - \text{вектор Инге}$$

$$H_x = H'_x, H_y = H'_y - \frac{V}{c} E'_z, H_z = H'_z + \frac{V}{c} E'_y$$

$$\vec{H} = \vec{H}' + \frac{1}{c} \vec{V} \times \vec{E}'$$

Пусть мы находим S' в кот. $\vec{H}' = 0$

в S' : $H_x = H'_x = 0$ $H_y = \frac{V}{c} \frac{E'_z}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = -\frac{V}{c} E_z$

$$H_z = \frac{V}{c} \frac{E'_y}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{V}{c} E_y$$

$\vec{H} = \frac{1}{c} \vec{V} \times \vec{E}$, т.е. в какой-либо инт. инт. маг. поле, то во всех других инт. инт. полях взаимно перпендикулярны

Пусть S' : $\vec{E}' = 0$ $E_x = E'_x = 0$

$$E_y = \frac{V}{c} \frac{H'_z}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{V}{c} H_z \quad E_z = -\frac{V}{c} \frac{H'_y}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = -\frac{V}{c} H_y$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \vec{V} \times \vec{H}, \text{ т.е. } -\vec{E} = 0, \text{ то } -\vec{E} \perp \text{ к вектору } \vec{H}$$

$$\left\{ V = c \frac{H}{E} (H < E) \rightarrow H = 0 \quad V = c \frac{E}{H} (E < H) \rightarrow E = 0 \right\}$$

Каковы инварианты электромагнитного поля?

В 4-мер
виде

Эти инварианты г.л. скалярными

Несколько получить инварианты тензора F_{ik} :

$$\frac{1}{2} F_{ik} \cdot F^{ik} = F_{0k} F^{0k} + F_{Lk} F^{Lk} = F_{00} F^{00} + F_{0L} F^{0L} + F_{L0} F^{L0} + F_{LL} F^{LL} = \left\{ \begin{aligned} &F_{00} F^{00} + F_{0L} F^{0L} + F_{L0} F^{L0} + F_{LL} F^{LL} \\ &= F_{00} F^{00} - F_{0L} F^{0L} - F_{L0} F^{L0} + F_{LL} F^{LL} \end{aligned} \right\} = 2E^2 - 2H^2$$

$$+ F_{Lk} F^{Lk} = 2F_{0L} F^{0L} + F_{Lk} F^{Lk} = \left\{ \begin{aligned} &F_{Lk} F^{Lk} = -E^2 + H^2 \\ &F_{0L} F^{0L} = -E^2 + H^2 \end{aligned} \right\}$$

$$= 2E^2(-E^2) + (F^{Lk})^2 = -2E^2 + 2H^2$$

Вектор $\boxed{E^2 - H^2}$ — инвариант $\boxed{J_4}$ — антиинвариант относительно

3. Псевдоскаляр $\epsilon^{iklm} F_{ik} F_{lm} = \epsilon^{iklm} F_{0k} F_{lm} + \epsilon^{iklm} F_{Lk} F_{lm} =$

т.к. F_{ik} — антисим.

при повороте не меняет, при отражении меняет знак, т.е.

т.к. принцип Лоренца поворот $\rightarrow$ не инвариант

$$= \epsilon^{0klm} F_{0k} F_{lm} + \epsilon^{Lklm} F_{Lk} F_{lm} = \left\{ \begin{aligned} &\epsilon^{0klm} F_{0k} F_{lm} = \epsilon^{0LPL} F_{0L} F_{PL} \\ &\epsilon^{Lklm} F_{Lk} F_{lm} = \epsilon^{L0PL} F_{L0} F_{PL} \end{aligned} \right\} =$$

$$= \epsilon^{0LPL} F_{0L} F_{PL} + \epsilon^{L0PL} F_{L0} F_{PL} + \epsilon^{LPL0} F_{LPL} F_{0L} + \epsilon^{LPL0} F_{LPL} F_{0L} =$$

$$= 2\epsilon^{0LPL} F_{0L} F_{PL} + \epsilon^{LPL0} F_{LPL} F_{0L} + \epsilon^{LPL0} F_{LPL} F_{0L} =$$

$$= -2\epsilon^{0LPL} E^2 + 2\epsilon^{LPL0} H^2 = -2\epsilon^{0LPL} E^2 + 2\epsilon^{LPL0} H^2 = -2\epsilon^{0LPL} E^2 + 2\epsilon^{LPL0} H^2 =$$

$$= -2\epsilon^{0LPL} E^2 + 2\epsilon^{LPL0} H^2 = -2\epsilon^{0LPL} E^2 + 2\epsilon^{LPL0} H^2 = -2\epsilon^{0LPL} E^2 + 2\epsilon^{LPL0} H^2 = -2\epsilon^{0LPL} E^2 + 2\epsilon^{LPL0} H^2 =$$

$\boxed{\vec{E} \cdot \vec{H}} = J_5$ — аксиальный вектор

Все оставшиеся вопросы при этом 2 независимых инв-та

$E \cdot H \rightarrow E' \cdot H'$ — инвариант из 1-го инварианта

$$E_0^2 - H_0^2 = E^2 - H^2 \quad \vec{E}_0 \cdot \vec{H}_0 = \vec{E} \cdot \vec{H}, \text{ инв. с - под сист. отл.}$$

Если $\vec{E} \cdot \vec{H} = 0$ $E = H$ т.е. с. с. инварианта 0 в с. с. не отл. от 0, то в др. с. с. инв-т отл. от 0 и равен $(E \cdot H)$

Можно найти такую с. с. где H и E равны 0

$$\vec{E} \cdot \vec{H} = 0 \rightarrow \vec{E}' = 0, \text{ т. } E < H$$

$$\rightarrow \vec{H}' = 0, \text{ т. } E > H$$

Уравнения Максвелла

$$\vec{H} \cdot \Delta \vec{S} = \vec{H} \Delta \vec{S} = 1 \text{ при пов-ть } \Delta \vec{S} \text{ поток } \Delta \Phi$$

нодир. так э-т пов-ти ΔS
(при данно ΔS проходит - 1 силовая линия)

$$\Phi = \int \vec{H} d\vec{S} \text{ - число сил. лин. проходя пов-ть } - S$$

В природе нет маг. зарядов $\rightarrow$ линии маг. поля не замыкаются в некоем месте $\rightarrow$ они либо замыкаются по себе либо на ∞

$$\oint \vec{H} d\vec{S} = 0$$

Замкнутая поверхность  Замкнутая поверхность S сколь угодно - столько же линий

по т-му Гаусса: $\oint \vec{H} d\vec{S} = \int_V \text{div } \vec{H} dV = 0$

$\text{div } \vec{H} = 0$ Есть электрич. з-га. э. поле может создавать з-га



- они линии по радиусу (+ $\rightarrow$ от него, - $\leftarrow$ к нему напр)

т-ма Гаусса в интегр-ли:

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = 4\pi \epsilon_0 \int_V \rho dV$$

ρ - плотность з-га: кол-во з-ов на ед. объема

$\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$ - з-г наход. в т. $\vec{r}_0$ - вект. гр-ции

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \int_V \text{div } \vec{E} dV = 4\pi \int_V \rho dV$$

$$\int_V \{ \text{div } \vec{E} - 4\pi \rho \} dV = 0 \quad \text{div } \vec{E} = 4\pi \rho$$

Плотность тока $\vec{j}$ $\rightarrow$ з-га

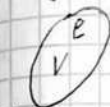


при пов-ти ΔS проходит $\Delta \Phi$ - число з-г, кот. наход. в объеме V $\rightarrow$ з-га

$\rho \cdot V \cdot \text{см}^3$

$\vec{P} = j$ - плотн. тока: к-ль з-га
проходящий в ед. времени чрез ед. пло-

щадку $\perp$ скорости



$\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} > 0$ из Кирхгофа, асимметрии
з-га к-ль ток

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

з-н конт. з-га

"-" т.к. убывает з-га

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \int_V \text{div} \vec{P} dV$$

$$\int_V \left\{ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\vec{P}) \right\} dV = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{P} = 0 \quad \text{в групп. ф-ме}$$

з-н замкн. индукции Фарадей: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t}$

$$\Phi = \int_S \vec{H} \cdot d\vec{S}$$

з-г.с. сила гравит.
в стороны поле на з-г

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{H} \cdot d\vec{S}$$

Через Стокса в групп. ф-ме

$$\int_S \{ \text{rot} \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\text{з-н Био-Савара: } \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I$$

пропорс силе пот тока, протяж. магнитной



$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

з-н пот тока $\rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \text{div} \vec{P} = \text{div} \vec{j} = 0$

силе минн замкнутое $\rightarrow \oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$

Е. ток перемен. $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0 \rightarrow \text{div} \vec{j} \neq 0; \text{div} \vec{E} = 4\pi \rho$

$$\rho = \frac{1}{4\pi} \text{div} \vec{E} \rightarrow \text{div} \left(\vec{j} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = 0 \rightarrow \text{сил. минн. вектора}$$

под знаком div замкнутое

$$\text{плотн. } \vec{j} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \text{тока замкнутого}$$

30.10.04

суммируем ток проводимости замкнутого контура
 ток индуктивности (перемещаем ток)

Максвелл переносит: $\oint \vec{H} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} \int \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{S}$

переносим в диф-р-ию (Г-ма Ампера)

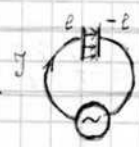
$$\oint_S \left[\text{rot } \vec{H} - \frac{4\pi}{c} \vec{j} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] d\vec{S} = 0$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{H} &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \text{div } \vec{E} &= 4\pi \rho \end{aligned} \right.$$

Согласно м-те тока
 отск. электр
 поле
 вакуум. диэла
 б-ти



конденсатор
 J-ток провод-ти

c-скорость расп-ва
 $J = \frac{\partial E}{\partial t}$ - изменение
 з-да на
 м-ах конденс.

$$\vec{E} = 4\pi \rho \vec{r} = 4\pi \frac{\rho}{S} \vec{r}$$

$$E = \frac{S}{4\pi} E \quad J = \frac{S}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} = S j_{\text{ин}} = J_{\text{ин}}$$

В-ф-та. производных → рел. изменение
 источ. ур-ий при нормировании

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi$$

$$\vec{H} = \text{rot } \vec{A}$$

→ подставим в II

$$\text{rot rot } \vec{A} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \right) + \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$$\text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A}$$

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \text{grad} \left(\text{div } \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{div } \vec{E} &= \text{div} \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \right) = 4\pi \rho \\ \Delta \varphi + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= -4\pi \rho \end{aligned} \right.$$

потенциал φ имеет зависимость от времени и координат.

$$\vec{A}' = \vec{A} + \text{grad} \varphi \quad \text{можно изменить скаляр часть}$$

$$\varphi' = \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

1 Пусть $\text{div} \vec{A}' + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi'}{\partial t} = 0$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{div} \vec{A}' + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi'}{\partial t} &= a(\vec{r}, t) \quad \text{переносим в левую часть} \end{aligned} \right\}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{div} \vec{A}' + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi'}{\partial t} &= \text{div} \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \text{div grad} \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = a(\vec{r}, t) + \Delta \varphi \end{aligned} \right\}$$

$$- \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \rightarrow \Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -a(\vec{r}, t) \quad \text{написали так}$$

$$\text{тогда} \quad \text{div} \vec{A}' + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi'}{\partial t} = 0 \quad \text{— уравнение Лапласа}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta \vec{A}' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}'}{\partial t^2} &= -\frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= -4\pi \rho \end{aligned} \right\} \quad \text{волновые уравнения (Даламбера)}$$

Здесь оператор Даламбера $\square \equiv \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$

$$\square \vec{A}' = -\frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad 2. \text{ Кулоновская калибровка: } \text{div} \vec{A}' = 0$$

$$\square \varphi = -4\pi \rho \quad \int \Delta \vec{A}' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}'}{\partial t^2} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{grad} \varphi = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$$\Delta \varphi = -4\pi \rho \quad \text{— уравнение Пуассона}$$

3-е сохранение энергии и импульса

Приведем потенциал при переходе из одной в иную.

$$A^i(\varphi, \vec{A}') \quad A^i = \frac{A'^i + \frac{v}{c} A'^0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow A_x = \frac{A'_x + \frac{v}{c} \varphi'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$A^0 = \frac{A'^0 + \frac{v}{c} A'^x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow \varphi = \frac{\varphi' + \frac{v}{c} A'_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad A_y = A'_y, A_z = A'_z$$

Рассмотрим замкнутый контур, состоящий из элементов

$$= \sum_a \epsilon_a \int \vec{F}_a(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_a(t)) \vec{E}(t, \vec{r}) dV = \left\{ \begin{array}{l} \text{заменим} \\ \vec{r} \text{ на } \vec{r}_a(t) \end{array} \right\} = \sum_a \epsilon_a \vec{E}_a(t)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_a^b f(x) \delta(x - x_0) dx = \int_a^b f(x_0) \delta(x - x_0) dx = f(x_0) \\ a \leq x_0 \leq b \end{array} \right\} \cdot \vec{E}(t, \vec{r})|_{\vec{r} = \vec{r}_a(t)}$$

$$\vec{j}(t, \vec{r}), \vec{j}(t, \vec{r})$$

$$= \int_V \vec{E} \frac{c}{4\pi} (\text{rot } \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) = \int_V \left\{ \frac{c}{4\pi} \frac{\partial E^2}{\partial t} - \frac{c}{8\pi} (\text{div}(\vec{E} \times \vec{H})) + \frac{1}{8\pi} \frac{\partial H^2}{\partial t} \right\} dV^{**}$$

$$\vec{E} \cdot \text{rot } \vec{H} = \vec{E} \cdot (\nabla \times \vec{H}) = \left\{ \begin{array}{l} \text{опишем } V \\ \text{на ее границе} \end{array} \right\} = \nabla \cdot (\vec{H} \times \vec{E}) = \nabla \cdot (\vec{H} \times \vec{E}) - \nabla \cdot (\vec{H} \times \vec{E}) = -\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) + \vec{H} \cdot (\nabla \times \vec{E}) = -\text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) - \frac{1}{c} \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial H^2}{\partial t}$$

$$** = - \int_V \left\{ \frac{E^2 + H^2}{8\pi} + \text{div} \left(\frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{H}) \right) \right\} dV$$

$$\frac{d}{dt} \sum_a \epsilon_a + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{E^2 + H^2}{8\pi} dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S}$$

$$W = \frac{E^2 + H^2}{8\pi}, \quad \vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H} \Rightarrow \frac{d}{dt} \sum_a \epsilon_a + \frac{\partial}{\partial t} \int_V W dV = - \oint \vec{S} \cdot d\vec{S}$$

1) безгранич. пр-ва V_0, V_∞

$$\frac{d}{dt} \sum_a \epsilon_a = \oint \vec{E} dV \rightarrow \frac{d}{dt} \sum_a \epsilon_a - \oint \vec{E} dV = 0$$

06.11.04

2. сис-ма замкнутого, но измен. энер. запаса. $\frac{d}{dt} \sum_a \epsilon_a$

Система

$\rightarrow - \oint \vec{S} \cdot d\vec{V}$ - измен. эн. потока в сг. времени

их сумма = 0, тогда поток эн. в сг. эн. элект. зап. сист. замкнут при помощи ур-ий Максвелл. поток элект. поля

измен. энер. поток в сг. времени. $\oint \vec{S} \cdot d\vec{S}$ - поток через поверхность

неогранич

1. $V=V_0 \rightarrow S_0$ - вектор углан. пов.-ти $\rightarrow E, H \rightarrow 0 \rightarrow \oint \vec{S} d\vec{S} = 0$

2. Объем ограничен $\rightarrow W$ зависит от координат

3. Объем неогр. (замкнут. сис.-ма)

$$\frac{d}{dt} \int_V \epsilon_0 E^2 + \int_V W dV = 0$$

энерг. энт. поле во всем пр.-ве
 $\rightarrow W$ - плотность энт. энт. поля (энерг. тока в W)

2. в. огранич. объем $\int_V W dV$ - измен. энт. поля
 S - поток энт. поля через попер. сечение, огранич. объем V

$\left[\frac{\partial \epsilon}{\partial t} \right] S$ - вектор Пойнтинга - м.-ств. потока энергии через
 сд. поверхность / кол-во энерг. протек. сд. поверх. через сд. поверхность

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \int_V W dV = - \oint \vec{S} d\vec{S} - \int_V \vec{J} \vec{E} dV \right] \text{ - закон сохр. любой величины в интегр. форме}$$

3-й
сохр.

{ измен. энерг. поля W во время, закон ухода потока энергии
 вбок и части энергии на гл.м. группой носителей / излуч. частиц }

$$\text{див. ф.-ма. } \frac{\partial}{\partial t} \int_V W dV + \oint_V \vec{S} d\vec{S} + \int_V \vec{J} \vec{E} dV = 0$$

$$\left[\frac{\partial W}{\partial t} + \text{div} \vec{S} + \vec{J} \vec{E} = 0 \right] \text{ - закон сохр. в див. ф.-ме}$$

3-й сохр. 3-го в интегр. ф.-ме: $\frac{\partial}{\partial t} \int_V W dV = - \oint_V \vec{J} \vec{E} dV$
 - измен. 3-го закон учета энергии 3-го через поверхность S

3-й сохр. импульса замкнутой сис.-мы
 измен. импульса в сд. времени заряд. частицы
 $\frac{d\vec{P}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{H}$ - ур.-е гл.м.

$$\text{е. много частиц. } \frac{d}{dt} \sum_a \vec{P}_a = \sum_a \left\{ e_a \vec{E}(t, \vec{r}) \right\}_{\vec{r}=\vec{r}_a} + \frac{1}{c} \sum_a e_a \vec{v}_a(t) \times \vec{H}(t, \vec{r}) \Big|_{\vec{r}=\vec{r}_a}$$

переходим от точечного распределения 3-го к
 непрерыв. $\rightarrow$ вводим плотность 3-го $\rho(t, \vec{r})$
 $\rho(t, \vec{r}) = \sum_a e_a \delta(\vec{r} - \vec{r}_a(t))$ и вводим м.-ств. тока про-
 $\vec{J}(t, \vec{r}) = \rho \vec{v}$

$$* = \int dV [P(t, \vec{r}) \vec{E}(t, \vec{r}) + \frac{1}{c} \vec{j}(t, \vec{r}) \times \vec{H}(t, \vec{r})] = \left\{ \begin{array}{l} \text{приводим к интегралу по объему} \\ \text{т.к. в объеме } \vec{P} \end{array} \right.$$

$$\text{нужно использовать т-те и те находим,} \\ \text{нужно использовать интеграл по объему: } \text{div } \vec{E} = 4\pi P, \text{ rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \Rightarrow \left[\frac{1}{4\pi} \right]$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int dV \left[\vec{E} \text{ div } \vec{E} + \left(\text{rot } \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \times \vec{H} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{приводим к интегралу} \\ \text{заменим в интеграле} \end{array} \right.$$

$$\text{согласно теореме: } \left(\text{rot } \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \times \vec{H} = -\vec{H} \times \left(\nabla \times \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) =$$

$$= -\vec{H} \times \text{rot } \vec{H} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{H} \times \vec{E}) - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \times \vec{E} = \left\{ \begin{array}{l} \text{приводим по } \vec{H}, \text{ как и раньше} \\ \text{градиент и вектор, и} \end{array} \right.$$

$$\text{заменим } \text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\vec{H} \times \text{rot } \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{H}) + \text{rot } \vec{E} \times \vec{E} \left\{ \right.$$

$$\left. \Rightarrow \frac{1}{4\pi} \int dV \left[\vec{E} \text{ div } \vec{E} - \vec{E} \times \text{rot } \vec{E} + \vec{H} \text{ div } \vec{H} - \vec{H} \times \text{rot } \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{H}) \right] \right\}$$

$$\text{моним } \text{div } \vec{H} = 0 \text{ (симметрично)}$$

$$\frac{d}{dt} \sum P_a + \frac{\partial}{\partial t} \int \left(\frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c} \right) dV = \frac{1}{4\pi} \int dV \left[\vec{E} (\nabla \cdot \vec{E}) + \vec{H} (\nabla \cdot \vec{H}) - \vec{E} \times \text{rot } \vec{E} - \vec{H} \times \text{rot } \vec{H} \right]$$

$$\text{нужно использовать теорему о дивергенции} \quad \text{или формулу для градиента} \quad \text{или теорему о векторном произведении}$$

$$\text{приводим } \vec{E} (\nabla \cdot \vec{E}) - \vec{E} \times \text{rot } \vec{E} = (\nabla \cdot \vec{E}) \vec{E} - \vec{E} \times \text{rot } \vec{E} = -(\nabla \cdot \vec{E}) \vec{E} + (\nabla \cdot \vec{E}) \vec{E} - \vec{E} \times \text{rot } \vec{E} =$$

$$= (\nabla \cdot \vec{E}) \vec{E} - [(\vec{E} \cdot \nabla) \vec{E} + \vec{E} \times \text{rot } \vec{E}] = (\nabla \cdot \vec{E}) \vec{E} - \nabla \frac{E^2}{2}$$

{ формула Гамильтона }
{ по 2-му }

$$\text{т.к. grad: } \nabla(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\vec{a} \cdot \nabla) \vec{b} + (\vec{b} \cdot \nabla) \vec{a} + \vec{a} \times \text{rot } \vec{b} + \vec{b} \times \text{rot } \vec{a}$$

$$\text{т.к. } \vec{a} = \vec{b}: \nabla a^2 = 2 [(\vec{a} \cdot \nabla) \vec{a} + \vec{a} \times \text{rot } \vec{a}]$$

$$\rightarrow \frac{d}{dt} \sum P_a + \frac{\partial}{\partial t} \int \left(\frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c} \right) dV = \frac{1}{4\pi} \int dV \left[(\nabla \cdot \vec{E}) \vec{E} + (\nabla \cdot \vec{H}) \vec{H} - \nabla \frac{E^2 + H^2}{2} \right]$$

$$\text{по т. Гамильтона (сделаем интеграл по поверхности, превратим в поверхность)} \\ \text{рассмотрим интеграл 2-й компонентный интеграла}$$

$$\frac{d}{dt} \sum P_{a2} + \frac{\partial}{\partial t} \int P_{a2} dV = -\frac{1}{4\pi} \int dV \frac{\partial}{\partial x_2} \left[-\vec{E}_2 \vec{E}_2 - \vec{H}_2 \vec{H}_2 + \frac{E^2 + H^2}{2} \delta_{22} \right]$$

$$\vec{P}_2 = \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c} = \frac{\vec{S}}{c^2}$$

т.к. сделаем $\frac{\partial}{\partial x_2}$, а у нас $\frac{\partial}{\partial x_2} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_2}$

$$\left[\frac{d}{dt} \sum P_{a2} + \frac{\partial}{\partial t} \int P_{a2} dV = - \oint_{S_2} T_{22} dS_2 \right] \text{ 3-й компонентный интеграл}$$

$$T_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi} \left[-E_\alpha E_\beta - H_\alpha H_\beta + \frac{E^2 + H^2}{2} \cdot \delta_{\alpha\beta} \right] \text{ опре. силу со стороны}$$

полюс за счет потока магнитного

$$dV_{\alpha\beta}^2 = dS_\beta - \text{эл.-мг. пов.-ти}$$

Физ

смысл.

1. $V = V_0$ - бек S_0 - бек пов.-ти $\rightarrow T_{\alpha\beta} \rightarrow 0$
можно заст. произв. заст. на полные

$$\frac{d}{dt} \left(\sum P_{\alpha\lambda} + \int P_{\alpha}^{(f)} dV \right) = 0 \quad \text{т.к. сист. зам-та} \rightarrow \text{это все}$$

полн. импульс замк. сист.

$$\rightarrow P^{(f)} - \text{м-ть импульса эл.м. поля (импульс прихв. на т.к.)}$$

$$P^{(f)} = \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c}$$

2. $V_0 S$ - константы, ϵ нет потока заст. через поверхность $\rightarrow$ измен. импульса за счет потока из обьекта

$$\rightarrow \oint T_{\alpha\beta} dS_\beta \quad \text{поток имп. эл.м. поле без вр. через всю замк. пов-ть} \rightarrow T_{\alpha\beta} - \text{тензор напряж. Максв.}$$

$P_{\alpha}^{(f)}$ - м-ть потока λ - с-ст импульса в направл. P_{α}
м-ть потока хар-ты тензором $T_{\alpha\beta}$ 1 брент

3. нет заст. заст., а есть поле $P_{\alpha} = 0$

$$\frac{d}{dt} \int P_{\alpha}^{(f)} dV = - \oint T_{\alpha\beta} dS_\beta \quad T_{\alpha\beta} > 0 \rightarrow P_{\alpha}^{(f)} - \text{уменьш.} \rightarrow$$

$\frac{d}{dt} < 0 \rightarrow$ знаки скомпенсированы

$$E_\alpha = 0 \quad \frac{d}{dt} \int W dV = - \oint \vec{S} d\vec{S} \quad \text{имп. эн. в V прихв. за счет ухода эн. из V}$$

$T_{\alpha\beta}$ - опре. силу со стор. поле заст. изм. имп. сила $f_\alpha = T_{\alpha\beta} n_\beta$ - нормаль $\vec{n}$ $\uparrow \downarrow$ соот. эл.м. поле $\rightarrow$ это сила

действ. нормального к ед. пов.-ти $\rightarrow$ давление

$$[P = f_\alpha n_\alpha = T_{\alpha\beta} n_\alpha n_\beta] \text{ давлени}$$

Экст. следств

!!! (т.к. эл.м. волна потерет в вакууме $\rightarrow T_{\alpha\beta} n_\alpha n_\beta =$ давлени = $\frac{1}{2} \epsilon E^2$)

$$= \frac{E^2 + H^2}{8\pi} \delta L_p \quad \text{и } W = W - \text{нормальная энергия поля}$$

Ур-ние Максвелла в 4-х мерном виде

где полн. варьированное действие: S_m - опис. частиц
 S_{mf} - опис. взаим. част. в эл.м. поле

$S = S_m + S_{mf}$, поле зависит от перем. част. (при заданном)

$$\delta(S_m + S_{mf}) = 0 \rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{H} \quad \text{— ур-ие Максвелла}$$

обозначим $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\text{grad } \varphi$ и $\vec{H} = \text{rot } \vec{A}$

$$\rightarrow \int \text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{A} = -\text{rot grad } \varphi = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\rightarrow [\text{div rot } \vec{A}] = 0$$

варьированным действием — даем Ур-ние Максвелла для 4-х мерного тензора действия в виде: $S = S_m + S_{mf} + S_f$

S_f — опис. само поля, приводем S_{mf}

$$S_{mf} = \sum_a \left(-\frac{e_a}{c} \int A_i \frac{dx^i}{\sqrt{1 - v_a^2/c^2}} \right) \quad \text{— поле } \vec{A}, \text{ где наход. з-г.}$$

A^i — 4-х мер потенциал — поставим

$$P(t, \vec{z}) = \sum_a e_a \delta(\vec{z} - \vec{z}_a(t)) \rightarrow \text{переходим}$$

$$** - \frac{1}{c} \int dV P A_i(t, \vec{z}) \frac{dx^i}{dt} = -\frac{1}{c} \int A_i P \frac{dx^i}{dt} \frac{d\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{т.к. } S_{mf} \text{ — 4-х мер} \\ \text{эквив. даем} \end{array} \right.$$

и переходим $\frac{dt}{d\tau}$; $d\tau dt = \frac{1}{c} dV dx^0 = \frac{1}{c} d\Omega$, Ω — эл-т 4-х мер. объема

$$[d\Omega = d\Omega' \text{ — год. мы инвариантность по произв. тензор. величин}; \quad \boxed{j^i = P \frac{dx^i}{d\tau}} \quad \boxed{=}$$

$$= -\frac{1}{c^2} \int A_i j^i d\Omega \quad \text{по произв. тензор. величин}$$

$P \frac{dx^i}{d\tau}$ — это 4-х мер вектор

$$i=1 \quad j^i = P \frac{dx^i}{d\tau} = P v^i$$

$$i=0 \quad j^0 = P \frac{dx^0}{d\tau} = cP$$

$\rightarrow j^i(cP, j)$ при переходе преобраз. Лоренца
 при переходе

13.11.04

$$\delta(S_m + S_e) = -\frac{1}{c} \int_{t_1}^{t_2} \delta A_i + \frac{1}{16\pi} \delta(F_{ik} F^{ik}) d\Omega =$$

вариационный невар. т.к. зад. ток и з-г

$$* \int_{t_1}^{t_2} F_{ik} F^{ik} d\Omega = 2c \int_{t_1}^{t_2} \int (E^2 - H^2) dV dt \approx 2c \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right)^2 dV dt$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} - \text{grad} \varphi \quad (\text{однопро. м.н. поле в пространстве}) \rightarrow$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \gg \text{grad}^2_{\text{т.к.}}$$

т.н. элект. м.н. поле, т.н. б.м.н. поле. Век. м.н. поля м.н. вариационно генер. = 0 → ген. м.н. г. м.н. м.н. м.н. , т. а < 1 но м.н. б.д.н. м.н. м.н.

$$a = -\frac{1}{16\pi} - \text{измер. поле в Гауссовой м.н. м.н. м.н. м.н. (в протонах напрям. поле)}$$

$$\delta L_i: a = -\frac{1}{4}$$

$$S_f = -\frac{1}{16\pi c} \int F_{ik} F^{ik} d\Omega \quad S_f = -\frac{1}{16\pi c} \int 2(E^2 - H^2) c dV dt =$$

$$= \frac{1}{8\pi} \int (H^2 - E^2) dV dt \rightarrow L = \frac{1}{8\pi} \int (H^2 - E^2) dV \cdot \text{ф.ч.м. Лагранжа}$$

$$\text{множит. ф.ч.м. Лагр. } \frac{H^2 - E^2}{8\pi} \rightarrow$$

$$= -\frac{1}{c} \int \left(\frac{\partial A_i}{\partial t} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} \right) \delta A_i + \frac{\partial}{\partial x^i} \frac{1}{4\pi} F^{ik} \delta A_k \Big| d\Omega$$

$$\delta(F_{ik} F^{ik}) = \delta F_{ik} \cdot F^{ik} + F_{ik} \delta F^{ik} = 2 F^{ik} \delta F_{ik} = 2 F^{ik} \delta \left(\frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k} \right)$$

4-м.н. dV амплитуды $F^{ik} = -F^{ki}$

$$= 4 F^{ik} \delta \frac{\partial A_k}{\partial x^i} = 4 F^{ik} \frac{\partial}{\partial x^i} \delta A_k = \frac{\partial}{\partial x^i} (4 F^{ik} \delta A_k) - \delta A_k 4 \frac{\partial F^{ik}}{\partial x^i} =$$

т.к. $\frac{\partial}{\partial x^i} \delta A_k$ и т.д.

$$= \frac{\partial}{\partial x^i} (4 F^{ik} \delta A_k) - \delta A_k 4 \frac{\partial F^{ik}}{\partial x^i} \quad \text{подставим}$$

$$\delta \frac{\partial}{\partial x^i} F^{ik} \delta A_k d\Omega = c \int \frac{\partial}{\partial x^i} (F^{ik} \delta A_k) dV dt = c \int dV \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial}{\partial t} (F^{ik} \delta A_k) dt +$$

$$+ c \int_{t_1}^{t_2} dt \int \frac{\partial}{\partial x^i} (F^{ik} \delta A_k) dV = c \int dV (F^{ik} \delta A_k) \Big|_{t_1}^{t_2} + c \int_{t_1}^{t_2} dt \int F^{ik} \delta A_k d\Omega$$

т.к. $\delta(t_2, t_1) = 0$ поле на $\infty = 0$

$$\delta(S_m + S_f) = 0, \quad \delta A_i - \text{произв. на пр-ке отбросить}$$

$$A^i: A^i = \frac{A'^i + \frac{v}{c} A'^0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}; \quad A^0 = \frac{A'^0 + \frac{v}{c} A'^i}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad A^2 = A'^2, \quad A^3 = A'^3$$

$$\left\{ \begin{aligned} j^i &= \frac{j'^i + v P'^i}{1-v^2/c^2} \rightarrow j^x = \frac{j'_x + v P'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}; \quad j^0 = \frac{j'^0 + \frac{v}{c} j'^1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \text{ гамильтониан} \\ \rightarrow P &= \frac{P' + \frac{v}{c} j'_x}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad j_y = j'_y, \quad j_z = j'_z \end{aligned} \right.$$

$$S = S_m + S_f + S_{mf} \quad S_{mf} = -\frac{1}{c} \sum_i \int A_i dx^i = -\frac{1}{c} \int j^i A_i d\Omega$$

$S_f =$ не надо варьировать. з-га, счит их задан.

г.д. скалярные инварианты $\approx$ прибор Лоренца
 маг. поле подлин. примитиву электромаг. $\rightarrow$ упр-ит по.в
 г.д. маг. $\rightarrow$ их сумма поле для релятивистов.
 *подлин. выр-ие S_f г.д. квадратичности по полю
 (варианты выр-ие)

$$\left. \begin{aligned} &L_{ik} F^{ik} \\ &L \varepsilon^{iklm} F_{ik} F_{lm} \end{aligned} \right\} \text{инварианты } \approx \text{прибл. Лоренца}$$

$$L \varepsilon^{iklm} F_{ik} F_{lm} = \varepsilon^{iklm} \left(\frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k} \right) F_{lm} = 2 \varepsilon^{iklm} \frac{\partial A_k}{\partial x^i} F_{lm} = \frac{\partial}{\partial x^i} \left\{ 2 \varepsilon^{iklm} A_k F_{lm} \right\} -$$

компл. эл. - поле впр-ит скаляр и вект. потенциалов
 компл. эл. обратн. изм. коорд. поля $\rightarrow$ варьирование
 соверш. над дан. потенциалом

$$= 2 \varepsilon^{iklm} A_k \frac{\partial F_{lm}}{\partial x^i} = \frac{\partial}{\partial x^i} \left\{ \dots \right\} - 2 \varepsilon^{iklm} A_k \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{\partial A_m}{\partial x^l} - \frac{\partial A_l}{\partial x^m} \right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x^i} \left\{ 2 \varepsilon^{iklm} A_k F_{lm} \right\} - 4 \varepsilon^{iklm} A_k \frac{\partial^2 A_m}{\partial x^i \partial x^l}$$

антисим. S симм. по инд. i и l
 L инв. поле можно задать ввиду 4х мер гевирон.
 (при варьировании L и инв-нт = 0)

$$S_f = a \int_{t_1}^{t_2} F_{ik} F^{ik} dV dt = \frac{a}{c} \int F_{ik} F^{ik} d\Omega$$

поле рассматр. во всем интервал пр-ве $\rightarrow S$, задан
 над и компл. момент. времени $\rightarrow$ варьир. между
 этими знам. по дан. траекториям ($\delta x_1 = 0, \delta x_2 = 0$)

$$\frac{\partial F^{\alpha\kappa}}{\partial x^\kappa} = -\frac{4\pi}{c} j^\alpha \quad \text{2-а пара ур-ий Максвелла}$$

$$F^{0\alpha} = -E^\alpha$$

$$F^{\alpha\beta} = -E^{\alpha\beta}$$

$$x^0 = ct$$

$$i=0:$$

$$\frac{\partial F^{0\kappa}}{\partial x^\kappa} = \frac{\partial F^{00}}{\partial x^0} + \frac{\partial F^{0\alpha}}{\partial x^\alpha} = -\frac{\partial E^\alpha}{\partial x^\alpha} = -\operatorname{div} \vec{E}$$

$$j^0 = c\rho$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho$$

$$i=\alpha:$$

$$\frac{\partial F^{\alpha\kappa}}{\partial x^\kappa} = -\frac{4\pi}{c} j^\alpha$$

$$\frac{\partial F^{\alpha\kappa}}{\partial x^\kappa} = \frac{\partial F^{\alpha 0}}{\partial x^0} + \frac{\partial F^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} = \frac{\partial E^\alpha}{\partial x^0} - c \frac{\partial E^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta}$$

$$= \frac{1}{c} \frac{\partial E^\alpha}{\partial t} - (\nabla \times \vec{H})^\alpha$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E^\alpha}{\partial t} - (\operatorname{rot} \vec{H})^\alpha = -\frac{4\pi}{c} j^\alpha \quad \text{не вли изавис.}$$

ур-ий Максвелла инвариант $\propto$ преобр. Лоренца

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \operatorname{div} \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \operatorname{div} \vec{j} \rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad \begin{matrix} \text{3-я сорз 3-га} \\ \text{3-я инпр} \end{matrix}$$

не вли изав. и 4-мер формул:

$$\frac{\partial F^{\alpha\kappa}}{\partial x^\kappa} = -\frac{4\pi}{c} j^\alpha \rightarrow \frac{\partial j^\alpha}{\partial x^\alpha} = 0 \rightarrow \frac{\partial j^0}{\partial x^0} + \frac{\partial j^\alpha}{\partial x^\alpha} = 0 \rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

док-то в 3-мер виде

4-мер. затис 3-я сорз 3-га инпр

$$\left\{ \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{H} &= 0 \end{aligned} \right. \quad \text{надо затис в 4-мер. виде еис-ицу}$$

$$\epsilon \operatorname{iklm} \frac{\partial F_{lm}}{\partial x^\kappa} = 0 \quad \text{4 ур-ий!}$$

1-а пара ур. в 4-мер. виде подлинн.

$$*i=0: \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial F_{\beta\gamma}}{\partial x^\alpha} = \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial F_{\beta\gamma}}{\partial x^\alpha} =$$

$$= \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial F_{\beta\gamma}}{\partial x^\alpha} = \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial H^\delta}{\partial x^\alpha} = \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial H^\delta}{\partial x^\alpha} =$$

$$= (\nabla \times \vec{H})^\alpha = 0$$

$$= -\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial H^\delta}{\partial x^\alpha} = -\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial H^\delta}{\partial x^\alpha} =$$

$$= -\frac{\partial H^\alpha}{\partial x^\alpha} = -\operatorname{div} \vec{H} = 0$$

$$i=\alpha: \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial F_{\beta\gamma}}{\partial x^\kappa} = \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial F_{\beta\gamma}}{\partial x^0} + \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial F_{\beta\gamma}}{\partial x^\beta} =$$

$$= -\epsilon^{ijk} \frac{\partial F_{jk}}{\partial t} + \epsilon^{ijk} \frac{\partial F_{jk}}{\partial x^i} + \epsilon^{ijk} \frac{\partial F_{jk}}{\partial x^i} = \epsilon^{ijk} \frac{\partial F_{jk}}{\partial t} + F_{ij} = F_{ij}$$

$$+ \epsilon^{ijk} \frac{\partial E^k}{\partial x^i} + \epsilon^{ijk} \frac{\partial E^k}{\partial x^i} = 2 \frac{1}{c} \frac{\partial H^k}{\partial t} + 2 (\nabla \times \vec{E})^k = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial F_{jk}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{ki}}{\partial x^j} + \frac{\partial F_{ij}}{\partial x^k} = 0 \Leftrightarrow \epsilon^{iklm} \frac{\partial F_{lm}}{\partial x^k} = 0 \text{ (закон макс-инв)}$$

Электростатическое поле

- отсюда мы имеем поле $\vec{H} = 0$, $\vec{E}(\vec{r})$ где $\vec{r}$ - радиус-вектор

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{E} = 0 \\ \text{div } \vec{E} = 4\pi \rho \end{array} \right. \text{ по 1-му распределению } \rho = \rho(\vec{r}) \text{ где } \vec{r} \text{ - радиус-вектор}$$

$$\Delta \varphi = -4\pi \rho \text{ - уравнение Пуассона}$$

решение в области $\rho = 0 \rightarrow \Delta \varphi = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$

в этой области потенциал имеет экстремум

(по 1-му принципу работы в 0 и 2-го принципа минимума и максимума. Знак - возможно имеет экстремум)

Тогда, созд.-ое током. неподвиж. заряд

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = 4\pi q$$

необх. условие симметрии задачи

$$\varphi(R)$$

расст. от центра

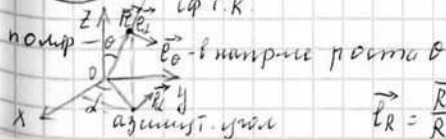
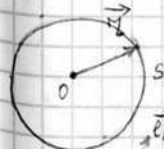
$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi(R) = -\frac{d\varphi}{dR} \vec{e}_R =$$

набрана в сферич.

сист. координат $\vec{e}_R$ - ед. вектор радиуса

$$= \vec{e}_R E(R)$$

обозначим что угодно



$$d\vec{S} = R^2 d\Omega \vec{e}_R$$

дл. пов-ми сферы
радиуса R

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$$

$$dV = dR dS = R^2 dR d\Omega$$

дл-то объема



$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \int E(R) \vec{e}_R \cdot \underbrace{R^2 \vec{e}_R}_{-1} d\Omega = 4\pi E(R) R^2 = 4\pi q$$

$$E(R) = \frac{q}{R^2} \cdot \vec{e}_R$$

$$\vec{E} = \frac{q}{R^2} \cdot \vec{e}_R = \frac{q\vec{R}}{R^3}$$

$$\frac{d\varphi}{dR} = -E(R)$$

$$\varphi = -\int E(R) dR$$

$$\varphi = \frac{q}{R}$$

нам удобно принять центр координат
и мн-во точек з-дов.

$$\varphi = \sum_a \frac{q_a}{R_a}, \quad a - \text{номер з-да}, \quad \varphi = \int \frac{\rho}{R} dV, \quad \rho = \sum_a q_a \delta(\vec{R} - \vec{R}_a)$$

$\rho = q \delta(\vec{R})$ для з-да наход. в начале коорд.

$$\varphi = \frac{q}{R}$$

$$\Delta \frac{1}{R} = -4\pi \delta(\vec{R}), \quad \text{и } R \neq 0: \Delta \frac{1}{R} = 0 !!!$$

Электростат. энергия системы з-дов

$$U = \frac{1}{8\pi} \int_V (E^2 + H^2) dV = \rightarrow \text{рассматриваем как эн. поле созд. маг. сист. - ди}$$

$$= -\frac{1}{8\pi} \int \vec{E} \cdot \text{grad} \varphi dV = -\frac{1}{8\pi} \int \{ \text{div}(\vec{E} \varphi) - \varphi \text{div} \vec{E} \} dV =$$

$$\stackrel{\text{л. по Гауссу}}{=} -\frac{1}{8\pi} \oint_S \varphi \vec{E} d\vec{S} + \frac{1}{2} \int \rho \varphi dV$$

сумма на поверхности

$$U = \frac{1}{2} \int \rho \varphi dV$$

и перейдем к рассмотрению з-дов: $\rho = \sum_a q_a \delta(\vec{R} - \vec{R}_a)$

$$U = \frac{1}{2} \sum_a q_a \varphi_a, \quad \varphi_a = \frac{q_a}{R_a}$$

в момент времени з-да.

$$U = \frac{1}{2} q \cdot \frac{q}{R} \rightarrow \infty$$

для з-да в з-да

$R \rightarrow 0$ т.к. тот з-д

R_0 - радиус молекулы з-га

$$U_1 = \frac{e^2}{4R_0} \sim mc^2$$

$R_0 = \frac{e^2}{mc^2}$ - класс радиус з-га

φ -мн справедливы на расстояниях $R \gg R_0$

$\lambda_e = \frac{e^2}{mc^2} = 2,8 \cdot 10^{-13}$ м на таких расст. кл-мх не справедливы.

$\lambda = \frac{h}{mc}$ - унм изм-ны клант. эффекты

молитов. гл волны

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_e} = \frac{h}{mc} \cdot \frac{mc^2}{e^2} = \frac{hc}{e^2} = 137 - \text{const. тонкой структуры}$$

$\lambda_e = 137 \lambda_e \gg \lambda_e$ - унм кв. эффекты

Затем зм. содержит ∞ зм (затм зм каног. з-га) в их взаимодейств

$$U' = \frac{1}{2} \sum_a' e_a \varphi_a \quad \varphi_a = \sum_{b \neq a} \frac{e_b}{R_{ab}}$$

зм. взаимог. сист. много з-гов

$$U' = \frac{1}{2} \sum_{a \neq b} \frac{e_a e_b}{R_{ab}}$$

$a=1,2, \quad b=1,2$

$$U'_{12} = \frac{1}{2} \sum_b \left(\frac{e_1 e_b}{R_{1b}} + \frac{e_2 e_b}{R_{2b}} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{e_1 e_1}{R_{11}} + \frac{e_2 e_1}{R_{21}} \right) =$$

$$= \frac{e_1 e_1}{R_{12}}$$

$$\varphi = \sum_a \frac{e_a}{R_a}$$



Нат коор. системы з-гов радиуса a
 $|R_0| \gg a$
 $|R_0| \gg |r_1|$

е. каног. помин. на расст. их от сист. з-гов.

$$\varphi = \sum_a \frac{e_a}{|R_0 - r_a|}$$

полн. мал. параметр $\gg$ радиусе з-гов

$$f(\vec{R}_0 - \vec{r}) = f(\vec{R}_0) - (\vec{r} \cdot \nabla) f(\vec{R}_0) + \frac{1}{2} x_i x_j \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} f(\vec{R}_0)$$

$$\varphi = \sum_L \left(\frac{1}{R_0} - (\vec{L} \cdot \nabla) \frac{1}{R_0} + \frac{1}{2} x_\alpha x_\beta \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \frac{1}{R_0} + \dots \right) = \varphi^{(0)} + \varphi^{(1)} + \varphi^{(2)} + \dots$$

x_α, x_β - проеции на вектор ось координ
 X_α, X_β - компоненты вектора R_0 (проец. на ось)

$$\varphi^{(0)} = \frac{\sum_L - \text{полн. з-д}}{R_0} - \text{Ньютоновск. потенциал}$$

$$\varphi^{(1)} = - \sum_L \vec{L} \cdot \nabla \frac{1}{R_0} = - (\vec{d} \cdot \nabla) \frac{1}{R_0}, \text{ где } \vec{d} \equiv \sum_L \vec{L} - \text{дипольн. момент сист}$$

квадрат. дип. потенциал.

$$\varphi^{(2)} = \frac{1}{2} \underbrace{\sum_L x_\alpha x_\beta \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \frac{1}{R_0}}_{\text{тензор 2-го ранга сим. - инерт. в изогиб. вращ. в 3-мер пр-ва}} = *$$

$$* = \frac{1}{6} \sum_L (3x_\alpha x_\beta - r^2 \delta_{\alpha\beta}) \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \frac{1}{R_0} = \frac{1}{6} R_{\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \frac{1}{R_0}$$

$$\delta_{\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \frac{1}{R_0} = \Delta \frac{1}{R_0} = 0 \text{ при } R_0 \neq 0 \quad \Delta \frac{1}{R} = -4\pi\delta(\vec{R})$$

лагранжидан от $\frac{1}{R_0}$

$$R_{\alpha\beta} \equiv \sum_L (3x_\alpha x_\beta - r^2 \delta_{\alpha\beta}) - \text{тензор квадратичн. моменты}$$

$$\varphi^{(0)} \gg \varphi^{(1)} \gg \varphi^{(2)} \gg \dots$$

Аппольн. потенциал сист. з-дов

$$\vec{d} = \sum_L \vec{L} = \sum_L (\vec{L}' + \vec{a}) = \sum_L \vec{L}' + \vec{a} \sum_L 1 = \vec{L}' + \vec{a} \sum_L 1$$

$\vec{L} = \vec{L}' + \vec{a}$  вектор нов. нач. координат на расст. a от D

$$= \vec{d}' + \vec{a} \sum_L 1$$

$$\sum_L \sum_L = 0 \text{ в полн. з-д } = 0 \rightarrow \text{т.е. сист. инерт.}$$

$$\sum_L \sum_L \neq 0$$

$\vec{d} = \vec{d}'$ независ. от выбора нач. сист. отсчета

$$\vec{d} = \vec{d} \leq e: \vec{d}' = 0 \quad \vec{d} = \frac{\vec{d}}{\sum e} \quad \text{вектор, сисл. в пот.}$$

моменту длина длина

$$\vec{d} = \sum e^+ \vec{r}_+ - \sum e^- \vec{r}_- = \vec{R}^+ \sum e^+ - \vec{R}^- \sum e^-$$

$$\vec{R}^+ = \frac{\sum e^+ \vec{r}_+}{\sum e^+}$$

$$\vec{R}^- = \frac{\sum e^- \vec{r}_-}{\sum e^-}$$

радиус-вектор центра
отриц. з. об

радиус-вектор
из нач. коорд. центра
полож. з. об

$$e \text{ сист. нейтральна: } \sum e^+ = \sum e^- \rightarrow$$

$$\vec{d} = \sum e^+ \vec{R}_+ - \vec{R}_+ \sum e^+ = \vec{R}_+ \sum e^+ - \vec{R}_+ \sum e^+ = 0$$

радиус-вектор направ.
от центра полож. з. об

$$e \text{ : } e \quad \vec{d} = e \vec{r}, \text{ где } \vec{r} = \text{радиус-вектор к центру отриц. з. об}$$

от отриц. к центру

$$\vec{d} = e (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = e \vec{r}$$

$$\varphi^{(1)} = -(\vec{d} \cdot \nabla) \frac{1}{R_0} = \frac{\vec{R}_0 \cdot \vec{d}}{R_0^3} = \left\{ \vec{R}_0 = \frac{\vec{R}_0}{R_0} \right\} = \frac{\vec{R}_0 \cdot \vec{d}}{R_0^3}$$

$$\varphi^{(1)} \sim \frac{1}{R_0^2} \quad \varphi^{(0)} \sim \frac{1}{R_0} \rightarrow \varphi^{(1)} \ll \varphi^{(0)}$$

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi = -\nabla \varphi = \nabla (\vec{d} \cdot \nabla) \frac{1}{R_0} = (\vec{d} \cdot \nabla) \nabla \frac{1}{R_0}$$

$$\vec{E} = -\nabla \frac{\vec{R}_0 \cdot \vec{d}}{R_0^3}$$

углы
от центра
на какой генерирует

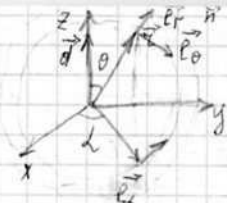
$$= -\frac{\nabla (\vec{R}_0 \cdot \vec{d})}{R_0^3} - (\vec{R}_0 \cdot \vec{d}) \nabla \frac{1}{R_0^3} = -\frac{\vec{d}}{R_0^4} + (\vec{R}_0 \cdot \vec{d}) \frac{3}{R_0^4} \frac{\vec{R}_0}{R_0} =$$

$$= \frac{3 (\vec{R}_0 \cdot \vec{d}) \vec{R}_0 - R_0^2 \vec{d}}{R_0^5} = \frac{3 (\vec{R}_0 \cdot \vec{d}) \vec{R}_0 - \vec{d} R_0^2}{R_0^5}$$

$$E_0^{(0)} \sim \frac{1}{R_0^2} \quad E_1^{(1)} \sim \frac{1}{R_0^3} \quad E_1 = E_1^{(1)} \ll E_0^{(0)}$$

наибольший

какая симметрия поле $E_d \rightarrow$
и выбрать сф. сист. $\vec{r} = r \vec{n}$



$$\vec{E} = \vec{E}_r + \vec{E}_\theta + \vec{E}_\phi$$

$$\vec{E}_r = \vec{E} \cdot \vec{n} = \vec{n} \cdot \vec{E} = \frac{3(\vec{n} \cdot \vec{d}) - (\vec{n} \cdot \vec{d})}{R_0^3} =$$

$$= \frac{2d}{R_0^3} \cos \theta$$

$$\vec{E}_\theta = \vec{E} - \vec{E}_r = -\frac{\vec{E}_r \cdot \vec{d}}{R_0^3} = \frac{d}{R_0^3} \sin \theta$$

$$\vec{E}_\phi = \vec{E} - \vec{E}_r = 0$$

н.е. аксиально симметр
изавис от d

при $\theta = \frac{\pi}{2}$: $E_r = 0$ $E_\theta = \max$

$$\sum E = 0, \vec{d} = 0 \rightarrow \psi^{(2)}$$

потому что дипольный момент

Домаш

$$\left. \begin{array}{l} \vec{A}_{\alpha\beta} = \vec{A}'_{\alpha\beta} \\ \vec{A}_{\alpha\beta} = \vec{A}'_{\alpha\beta} \end{array} \right\} \text{Домашняя работа}$$

$$\vec{A}_{\alpha\beta} = \sum e (3x_\alpha x_\beta - r^2 \delta_{\alpha\beta}) \quad \vec{A}_{\alpha\beta} = \vec{A}_{\beta\alpha} - \text{симметрично}$$

$$\vec{A}_{\alpha\alpha} = \sum e (3x_\alpha^2 - r^2 \cdot 3) = 0 - \text{диполь}$$

и потому что симметрично 5 независимых компонент

* Тензор квадрупольного мом. = 0, е. сф. распредел. ρ -ов

$$\vec{A}_{\alpha\beta} = \int dV \rho (3x_\alpha x_\beta - r^2 \delta_{\alpha\beta}) = \left\{ \text{при } \rho = \rho(r) \right\} = \int dr r^4 \rho(r)$$

$$\int dV (3x_\alpha x_\beta - r^2 \delta_{\alpha\beta})$$

$$\frac{x_\alpha}{r} = n_\alpha \quad \frac{x_\beta}{r} = n_\beta$$

$$\frac{1}{4\pi} \int dV (3n_\alpha n_\beta - \delta_{\alpha\beta}) = 3n_\alpha n_\beta - \delta_{\alpha\beta}$$

$$\Pi_x \Pi_y = a \delta_{xy}$$

сим. тенз.
2-го ранга
Зависит от
углов ориент.
полюса относительно
сист. тенз. ор.
пропорционален
 δ_{xy}

, е. $L = \beta$; $L = 3a \rightarrow a = \frac{L}{3}$
коэф. пропорц.

$$\Pi_x \Pi_y = \frac{1}{3} \delta_{xy}$$

* $\Delta_{xy} = 0$ при $\beta = \beta(z)$ *

Е. По симметрии тенз. 2-го порядка
z-ти-ти 1 ось поворот на соответ. угол
ничего не меняет

$$\Delta_{xx} = \Delta_{yy}$$

оси сим. 1-го порядка - в. повернуть на 2π и ничего
неизмен
оси сим. k-го порядка $\frac{2\pi}{k}$
е. k=2: поворот на π ничего не меняет

$$\Delta_{xx} + \Delta_{yy} + \Delta_{zz} = 0 \text{ обознач. } \Delta_{zz} \equiv \Delta \quad \Delta_{xx} = \Delta_{yy} = -\frac{1}{2}\Delta$$

$$\frac{\partial^2}{\partial X_x^2} \frac{1}{R_0} = -\frac{1}{R_0^3} \frac{\partial}{\partial X_x} R_0 = -\frac{X_x}{R_0^3} \quad \text{е. ось симметрии}$$

тенз. 2-го порядка

$$\frac{\partial^2}{\partial X_x \partial X_y} \frac{1}{R_0} = -\frac{2}{\partial X_y} \frac{X_x}{R_0^3} = -\delta_{xy} / R_0^3 + X_x \frac{3}{R_0^4} \frac{X_y}{R_0} = -\frac{\delta_{xy}}{R_0^3} + \frac{3X_x X_y}{R_0^5}$$

$$\frac{\Delta_{xy} \Pi_x \Pi_y}{2 R_0^3} = \varphi^{(2)}$$

выберем 1-ю ось тензора по осей координат $\rightarrow$ даст тенз.

$$\frac{\Delta_{xx} \Pi_x^2 + \Delta_{yy} \Pi_y^2 + \Delta_{zz} \Pi_z^2}{2 R_0^3} = \varphi^{(2)} \text{ пусть } k > 2 \uparrow z$$

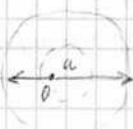
$$\varphi^{(2)} = \frac{\Delta}{2 R_0^3} \left[\Pi_z^2 - \frac{1}{2} (\Pi_x^2 + \Pi_y^2) \right] = \frac{\Delta}{2 R_0^3} [\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta] =$$

$$= \frac{\Delta}{4 R_0^3} [3 \cos^2 \theta - 1] = \frac{\Delta}{2 R_0^3} \cdot P_2(\cos \theta)$$

полном степеня 2-го порядка.

Пусть система находится в центре поля, который
можно с расстоянием a , т.е. поле
квадрупольное (источник поля находится
на расстоянии от a)

24.11.04



$$R_0 \gg a$$

$$U = \sum_a e_a \varphi_a(\vec{r}) = \sum e \varphi(\vec{r}) =$$

(разложим в ряд по степеням $\approx$ нац. отстоя от)

$$= \sum e \left\{ \varphi(0) + \vec{r} \cdot (\nabla \varphi)_0 + \frac{1}{2} \chi_a \chi_p \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \chi_a \partial \chi_p} \right)_0 \right\}$$

$$= U^{(0)} + U^{(1)} + U^{(2)} + \dots$$

$$U^{(0)} = \varphi_0 \sum e$$

↑ потенциал
(рассмотр. в 0)

$$U^{(1)} = \sum e \vec{r} \cdot (\text{grad } \varphi)_0 = (\text{grad } \varphi)_0 \cdot \vec{d} = -\vec{E}_0 \cdot \vec{d}$$

↑ потенциал
↑ заряд

↑ потенциал в
данной точке

$$U^{(2)} = \frac{1}{2} \sum e \chi_a \chi_p \cdot \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \chi_a \partial \chi_p} \right)_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \chi_a \partial \chi_p} \right)_0 \cdot \frac{1}{2} \sum e \chi_a \chi_p = \frac{1}{2} \sum e \chi_a \chi_p = \frac{1}{2} \sum e \chi_a \chi_p =$$

$$\sum_{a,p} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \chi_a \partial \chi_p} \right)_0 = (\Delta \varphi)_0 = 0 \text{ (т.к. в точк. нет зарядов)}$$

$$= \frac{1}{6} \sum_{a,p,r} \chi_a \chi_p \chi_r \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial \chi_a \partial \chi_p \partial \chi_r} \right)_0$$

↑ симметрия
↑ потенциал в данной
точке

$$\vec{F} = \sum e \vec{E}(\vec{r}) = \sum e \left\{ \vec{E}(0) + [(\vec{r} \cdot \nabla) \vec{E}]_0 + \dots \right\} = \vec{E}_0 \sum e + (\vec{d} \cdot \nabla) \vec{E}_0 + \dots$$

↑ сила
↑ действие
на сист.
↑ состав. части

↑ потенциал $\neq 0$
→ дипольный момент: $e \vec{d}$

$$\vec{M}_E = \sum \vec{r} \times \vec{F} = \sum \vec{r} \times e \vec{E}_0 = \vec{d} \times \vec{E}_0$$

↑ момент
↑ на заряд
↑ заряд

- 1) Пусть 2 ст. - ные з. об. e_1 и e_2 взаимно перпендикулярны
потенциал в их взаимном з. об. на расстоянии R_{12}
 $U_{02} = e_1 \varphi_2 = \frac{e_1 e_2}{R_{12}}$
от e_1 к e_2

- 2) $e_1, \vec{d}_1$ з. об. с нами считаем $\vec{d}_2$ (взаимно з. об. с e_1)
 $U = e_1 \varphi_2 = e_1 \cdot \frac{e_2}{R_{12}} = \frac{e_1 e_2}{R_{12}}$
 $\vec{R}_{12}$ напр. от $\vec{d}_2$ к e_1
 $U = -\vec{d}_1 \cdot \vec{E}_2 = -\vec{d}_1 \cdot \frac{e_2 \vec{R}_{12}}{R_{12}^3} = \frac{e_1 e_2}{R_{12}}$
 $\vec{R}_{12}$ напр. от e_1 к $\vec{d}_2$

3) $\vec{d}_1, \vec{d}_2$ — гл. ос. гравит.: $U = -\vec{d}_1 \otimes \vec{E}_2 = -\vec{d}_1 \frac{3(\vec{R}_{d1} \vec{d}_2) \vec{R}_{d1} - R_{d1}^2 \vec{I}_3}{R_{d1}^5} =$
 $= \left\{ \frac{\vec{R}_{d1}}{R_{d1}} = \vec{n} \right\} = r \frac{\vec{d}_1 \vec{d}_2 - 3(\vec{n} \vec{d}_1)(\vec{n} \vec{d}_2)}{R_{d1}^3} \leftarrow \text{симм.} \rightarrow \text{в вакуум.}$
 $\vec{d}_1$ и $\vec{n}$ или $\vec{d}_2$ и $\vec{n}$ — вектор

+ симм - и расем -
 $\vec{A}$ и $\vec{A}^T$ и наборог
 т.е. при $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$ не меняет

В Васильеве, где наход. 3-й год). Там пока непогоды.
3-ий не создается.

Т.к. темп прироста $\rightarrow$ огранич. д.в.и.и. з-д. д.б. финиш
и темп прироста $\rightarrow$ огранич. д.в.и.и. з-д. д.б. финиш
и темп прироста $\rightarrow$ огранич. д.в.и.и. з-д. д.б. финиш

T - пр-к време, за кот. з-д не
уход на $\infty \rightarrow$ м.ст. д-ти казатерисдот
Усреднен д-ти на T T

$$\overline{\operatorname{div} \vec{H}} = 0 \quad - \text{усреднёв по времени} \quad \vec{H} = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{H}(t, \vec{r}) dt$$

— записати $\vec{u}$ $\text{om } \vec{z}$ $\text{wazg.} \rightarrow H(\vec{z})$ $\text{mowko om } \vec{z}$

$$w_{EH} = \frac{1}{C} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{4\pi}{C} \vec{J} \cdot \vec{E}$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{T} \int \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} dt = \frac{\vec{E}(T) - \vec{E}(0)}{T} \left\{ \text{upper } T \rightarrow \infty \right\} \rightarrow 0$$

$$\text{rot } H = \frac{4\pi}{c} j$$

$$\text{div } H = 0$$

глубин 3-20 м считать стационар.
→ почти почти устроя. стационар.

$$\vec{H} = \text{rot} \vec{A} \quad \text{rot rot} \vec{A} = \text{grad div} \vec{A} - \Delta \vec{A} \stackrel{117}{=} \frac{417}{c} \vec{v}$$

"0"

$$\text{wegen } \text{div} \vec{A} = 0 \quad \Delta \vec{A} = -\frac{417}{c} \vec{v}$$

minimiere: $\left\{ \begin{array}{l} \Delta \varphi = -4\pi \rho \\ \varphi = \int \frac{\rho}{R} dV \end{array} \right\}$

$$\vec{A} = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{J}}{R} dV$$

гидр-м. ищет τ коорд. Γ на Γ .

$$= \frac{1}{\epsilon} \int \frac{\rho(\vec{r})}{R} \times \vec{r} dV = \left\{ \nabla \frac{1}{R} = -\frac{\vec{R}}{R^3} \right\} = -\frac{1}{\epsilon} \int \frac{\vec{r} \times \vec{R}}{R^3} dV$$

Ф. на Бино
Сайра

е нормиран и монотонно: $S \rightarrow \Sigma$

$$\vec{A} = \frac{1}{\epsilon} \sum \frac{\epsilon \vec{D}}{|\vec{R}_0 - \vec{r}|} = \frac{1}{\epsilon} \sum \epsilon \vec{D} \left(\frac{1}{R_0} - (\vec{r} \cdot \vec{R}_0) \frac{1}{R_0^3} + \dots \right)$$



$$\left\{ \rho(\vec{r}) = \sum_a e_a \delta(\vec{r} - \vec{r}_a) \right\} \quad R_0 \gg a \approx |\vec{r}|$$

расшири поле на $\vec{r}$ радиус от произволна точка $\vec{r} - \vec{r}_0$

$$\vec{D} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{d\vec{r}}{dt} dt = \frac{\vec{r}(T) - \vec{r}(0)}{T} \quad \left\{ \text{при } T \rightarrow \infty \rightarrow 0 \right.$$

$$\vec{A} = \frac{1}{\epsilon R_0^3} \sum \epsilon \vec{D} (\vec{r} \cdot \vec{R}_0)$$

$$\vec{D}(\vec{r} \cdot \vec{R}_0) = \frac{1}{2} \vec{D}(\vec{r} \cdot \vec{R}_0) + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \vec{r}(\vec{r} \cdot \vec{R}_0) - \frac{1}{2} \vec{r}(\vec{D} \cdot \vec{R}_0)$$

$$= \frac{1}{2} (\vec{r} \times \vec{D}) \times \vec{R}_0$$

$$\vec{A} = \frac{1}{\epsilon R_0^3} \sum \epsilon (\vec{r} \times \vec{D}) \times \vec{R}_0 = \frac{\vec{m} \times \vec{R}_0}{R_0^3} = -\vec{m} \times \vec{r} \frac{1}{R_0} \quad \left\{ \text{вектор нормиран} \right.$$

$$\vec{m} = \frac{1}{2\epsilon} \sum \epsilon \vec{r} \times \vec{D} \quad \left\{ \text{магнитен момент} \right.$$

$$\varphi_d = -\vec{D} \cdot \frac{1}{R_0} \quad \left\{ \text{скаляр нормиран} \right.$$

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} = -\nabla \times \left(\vec{m} \times \frac{1}{R_0} \right) = -\vec{m} \Delta \frac{1}{R_0} + (\vec{m} \cdot \nabla) \nabla \frac{1}{R_0} =$$

$$= -\left(\vec{m} \cdot \nabla \right) \frac{\vec{r}}{R_0^3} = -\frac{\vec{m}}{R_0^3} - \vec{R}_0 \left(-3 \frac{1}{R_0^4} \right) \left(\vec{m} \cdot \frac{\vec{R}_0}{R_0} \right) = \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{R}_0) \vec{R}_0 - R_0^2 \vec{m}}{R_0^5} =$$

$$= \left\{ \frac{\vec{R}_0}{R_0} = \vec{n} \right\} = \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{n}) \vec{n} - \vec{m}}{R_0^3} \quad \left\{ \text{направление норм. маг. момент} \right.$$

т.е. магнитна такава, то гл. катет $\vec{m}$ $\frac{1}{m} = \text{const}$ $\vec{m} = \frac{e}{2mc} \sum \vec{r} \times \vec{p} = \frac{e}{2mc} \sum \vec{r} \times \vec{p} = \frac{e}{2mc} \cdot \vec{M}$ $\left\{ \text{магнитен момент} \right.$

$$\vec{m} = \frac{e}{2mc} \sum \vec{r} \times \vec{p} = \frac{e}{2mc} \sum \vec{r} \times \vec{p} = \frac{e}{2mc} \cdot \vec{M}$$

2) не релятивистский случай $v \ll c$ $\vec{p} = m\vec{v}$

$\frac{1}{mc}$ - коэффициент

Рассмотрим гравитационный потенциал

$$\vec{F} = \sum \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{H} = 0$$

т.к. потенциал $\vec{v} = 0$

$$\vec{K}_H = \sum \vec{v} \times \vec{F} = \sum \vec{v} \times \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{H} = \frac{1}{c} \sum v \{ \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{H}) - \vec{H} (\vec{v} \cdot \vec{v}) \} = 0$$

применим тождество $\vec{v} \times (\vec{v} \times \vec{H}) = \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{H}) - \vec{H} (\vec{v} \cdot \vec{v})$

т.к. $\vec{v} \cdot \vec{v} = v^2$

$$= \frac{1}{c} \sum v (\vec{v} \times \vec{v}) \times \vec{H} = \vec{m} \times \vec{H}$$

$$\vec{K}_E = \vec{v} \times \vec{E}$$

Ф-ция Лагранжа во внешнем маг

$$L_H = \sum \frac{1}{c} \vec{v} \cdot \vec{H} = \frac{1}{c} \sum v (\vec{H} \cdot \vec{v}) = \frac{1}{c} \sum v (\vec{v} \times \vec{v}) \cdot \vec{H} = \vec{m} \cdot \vec{H}$$

$$L_E = -U_E = -(-\vec{v} \cdot \vec{E}) = \vec{v} \cdot \vec{E}$$

получим

Т-ма Лармора

част-мост не релятивистский з-д-ел с одинаковой скоростью $v \ll c$, част-мост находится в центр. магн. поле и электроны вращаются с одинаковой част-отой. Это значит, что магн. поле в центр. магн. поле во вращ. магн. поле с част-отой Ω

$$\vec{v} = -\frac{1}{mc} \vec{H}$$

- частота вращ. - ларморова частота

$$L = \sum \frac{m v_k^2}{2} + \sum \frac{e}{c} \vec{A} \vec{v} - \sum e \varphi = \sum \frac{m v^2}{2} + \frac{1}{c} \sum e (\vec{H} \times \vec{r}) \vec{v} -$$

$$- \varphi(r_1, r_2, \dots, r_k, R)$$

$$r_{lk} = r'_k, \quad l = R' \text{ за счет}$$

$$\vec{D} = \vec{D}' + \vec{\Omega} \times \vec{r}$$

справ. расст. и инерция

вспомог. $\vec{D}'$
сист. $\vec{r}$ $\vec{v}$

$$\frac{e}{c} = \text{const}$$

$$L = \sum \frac{m}{2} (\vec{v}'^2 + 2 \vec{v}' (\vec{\Omega} \times \vec{r}) + (\vec{\Omega} \times \vec{r})^2) + \text{не зависит от времени}$$

$$+ \frac{1}{c} \sum e \vec{r} (\vec{H} \times \vec{r}) - \varphi =$$

$$= \sum \frac{m v'^2}{2} + \sum m \vec{v}' \left\{ \underbrace{(\vec{\Omega} + \frac{e}{2mc} \vec{H})}_{\vec{0}} \times \vec{r} \right\} - \varphi = \sum \frac{m v'^2}{2} - \varphi$$

отсут. сил инерции
и центр тяжести мал. тела

$\Omega \gg \Omega^2$ в первом члене при наличии мал. тела
3-го члена Ω $\rightarrow$ т.е. Ларморово прецесс

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} \gg T_{\text{инерц.}} \quad \vec{K} = \frac{d\vec{M}}{dt} = \sum \vec{r} \times \vec{F} = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T a(t) dt \right\}$$

$$\vec{M} \times \vec{H} = \frac{e}{2mc} \vec{M} \times \vec{H} = - \frac{e \hbar}{2mc} \times \vec{M} = \vec{\Omega} \times \vec{M}$$

$$1) \text{ гами. на } \vec{M} \quad \frac{d\vec{M}}{dt} = 0 \rightarrow \frac{d}{dt} \vec{M}^2 = 0$$

$$2) \text{ уикн на } \vec{\Omega} \quad \frac{d\vec{M}}{dt} = 0 \quad \frac{dM_z}{dt} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Найти } M_x, M_y, M_z \\ \text{гами} \end{array} \right\}$$

ЭЛЕКТРО-МАГ. ПОЛЕ в ОТСУТСТВИИ 3-го ч
ТОКОВ

$$\rho = 0, \quad \vec{j} = 0 \quad \text{тогда } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \text{div } \vec{E} = 0$$

$$\text{тогда } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{div } \vec{H} = 0 \quad \text{интегр. инварианты}$$

принимать во внимание
маленькие тела

Дома

градиентом, значит от координат и времени;

$\vec{E}$ и $\vec{H}$ не зависят от t . к электростатическим магн. ст.

$$\varphi = \int \frac{\rho}{R} dV = 0 \quad \vec{A} = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{j}}{R} dV = 0$$

Значит волна - поле в отрыве от источника токов

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi \quad \text{т.к. потенциал пограничной}$$

$$\vec{H} = \text{rot} \vec{A} \quad \text{потенциала равен нулю}$$

$$\Delta \varphi = -4\pi \rho \quad \text{div} \vec{H} = 0 \quad \text{кулон. камер}$$

$$\varphi = \int \frac{\rho}{R} dV = 0$$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{H} = \text{rot} \vec{A}}$$

$$\text{rot rot} \vec{A} = \text{grad div} \vec{A} - \Delta \vec{A} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$$

$$\boxed{\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0} \quad \text{волн. ур-е или ур. Гамильтона}$$

т.е. пропав по L т.е. E ур-ем газ. ур-ия.

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \Delta \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

Волн. ур-е в 4хмер. виде

$$\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} = -\frac{4\pi}{c} j^\nu$$

$$\frac{\partial A^\mu}{\partial x^\mu} + \frac{\partial A^\nu}{\partial x^\nu} = 0 \rightarrow \frac{\partial A^\mu}{\partial x^\mu} = 0$$

усл. инвар. принципа

$$\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} = g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} \frac{\partial F_{\alpha\beta}}{\partial x^\mu} = g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial A_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial A_\alpha}{\partial x^\beta} \right) =$$

$$= g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} \frac{\partial^2 A^\gamma}{\partial x^\mu \partial x^\alpha} - g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} \frac{\partial^2 A^\gamma}{\partial x^\mu \partial x^\beta} \quad \text{волн. ур-е: } \frac{\partial A^\mu}{\partial x^\mu} = 0$$

$$\boxed{-g^{\mu\alpha} \frac{\partial^2 A^\gamma}{\partial x^\mu \partial x^\alpha} = -\frac{4\pi}{c} j^\gamma} \quad \text{волн. ур-е в 4хмер. виде}$$

инвариантен

$$-g^{\mu\alpha} \frac{\partial^2}{\partial x^\mu \partial x^\alpha} = \Delta / -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \square$$

Дала наиз

$$g^{00} = 1 \quad g^{11} = g^{22} = g^{33} = -1$$

опер. Даламбэ

04.12.04

$$\text{в } f^i = 0 \quad \left[-g^{im} \frac{\partial^2 A^a}{\partial x^i \partial x^m} = 0 \right] \text{ у нас - Лоренца}$$

$$\Delta f - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 - \text{тример. волн. уравнение}$$

Искомая зависимость: к-завис-ть от t -ой коорд
и времени. Пусть от x

$$f(x, t)$$

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0 \right]$$

$$\begin{cases} t - \frac{x}{c} = \xi & \text{определим } t = \frac{1}{2}(\eta + \xi) \\ + \\ t + \frac{x}{c} = \eta & \text{определим } \Delta = \frac{c}{2}(\eta - \xi) \end{cases}$$

из 2-х первое

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} = \frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \xi} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial t} - c \frac{\partial f}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \eta} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial t} + c \frac{\partial f}{\partial x} \right)$$

$$\rightarrow \left(\frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x} \right) f = 4 \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} = 0 \quad \text{метод интегрир. характеристик}$$

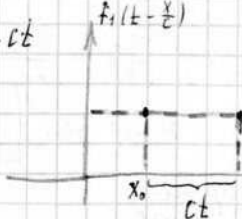
$$f(\xi, \eta) = f_1(\xi) + f_2(\eta) \rightarrow f(x, t) = f_1\left(t - \frac{x}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

$$f_1\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

$$\text{при } t=0: f_1 = f_1\left(-\frac{x_0}{c}\right)$$

$$\text{при } t: f_1\left(t - \frac{x}{c}\right) = f_1\left(t - \frac{x - x_0}{c} - \frac{x_0}{c}\right)$$

$$x = x_0 + ct$$



$f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ - плоская волна -
бегущая волна
в направлении x
со скоростью c

$$\text{div } \vec{A} = 0$$

$$\frac{\partial A_x}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} = 0 \rightarrow$$

"0"

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \text{const}$$

$$E_x = -\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} = \text{const} - \text{постоян. поле} \rightarrow$$

$A_x = 0 \rightarrow E_x = 0$, т.е. эл. поле эл/магн волны $\perp$ направл. распространения.

$$\vec{E}(t, x) = -\frac{1}{c} \frac{\partial A(t - \frac{x}{c})}{\partial t} = -\frac{1}{c} \vec{A}'$$

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} \left(t - \frac{x}{c} \right) = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} \times \vec{A} \left(t - \frac{x}{c} \right) = \vec{e}_x \times \vec{A}' \left(-\frac{1}{c} \right) =$$

$$= \vec{e}_x \times \vec{E} = \vec{n} \times \vec{E}, \text{ где } \vec{n} = \vec{e}_x$$

$$\begin{cases} \vec{E} \vec{n} = 0 \\ \vec{H} \vec{n} = 0 \end{cases} \text{ плоская волна (поперек)}$$

$\vec{H} = \vec{n} \times \vec{E} \rightarrow$ эл и магн. поле взаимно $\perp$
по величине $E = H$

$$W = \frac{E^2 + H^2}{8\pi} = \frac{E^2}{4\pi} = \frac{H^2}{4\pi}$$

плотн. поля

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times (\vec{n} \times \vec{E}) = \frac{c}{4\pi} E^2 \vec{n}$$

м-ль потока энергии

$\vec{n} \cdot \vec{E} = \vec{E} \cdot (\vec{n} \times \vec{E}) = 0$ для плоск. волны
и фазов. см-тия совпадают

$$\vec{P}^{(f)} = \frac{\vec{S}}{c} = \frac{1}{c^2} (c \vec{W} \vec{n}) = \left(\frac{W}{c} \right) \vec{n} \rightarrow \boxed{W = c P^{(f)}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{плотность} \\ \text{энергии} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{для} \\ \text{фотонов} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{плотность} \\ \text{мощности} \\ \text{поля} \end{array} \right.$$

плотность
мощности
поля

Монохроматич. волна
- все величины, отн. волне, эквив.
протекли ф-ции времени

$$f(t, \vec{r}) = f(\vec{r}) \cos(\omega t + \alpha)$$

частота

$$\Delta f(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{c^2} f(\vec{r}) = 0 \text{ распростран. в пространстве}$$

Плоская монохром. волна

$$f(t, x) = f(x) \cos(\omega t + \alpha) \text{ — відповідь ур. 1.0: } \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

$$f_1(t, x) = f_1(t - \frac{x}{c}) = \leftarrow \text{гамма входить в такий вид}$$

$$= f_0 \cos \{ \omega(t - \frac{x}{c}) + \alpha \}$$

$$f_1(t, x) = \operatorname{Re} \{ f_0 e^{-i[\omega(t - \frac{x}{c}) + \alpha]} \} = \text{т.к. пошук лінійний в } f_0$$

$$= \operatorname{Re} \{ f_0 e^{-i\omega(t - \frac{x}{c})} \}$$

1) $X=0$: $f_0 e^{-i\omega t}$; $t+\tilde{t}$: $f_0 e^{-i\omega(t+\tilde{t})} = f_0 e^{-i\omega \tilde{t}}$ упр.;
 фазовий коорд
 виміри $\omega \tilde{t} = 2\pi n$, $n=0, \pm 1, \dots$

$$T = \tilde{t} \Big|_{n=\pm 1} = \frac{2\pi}{\omega} \text{ — період та монор. вагони}$$

2) $t=0$: $f_0 e^{i\frac{\omega}{c}x}$; $x+L$: $f_0 e^{i\frac{\omega}{c}(x+L)} = f_0 e^{i\frac{\omega}{c}L}$
 виміри $L\frac{\omega}{c} = 2\pi n$
 $\rightarrow L = \frac{2\pi c}{\omega} n$

$$\lambda = L|_{n=1} = \frac{2\pi c}{\omega} = Tc \text{ — довжина вагони}$$

$$\vec{K} = \frac{\omega}{c} \vec{n}; f(t, \vec{r}) = \operatorname{Re} \{ f_0 e^{i(\vec{K}\vec{r} - \omega t)} \}$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \right) e^{i(\vec{K}\vec{r} - \omega t)} = 0 \quad \left(-K^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \right) = 0$$

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{K}\vec{r} - \omega t)}$$

$$0 = \operatorname{div} \vec{E} = i\vec{K} \vec{E} \quad \text{тут } \vec{E} = \nabla \chi \vec{E}$$

$$\nabla e^{i\vec{K}\vec{r}} = i\vec{K} e^{i\vec{K}\vec{r}}$$

$$\vec{H}(t, \vec{r}) = \vec{H}_0 e^{i(\vec{K}\vec{r} - \omega t)}$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = i\vec{K} \vec{H} = 0 \quad \text{тут } \vec{H} = i\vec{K} \chi \vec{H}$$

моніторинг поширення та монор. вагони

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = \text{Re} \{ \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \} \quad \vec{E}_0 - \text{комп. вектор}$$

$$\vec{E}_0^2 = |\vec{E}_0|^2 e^{-i2\Delta} - \text{выберем в таком виде}$$

$\vec{k}\vec{r} - \omega t$ - фаза н. э. волн

$$\vec{E}_0 = \vec{b} e^{-i\Delta}; \quad \vec{E}_0^2 = \vec{b}^2 e^{-i2\Delta} = |\vec{E}_0|^2 e^{-i2\Delta}$$

$\vec{b}^2 = |\vec{E}_0|^2$ - при таком выборе - вещ.-ая вект.

$$\vec{b} = \vec{b}_1 + i\vec{b}_2 \quad \vec{b}^2 = \vec{b}_1^2 - \vec{b}_2^2 + 2i\vec{b}_1\vec{b}_2 \rightarrow \vec{b}_1\vec{b}_2 = 0$$

$$\vec{E}_0 = (\vec{b}_1 + i\vec{b}_2) e^{-i\Delta} \quad \vec{b}_1 \text{ и } \vec{b}_2 \text{ взаимно } \perp$$

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = \text{Re} \{ (\vec{b}_1 + i\vec{b}_2) e^{-i(\vec{k}\vec{r} - \omega t - \Delta)} \}$$

вектор
фикс. моме
концы $\vec{E}$
опи. эллипс

$$\begin{cases} E_y = b_1 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \Delta) \\ E_z = \pm b_2 \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \Delta) \end{cases}$$

по оси z

$$\frac{E_y^2}{b_1^2} + \frac{E_z^2}{b_2^2} = 1$$

Эллипс : супрта
покрыт
прав. вимт.
покрыт-чел
е. покр. в
разное
амплитуде

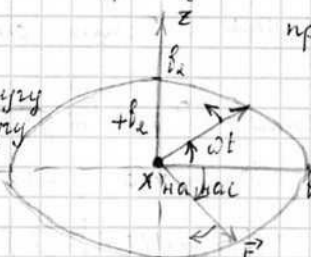
е. $b_1 = b_2$: Е. вимт. покрыв
то покрыв покрыв
(прав. и лев. вимт.)

$$E_{0z} = \pm i b_1 e^{-i\Delta}$$

$$E_{0y} = b_1 e^{-i\Delta}$$

$$\frac{E_{0z}}{E_{0y}} = \pm i$$

$$\vec{E}_0 = b(\vec{e}_y \pm i\vec{e}_z) e^{-i\Delta}$$



лев. вимт.
покрыв
е. отриц. b_2

е. или b_1 или $b_2 = 0$ - линейная

$\vec{k}\vec{r} - \omega t$ - скал. пр. величина : в 4-х имп. виде записана

$$K^i = \left(\frac{\omega}{c}, \vec{k} \right)$$

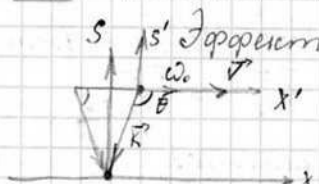
$$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$$

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = \vec{E}_0 e^{-i K_i X^i}$$

$$K_i X^i = K_0 X^0 + K_x X^x = K^0 X^0 - K^x X^x =$$

$$= \frac{\omega}{c} ct - \vec{k} \cdot \vec{r} = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}$$

$$K_i K^i = K_0 K^0 + K_x K^x = (K^0)^2 - (K^x)^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega^2}{c^2} = 0$$



Эффект Доплера

фронт глн. мимо наблюд
ω- част. света

пр. Доплера! $K^{i0} = \frac{K^0 - \frac{v}{c} K^x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

$$\omega' = \omega_0$$

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$$

$$K_x = \frac{\omega}{c} n_x = \frac{\omega}{c} \cos \theta$$

$$\rightarrow \frac{\omega_0}{c} = \frac{\frac{\omega}{c} - \frac{v}{c} K_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\omega = \frac{\omega_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}$$

эф. Доплера
глн. света

второй максимум
Доплера

1. $\frac{v}{c} \ll 1$ $\theta \neq \pi/2$ $\omega = \omega_0 (1 + \frac{v}{c} \cos \theta)$ периметр эф. Д.

2. глн. к нам θ мин от $\pi/2$, $\cos \theta > 0$
 $\omega \geq \omega_0$

3. удаляем θ от $\pi/2$ до π , $\cos \theta < 0$
 $\omega \leq \omega_0$ (частота уменьши)

4. $\theta = \frac{\pi}{2}$ $\omega = \omega_0 (1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2})$

ПОЛЕ, создаваемое ДВИЖ. ЗАРЯДАМИ

$$\text{div } \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$$

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -4\pi \rho$$

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$\vec{j}$ - ток-плн. тн. постр.

$$\frac{\partial A^i}{\partial x^i} = 0$$

$$\text{г.л.} \frac{\partial^2 A^i}{\partial x^k \partial x^k} = \frac{4\pi}{c} j^i$$

Найдем ур-ние

пери. движение + част. поле

$$\Delta \varphi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -4\pi \rho$$

Т.к. ур. мин → принцип суперпозиции
→ разобьем пр-во на бесконечное
число частей → рассмотрим 1-ю из них
как заряд движущийся

$d\vec{z}(t)$ - заряд для объема

$$\Delta \varphi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -4\pi d\vec{z}(t) \delta(\vec{R})$$

тогда

разобьем область на 2 части.

1) $R \neq 0 \rightarrow \varphi(R, t)$ в силу сфер. симметрии

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial R^2} R^2 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial R^2} (R\varphi) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad R\varphi = \chi$$

$$\chi(t - \frac{R}{c}) \quad \varphi = \frac{\chi(t - \frac{R}{c})}{R}$$

2) $R \rightarrow 0$ переходим от φ по R к пределу функции, или
применяем от φ по t

$$\Delta \varphi = -4\pi d\vec{z}(t) \delta(\vec{R}) \quad \text{— кривоизог. потенциал}$$

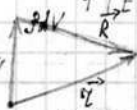
$$\varphi = \frac{d\vec{z}(t)}{R} \quad \chi(t) = d\vec{z}(t)$$

R - расстояние
напр. координ. по
т. наблюд.

$$\varphi = \frac{d\vec{z}(t - \frac{R}{c})}{R}$$

$$d\vec{z} = \rho dV \quad \varphi(t, \vec{r}) = \int \frac{\rho(\vec{r}', t - \frac{R}{c})}{R} dV'$$

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'|$$



$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$$

$$\vec{A}(t, \vec{r}) = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}', t - \frac{R}{c})}{R} dV'$$

$$\int \varphi = \int \frac{\rho(\vec{r}', t - \frac{R}{c})}{R} dV' + \varphi_0 \quad \text{— потенциал упр. поля}$$

$$\vec{A} = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{j} \cdot \vec{r}}{R} dV + \vec{A}_0$$

$\varphi_0, \vec{A}_0$ - стр-ма нап. цен
 т.е. поле нап. линии бр.

Внеш. поле взаим. с зарядов $\rightarrow$ глубина з-об в дан. поле

$\varphi_0, \vec{A}_0$ - поле, возник. за счет глубин. элект. з-об
 $\rightarrow$ выдвинул $t - \frac{R}{c}$, а не $t + \frac{R}{c}$

$\varphi_0, \vec{A}_0$ - запародованные потенциалы: в дан. т. поле распр., учетом предыдущ. времени.

Мин. размер источника: a , на расст $R \gg a$



$R = |\vec{R}_0 - \vec{r}|$ в Иом. приближении

$\frac{1}{R} \approx \frac{1}{R_0}$, в арт-ме $t - \frac{R}{c}$ не меняется так

$$R = \sqrt{(\vec{R}_0 - \vec{r})^2} = \sqrt{R_0^2 - 2\vec{R}_0 \cdot \vec{r} + r^2} = R_0 \sqrt{1 - 2 \frac{\vec{R}_0 \cdot \vec{r}}{R_0^2} + \frac{r^2}{R_0^2}} \approx R_0 \left(1 - \frac{\vec{R}_0 \cdot \vec{r}}{R_0^2}\right) = R_0 - \vec{r} \cdot \vec{n}$$

$\vec{r} \cdot \vec{n}$ - проекция

$t - \frac{R}{c} = t - \frac{R_0}{c} + \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c}$ - пренебр. можно, т.к. гамма забл-м не меняется

$$R_0 \gg a \sim |\vec{r}|$$

$$\varphi = \frac{1}{R_0} \int \left(\rho - \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c} \right) dV$$

аргумент

$$\vec{A} = \frac{1}{c R_0} \int \left(\vec{j} + \frac{R_0}{c} \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \vec{r} \cdot \vec{n} \right) dV$$

арт-м завис от времени считаем

т.е. приближение $R_0 \gg a$

$$\varphi = \frac{\chi(t - \frac{R_0}{c})}{R_0} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{т.к. микр. волна} \\ \text{ног. т.к. R мин} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\chi(t + \frac{R_0}{c} - \frac{R_0 + \lambda}{c})}{R_0 + \lambda}$$

$\lambda = ct$

снова зам $t - \frac{R}{c}$ через период

$$\approx \frac{\chi(t - \frac{R}{c})}{R} \text{ при } R \gg \lambda \text{ возм. вост. зона излуче-}$$

ния

Волну можно рассматр. как плоскую

$\frac{P(t-\frac{R}{c})}{R}$ - сферич. волна, а не плоскостная

10.12.04

$$P(t - \frac{R}{c}) = P(t + T - \frac{R+1}{c}) \text{ при } \lambda = cT \rightarrow \frac{P(t + \frac{R}{c})}{R} \rightarrow \frac{P(t - \frac{R}{c})}{R+1} \rightarrow$$

→ момент волна → при $R \gg \lambda$ приближ. λ

$$\vec{E} = H \times \vec{n}, \quad \vec{n} = \frac{\vec{R}}{R_0}, \quad \vec{H} = \frac{1}{c} \vec{\dot{A}} \times \vec{n}$$

в излуч. эл. дип. волна → сфер. волны энергии

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H} = \frac{c}{4\pi} (\vec{H} \times \vec{n}) \times \vec{n} = \frac{c}{4\pi} (\vec{H} \cdot \vec{n} - \vec{n}(\vec{n} \cdot \vec{H})) = \frac{c}{4\pi} H^2 \vec{n}$$

Плотность - сфер. волн энергии

сфер. волн групп-грав. излучения: излучение

$$dI = \frac{c}{4\pi} \vec{H} \cdot \vec{n} \cdot R_0^2 d\Omega = \frac{c}{4\pi} H^2 R_0^2 d\Omega$$

недале от R_0 в волн
зоне - грав. излуч.

в апри. те, сферич. волн излучения: интегрируем по
поверхности в апри. те волна преобразов. $\frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c}$ - время задерж.

$$|\frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c}| \sim \frac{a}{c} \ll T \quad T - \text{время распр. з.-гов. сфер. волн}$$

→ волна приближ.

$a \ll cT = \lambda$, T-пер. излуч. волн

в $a \ll \lambda$ то $\frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{c}$ приближ.

$$0 \rightarrow T \sim \frac{a}{c} \gg \frac{a}{c} \rightarrow \boxed{\delta \ll c}$$

сфер. волн
з. об.

$$R_0 \gg \lambda \gg a \quad \vec{H} = \frac{1}{cR_0} \int \vec{\dot{A}}_i \cdot dV = \left\{ \vec{E}' = \vec{E} - \frac{R_0}{c} \right\}$$

$$= \frac{1}{cR_0} \sum \vec{E} \cdot \vec{R}_i = \frac{1}{cR_0} \sum \vec{E} \cdot \vec{R}_i = \frac{\vec{\ddot{A}}}{cR_0}$$

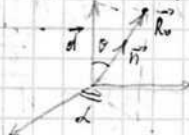
$$\vec{H} = \frac{1}{c^2 R_0} \vec{\ddot{A}} \times \vec{n}, \quad \vec{E} = \frac{1}{c^2 R_0} (\vec{\ddot{A}} \times \vec{n}) \times \vec{n}$$

гравит. излучение

$\vec{\ddot{A}}$ - 2-й пр. излуч. от гравит. волн

$$dI = \frac{1}{4\pi c^2} (\vec{\ddot{A}} \times \vec{n})^2 d\Omega =$$

$$= \frac{\vec{\ddot{A}}^2}{4\pi c^2} \sin^2 \theta d\Omega$$



$\frac{dI}{d\Omega} \sim \sin^2 \theta$
 углов. расп. излуч.
 аксиально симметр.

$$I = \frac{\ddot{\vec{r}}^2}{4\pi c^3} \int \sin^2 \theta \sin \theta d\theta d\phi = \frac{2}{3c^3} \ddot{\vec{r}}^2$$

где 1-е з-га:

$\vec{d} = e\vec{r}$ $I_1 = \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\vec{r}}^2$ где $\vec{r}$ с ускор, только малые з-га могут генерировать излучение.

В. гун. мом. дип. з-об = 0 $\rightarrow$ гун. излуч. отсчитывае, когда гун. мом. дип. з-об не равно нулю

$\frac{\vec{r}\vec{n}}{L} \sim \frac{a}{L}$ $\vec{A} = \frac{1}{cR_0} \int \left\{ \vec{d}\vec{L} + \frac{\vec{r}\vec{n}}{L} \frac{\partial}{\partial t} + \dots \right\} dV = \frac{1}{cR_0} \left\{ \int \vec{d}\vec{L} dV + \right.$
 $\left. + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{c} \int (\vec{r}\vec{n}) \vec{L} dV \right\} \right\} = \frac{\ddot{\vec{r}}}{cR_0} + \frac{1}{cR_0} \frac{\partial}{\partial t} \sum e \vec{r}_i \cdot (\vec{n} \vec{L}_i)$
 к моменту времени t $\vec{r}$ имеет значение at

$\vec{D}(\vec{n}\vec{r}) = \frac{1}{2} \vec{D}(\vec{n}\vec{r}) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{r}(\vec{n}\vec{r}) - \frac{1}{2} \vec{r}(\vec{n}\vec{r}) =$
 $= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{r}(\vec{n}\vec{r}) + \frac{1}{2} (\vec{r} \times \vec{r}) \times \vec{n}$

$\vec{A} = \frac{\ddot{\vec{r}}}{cR_0} + \frac{1}{2c^2 R_0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum e \vec{r}(\vec{n}\vec{r}) + \frac{1}{2cR_0} \frac{\partial}{\partial t} \sum e (\vec{r} \times \vec{r}) \times \vec{n}$

$\vec{A} = \frac{\ddot{\vec{r}}}{cR_0} + \frac{1}{6c^2 R_0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum e \{ 3\vec{r}(\vec{n}\vec{r}) - \vec{r}^2 \vec{n} \} + \frac{1}{cR_0} \vec{m} \times \vec{n}$ необходим от момента з-га

$\vec{H} = \frac{1}{c} \vec{A} \times \vec{n}$

$\vec{R}_x = R_{xp} \cdot n_p = \sum e \{ 3x_k x_p - r^2 \delta_{kp} \} n_p = \sum e \{ 3x_k (\vec{n}\vec{r}) - r^2 n_k \}$
 момент диагонального момента

$\vec{A}' = \frac{\ddot{\vec{r}}}{cR_0} + \frac{1}{6c^2 R_0} \ddot{\vec{A}} + \frac{1}{cR_0} \vec{m} \times \vec{n}$ при $R_0 \gg 1 \gg a$

$\vec{H} = \frac{1}{cR_0} \left\{ \ddot{\vec{r}} \times \vec{n} + \frac{1}{6c} \ddot{\vec{A}} \times \vec{n} + (\vec{m} \times \vec{n}) \times \vec{n} \right\}$
 $\frac{2\pi c}{c} \sim \frac{2\pi c}{\lambda} a \sim \frac{a}{\lambda}$

$|\vec{m}| \sim \sqrt{\frac{e}{2c}} \vec{r} \times \vec{r} \sim d \sqrt{\frac{e}{c}} \ll d$ т.к. $d \ll L$

$dI = \frac{1}{4\pi c^3} \left\{ (\ddot{\vec{r}} \times \vec{n} + \frac{1}{6c} \ddot{\vec{A}} \times \vec{n} + (\vec{m} \times \vec{n}) \times \vec{n})^2 d\Omega \right\}$

$\vec{n}(\vec{m}\vec{n}) = \vec{m}$

Полная сумма углов

$$\frac{1}{4!} \int_{\text{HP}} \{ \} d\Omega = \{ \} - \text{устрем. по всем углам}$$

$$I = \frac{1}{6^3} \left\{ (\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}})^2 + \frac{1}{36c^2} (\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}})^2 + (\ddot{\vec{m}} \times \ddot{\vec{n}})^2 + (\ddot{\vec{m}} \times \ddot{\vec{n}})^2 + \frac{1}{36} (\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}}) (\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}}) - 2 \ddot{\vec{m}} (\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}}) - \frac{1}{36} \ddot{\vec{m}} (\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}}) \right\}$$

$$(\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}}) (\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}}) = \ddot{\vec{a}} \ddot{\vec{a}} - (\ddot{\vec{n}} \ddot{\vec{a}}) (\ddot{\vec{n}} \ddot{\vec{a}}) = 0$$

$$\ddot{\vec{a}} \ddot{\vec{a}} = \ddot{a}_\alpha \ddot{a}_\alpha = \ddot{a}_\alpha \ddot{a}_{\alpha\beta} \ddot{n}_\beta = 0$$

$$\ddot{\vec{m}} (\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}}) = \ddot{m}_\alpha (\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}})_\alpha = \ddot{m}_\alpha \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \ddot{a}_\beta \ddot{n}_\gamma = \ddot{m}_\alpha \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \ddot{a}_{\beta\mu} \ddot{n}_\mu \ddot{n}_\gamma = 0$$

$$(\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}})^2 = \ddot{\vec{a}}^2 - (\ddot{\vec{a}} \ddot{\vec{n}})^2 = \ddot{\vec{a}}^2 - \ddot{a}_\alpha \ddot{n}_\alpha \ddot{a}_\beta \ddot{n}_\beta = \ddot{\vec{a}}^2 - \frac{1}{3} \ddot{\vec{a}}^2 = \frac{2}{3} \ddot{\vec{a}}^2$$

$$(\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{n}})^2 = \ddot{\vec{a}}^2 - (\ddot{\vec{n}} \ddot{\vec{a}})^2 = \ddot{a}_{\alpha\beta} \ddot{n}_\beta \ddot{a}_{\alpha\gamma} \ddot{n}_\gamma - (\ddot{n}_\alpha \ddot{a}_\alpha) (\ddot{n}_\beta \ddot{a}_\beta) =$$

$$(\ddot{\vec{a}} \times \ddot{\vec{b}})^2 = \ddot{a}^2 \ddot{b}^2 - (\ddot{\vec{a}} \ddot{\vec{b}})^2 = (\ddot{\vec{a}} \ddot{\vec{c}}) (\ddot{\vec{b}} \ddot{\vec{d}}) - (\ddot{\vec{a}} \ddot{\vec{d}}) (\ddot{\vec{b}} \ddot{\vec{c}})$$

$$= \frac{1}{3} \ddot{a}_{\alpha\beta}^2 - \ddot{a}_{\alpha\beta} \ddot{n}_\beta \ddot{a}_{\alpha\gamma} \ddot{n}_\gamma = \frac{1}{3} \ddot{a}_{\alpha\beta}^2 - \ddot{a}_{\alpha\beta} \ddot{n}_\beta \ddot{n}_\gamma \ddot{a}_{\alpha\gamma} = \frac{1}{3} \ddot{a}_{\alpha\beta}^2 - \ddot{a}_{\alpha\beta} \ddot{n}_\beta \ddot{n}_\gamma \ddot{a}_{\alpha\gamma}$$

$$\ddot{a}_\alpha \ddot{n}_\beta \ddot{n}_\gamma \ddot{a}_\alpha = \delta (\delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\alpha} + \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\alpha} + \delta_{\beta\gamma} \delta_{\alpha\alpha})$$

метро 4-го ранга по всем 4-м индекс при устремлении по всем 4-м индекс при устремлении по всем 4-м индекс

$$\delta = 1$$

$$I = \frac{1}{3} \ddot{a}_{\alpha\beta}^2 - \frac{1}{15} (\ddot{a}_{\alpha\beta} \ddot{a}_{\alpha\gamma} + \ddot{a}_{\alpha\beta} \ddot{a}_{\beta\gamma} + \ddot{a}_{\alpha\beta} \ddot{a}_{\gamma\alpha}) = \frac{1}{3} \ddot{a}_{\alpha\beta}^2 (1 - \frac{2}{5}) = \frac{1}{5} \ddot{a}_{\alpha\beta}^2$$

$$I = \frac{2}{3c^3} \ddot{a}^2 + \frac{2}{18c^5} \ddot{a}_{\alpha\beta}^2 + \frac{2}{36c^5} \ddot{m}^2$$

1-ый член грав. излуч. 2-ый член электромагнит. 3-ий член маг. грав. излуч.

11.12.04

Кин-то по-то поин. Эпирин измугласаи
те-ои су бринеи во век направлених

1. $\vec{d} \ll c$ - приближ. $\frac{e}{m} = \text{const}$, замкн. сист. з-ов (мат. ожид. сила)

$$\vec{d} = \sum e \vec{r} = \sum \frac{e}{m} m \vec{r} = \frac{e}{m} \sum m \vec{r} = \frac{e}{m} \frac{\sum m \vec{r}}{\sum m} \sum m =$$

$$= \frac{e}{m} \sum m \vec{R}_g$$

$\vec{d} \sim \vec{R}_g = 0 \rightarrow$ как целое гвини равномерно
т.е. отсутствием гвин измуг.

2. $\vec{m} = \frac{e}{2mc} \vec{M}$ $\vec{m} \sim \vec{M} = \vec{V}$ ж. мех. мом. сохр. $\rightarrow$
мат. гвин отсутствием

3. $L_1, L_2; m_1, m_2$ $\vec{r}_1, \vec{r}_2$: $\vec{m} \sim \vec{M} \rightarrow \vec{m} \sim \vec{M} = 0$

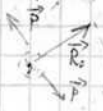
Измугласаи м. интима при гвин измуг - ?
Исправ. вправо гвин потока интима и инт.
замк. пов-ть сферич.

$$\oint T_{\alpha\beta} n_{\beta} dS = \frac{1}{4\pi} \oint (-E_{\alpha} E_{\beta} - H_{\alpha} H_{\beta} + \frac{E^2 + H^2}{2} \delta_{\alpha\beta}) n_{\beta} dS =$$

В замк. зоне измуг-мат. волна, то $E_{\theta} n_{\theta} = 0, H_{\theta} n_{\theta} = 0$
 $E^2 = H^2$

$$= \frac{1}{4\pi} \int H^2 n_{\alpha} dS \delta_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi} \int H^2 n_{\alpha} R_{\alpha} d\Omega = \left\{ \vec{H} = \frac{1}{4\pi R_{\alpha}} \vec{d} \times \vec{n} \right\} =$$

$$= \frac{1}{4\pi R_{\alpha}^2} \int (\vec{d} \times \vec{n})^2 n_{\alpha} d\Omega = \frac{1}{4\pi} \frac{(\vec{d} \times \vec{n})^2}{R_{\alpha}^2} n_{\alpha} = 0 \text{ (мат. мом. } m \text{ гвин при усред.)}$$



измуг. интима в противополож. напр.
протекат; но сферич. инт. интима.

Решение. Запис

$$S': \frac{dE'}{dt} = I' = \frac{2E'^2}{3c^3} (\vec{\ddot{d}}')^2$$

сигнал
сист-на

Преобр. Лоренца в лав. сист. инт. $dE = \frac{dE' + \vec{v} d\vec{p}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, $d\vec{p} = 0$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE'}{\sqrt{1-\beta^2/c^2} dt} = \left\{ dt = \frac{dt'}{\sqrt{1-\beta^2/c^2}} \right\} = \frac{dE'}{dt'} \rightarrow \boxed{I = I'}$$

мощность излучения

мощность излучения

$\frac{dE}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3} (\dot{\vec{v}})^2$ медл. ускор. $\vec{v}$ совм. направл. с направл. излучения

$$\frac{dU_i}{ds} \frac{dU_i}{ds} = - \frac{\dot{\vec{v}}^2 - \frac{1}{c^2} (\vec{v} \times \dot{\vec{v}})^2}{(1-\beta^2/c^2)^3} \rightarrow \frac{dU_i}{ds} \frac{dU_i}{ds} = \frac{dU_i}{ds'} \frac{dU_i}{ds'} \Big|_{\substack{\vec{v} \neq 0 \\ \dot{\vec{v}} \neq 0}} =$$

Квадрат
излуч. ускор.
инвариант $\sim 1/\gamma$

$$ds = ds' \Big|_{\substack{\vec{v} \neq 0 \\ \dot{\vec{v}} \neq 0}}$$

$$= - \frac{(\dot{\vec{v}})^2}{c^4} \rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{2e^2 c}{3} \left(- \frac{dU_i}{ds} \frac{dU_i}{ds} \right) = \frac{2e^2}{3c^3} \frac{\dot{\vec{v}}^2 - \frac{1}{c^2} (\vec{v} \times \dot{\vec{v}})^2}{(1-\beta^2/c^2)^3}$$

перпендикулярно ускор. зарядовые линии перпенд. к $\vec{v}$ в том же м.м. медл. движение зарядов не ускор. излучает

$$\frac{dU_i}{ds} \frac{dU_i}{ds} = \frac{dU_i}{ds} \frac{dU_i}{ds} + \frac{dU_i^2}{ds ds} = - \frac{1}{m^2 c^4} \cdot \frac{1}{c^2 (1-\beta^2/c^2)} \left[\left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dE}{dt} \right)^2 \right] =$$

$$\left\{ \begin{aligned} P_i &= m c U_i \\ ds &= c \sqrt{1-\beta^2/c^2} dt \\ \frac{d\vec{p}}{dt} &= c \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{H} \right) \\ \frac{dE}{dt} &= c \vec{E} \cdot \vec{E} \end{aligned} \right\} = - \frac{E^4}{m^2 c^4} \frac{(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{H})^2 - \frac{1}{c^2} (\vec{E})^2}{1-\beta^2/c^2}$$

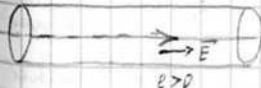
$$I = \frac{dE}{dt} = \frac{2e^4}{3m^2 c^3} \frac{(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{H})^2 - \frac{1}{c^2} (\vec{E})^2}{1-\beta^2/c^2}$$

$$\Delta E = \int I dt$$

$\frac{dE}{dt} \sim E^2$ мощность излуч. пропорц. квадрату всей энергии

в том же м.м. поле $\vec{H} = 0$, а эл. поле $\parallel$ губн. ради. $\vec{E} \parallel \vec{v}$

I излуч. от ускор. частицы $I + I(E)$ в том же ускор. губн. излуч. ради. $\vec{E}$ в направлении



поэтому энергия

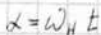
$$d\vec{P} = \frac{d\vec{P}'}{\sqrt{1-\beta^2/c^2}} + \frac{E dE'}{\sqrt{1-\beta^2/c^2}} \rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{\vec{v}}{c^2} \frac{dE'}{\sqrt{1-\beta^2/c^2}} dt =$$

излучения

$$= \frac{\vec{v}}{c^2} \frac{dE'}{dt'} \cdot \frac{\vec{v}}{c^2} \frac{dE}{dt}$$

возник. при движении по окр. территории в мал. поле

8 mi-ctm 1 man nento

$$I = \frac{2e^2 \hbar^2 H^2}{3m^2 c^5 (1 - v^2/c^2)} \sim p^2$$

$$W_H = \frac{E_H}{E_K} = \frac{E_H}{mc^2} \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$Z_L = \frac{CP_L}{CH} = \frac{mCD_L}{CH\sqrt{1-0.4^2}} = \frac{0.1}{0.9165}$$

показ сред. интенсив по периоду $\frac{217}{\omega H}$

$$\frac{\left(\frac{dI}{dV}\right)_0}{\left(\frac{dI}{dV}\right)_{0,1}} = \frac{4 + 3 \frac{V_0^2}{c^2}}{8(1 - V_0^2/c^2)^{5/2}} \rightarrow \text{при } V \ll c, \text{ то прав. ч. } \sim \frac{1}{2} \rightarrow \text{уни. изм. инт. сгущенное}$$

2. $B \rightarrow C$: Все излуч. летит в плоскости орбиты

$$\Delta \theta \sim \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{r^2}}$$

Обратное влияние излучения галактики на ее движение, т.е. терминальное излучение Ч.44
сила инертного трения

Пусть η — непрерывная д.г. на $\mathbb{R}^n$, $\eta \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n)$. Тогда η — д.г. на $\mathbb{R}^n$.

$$L = \sum_a L_a \quad L_a = -mc^2 \sqrt{1 - v_a^2/c^2} + \frac{e_a}{c} \vec{v}_a \vec{A} - e_a \varphi \quad \text{— миним. форма}$$

в лит. вост. полиг. $\vec{A}, \vec{C}$ -портит, создав-он вост. группы 3-ми

$$\vec{A} = \frac{i}{c} \int \frac{\vec{b} - \frac{r}{c}}{R} dV \quad \varphi = \int \frac{P_0 - b_c}{R} dV$$

в L зависит только от коорд и скор, но не от ускор →
имеет вид

Разложим L в ряд по переменным $\vec{r}$ и моменту.

$$\varphi = \int dV \frac{1}{R} \left(\rho - \frac{1}{c} R \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{2c^2} R^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \frac{1}{6c^3} R^3 \frac{\partial^3 \rho}{\partial t^3} + \dots \right) \text{ разложим.}$$

$$\vec{A} = \frac{1}{c} \int dV \frac{1}{R} \left(\vec{j} - \frac{1}{c} R \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = 0, \text{ конт.}$$

$$L_a = \frac{8\pi m_0^2}{3} - L_a \sum_{\vec{r} \neq 0} \frac{e^2}{R_{0\vec{r}}}$$

з-я не имеет
е. учесть $\varphi^{(1)}$ и $A^{(1)}$

и в этом случае L зависит только от скор и коорд

с $\varphi^{(2)}$ и $A^{(1)}$ - учесть → формулы Лагранжа и работать
т.к. поля: $\vec{r} \sim \frac{1}{c^2}$, а у нас $I = \frac{1}{3c^2} \frac{d^2}{dt^2} \rightarrow$ L зависит от ускор.

$$\varphi^{(2)} = \frac{1}{6c^3} \frac{\partial^3}{\partial t^3} \int \rho R^2 dV$$

$$\vec{A}^{(1)} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{j} dV$$

$$\varphi' = \varphi^{(2)} - \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

$$\vec{A}' = \vec{A}^{(1)} + d\vec{A} d\vec{r}$$

Находим φ -член f, т.е. $\varphi = 0$

$$f = -\frac{1}{6c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \rho R^2 dV$$

$$\vec{A} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \sum \vec{r} \vec{r} - \frac{1}{3c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \rho \vec{r} \vec{r} dV = -\frac{\partial^2}{c^2} - \frac{1}{3c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum \vec{r} (\vec{r}_0 - \vec{r}_0) =$$

$$= -\frac{\partial^2}{c^2} + \frac{\partial^2}{3c^2} = -\frac{2\partial^2}{3c^2}$$

$$\varphi' = 0, \quad A' = -\frac{2\partial^2}{3c^2}$$

$$\vec{H} = c_0 \perp \vec{A}' = 0$$



$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} = \frac{2}{3c^3} \frac{\partial^3}{\partial t^3}$$

На короткой дуге $\vec{r}$ и $\vec{r}_0$ почти совпадают.

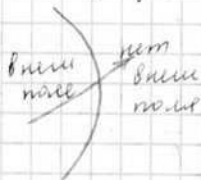
$$\vec{f} = e \vec{E} = \frac{2e}{3c^3} \frac{\partial^3}{\partial t^3}$$

Равенствы силы магнитной и гравитационной $\vec{f}$ и $\vec{f}_g$ в момент времени

$$\sum \vec{f} \vec{r} = \frac{d^2}{3c^2} \frac{\partial^3}{\partial t^3} \sum \vec{r} \vec{r} = \frac{d^2}{3c^2} \frac{\partial^3}{\partial t^3} \sum \vec{r} \vec{r} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{3c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum \vec{r} \vec{r} \right) = \frac{2}{3c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum \vec{r} \vec{r}$$

$\sum \vec{f} = -\frac{1}{3c^3} \ddot{\vec{p}}$ " -> сила торможения
 через работу по велич. работа = интенсив. излуч.

$\vec{f} = \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\vec{v}}$ - плотн. на заряд



на границе:

$$m \ddot{\vec{v}} = \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\vec{v}}$$

$$\ddot{\vec{v}} = \frac{3mc^3}{2e^2} \ddot{\vec{v}}$$

трив. рел. без ускор. з-г. излуч.

$\ddot{\vec{v}} = \ddot{\vec{v}}_0 e^{\left[\frac{3mc^3}{2e^2} t \right]}$ - приот. работател. закона

Анализ: трив. г. д. мана по сравнению с
 внеш. силой

$$|\vec{f}| \ll |\vec{F}|$$

$$m \ddot{\vec{v}} = e \vec{E} + \frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{H} + \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\vec{v}}$$

$\vec{v} = 0$ $\ddot{\vec{v}} \neq 0$ - сопутств. сн. ма

Возм. повед. мн. приближений

$$\ddot{\vec{v}} = \frac{e}{m} \vec{E} + \frac{e}{mc} \vec{v} \times \vec{H} + \frac{e}{c} \ddot{\vec{v}} \times \vec{H}$$

$$\ddot{\vec{v}} = \frac{e}{m} \vec{E}$$

$$\ddot{\vec{v}} = \frac{e}{m} \vec{E} + \frac{e^2}{m^2 c} \vec{E} \times \vec{H}$$

$$\vec{f} = \frac{2e^2}{3mc^3} \ddot{\vec{v}} + \frac{2e^2}{3mc^4} \vec{E} \times \vec{H}$$

действ. на степен. з-г

1. $\vec{F} = e \vec{E}$ в сопутств. сн. ма

$$\left| \frac{2e^2}{3mc^3} \omega \vec{E} \right| \ll |e \vec{E}|$$

$$\frac{e^2}{mc^2} \left(\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \right) \ll 1 \rightarrow \lambda \gg \lambda_0$$

λ_0 - кл. радиус частицы

$$2. \left| \frac{\partial E}{\partial m^2 c^4} \vec{E} \times \vec{H} \right| \ll |e \vec{E}| \quad H \ll \frac{m c^2}{e^2} \text{ оправдано на первом этапе}$$

$$\frac{e H}{m c} \ll \frac{m c^2}{e^2} \left| \frac{1}{\hbar} \right| \quad \hbar \omega_H \ll \frac{\hbar c}{e^2} \cdot m c^2 = *$$

т. $\hbar \omega_H$ эи в мал по сравнению $\sim m c^2$, то можно учесть квантовые эффекты

$*$ $= 137 \cdot m c^2$ и соответствует ширине спектра

Пример: излуч. заряды ограничителя несут
принципы широты излучения тринит

Рассмотрим Естественную ширину спектра
линии

$$m \ddot{x} = -kx + \frac{\partial L^2}{\partial \dot{x}^2} \ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{\partial L^2}{\partial \dot{x}^2} \ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\gamma = \frac{\partial L^2}{\partial \dot{x}^2} \omega_0^2 = \frac{\partial L^2}{\partial \dot{x}^2} \cdot \frac{\omega_0}{c} \omega_0 =$$

$$= \frac{4\pi}{3} \left(\frac{r_0}{\lambda} \right)^2 \omega_0 \ll \omega_0$$

Решение: $x = x_0 e^{pt}$

$$p^2 + \gamma p + \omega_0^2 = 0 \rightarrow p = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2} \approx$$

$$\left\{ \text{т.к. } \gamma \ll \omega_0 \right\} \approx -\frac{\gamma}{2} \pm i \omega_0$$

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{\gamma}{2} t - i \omega_0 t}$$

в течение времени амплитуда ↓

$$\overline{W(t)} = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \omega_0^2 x^2) < \underbrace{W_0 e^{-\gamma t}}_{\text{мощность уменьшается}}$$

уменьш. по т

$\Gamma = \frac{1}{\tau}$ за это время эи. уменьшается в 2 раз
причем можно рассмотреть

$$E(\hbar \omega) \sim -\omega_0^2 d \sim x(t) \hbar \omega$$

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{\gamma}{2} t - i \omega_0 t}$$

$$\vec{E}(t) = 0 \quad t < 0$$

, $t \geq 0$ разложим в
интеграл Фурье

17.12.04

$$\begin{aligned}\bar{E}(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{E}(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{E_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega - \omega_0 + i\frac{\delta}{2})t} dt = \\ &= \frac{E_0}{\sqrt{2\pi}} \left. \frac{e^{i(\omega - \omega_0 + i\frac{\delta}{2})t}}{i(\omega - \omega_0 + i\frac{\delta}{2})} \right|_{-\infty}^{\infty} = i \frac{E_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\omega - \omega_0 + i\frac{\delta}{2}}\end{aligned}$$

интеграл по угловым
распредел. интенсив.

$I(\omega)$ - квант-во эл., излуч. в единицу времени в единицу частоты от ω_0 до ω

$$I_0 = \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega) d\omega$$

$$I(\omega) \sim |\bar{E}(\omega)|^2 = I_0 \frac{\delta}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\delta^2}{4}}, \quad \text{т.к. } \delta \ll \omega_0 \rightarrow \text{пик?}$$

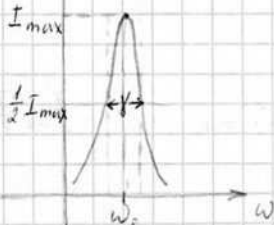
$\delta(\lambda) - \delta$ ширина

завис. интенсив. от частоты - спектр линии!

$I(\omega) \propto$

$I_{\max}$

$\frac{1}{2} I_{\max}$



$$\delta(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\lambda}{\lambda^2 + \lambda^2} \frac{1}{\pi}$$

max инт-ти приходится на частоту ω_0

$$\text{в } \omega - \omega_0 = \pm \frac{\delta}{2}$$

δ - ширина спектр. линии $\rightarrow \tau = \frac{1}{\delta}$ широта

$$\begin{aligned}|\Delta\lambda| &= \left| \Delta \frac{2\pi c}{\omega} \right| = \frac{2\pi c}{\omega_0^2} \Delta\omega = \frac{2\pi c}{\omega_0^2} \Delta\delta = \frac{2\pi c}{\omega_0^2} \frac{2\omega_0^2}{3mc^2 \omega_0^2} = \\ &= \frac{4\pi}{3} I_0, \quad \tau_0 = \frac{e^2}{mc^2} \text{ - кл. радиус } e\end{aligned}$$

вспомог. ширина спектр. линии т.к. не завис. от помех, т.е. пост. и незав. от частоты

$$\Delta\lambda = 1,18 \cdot 10^{-9} \text{ \AA}$$

Max в области собственной частоты

Рассмотрим 20/милл. ватт на зарплату
расчетных

Хар-тиз дур олголтн рессини $d\sigma$ -ка-ла
Эн, олголтн сист. з-ов ёг ёр ёдган нэлхэе (dO)
уурд нэ нэрлэгд, к ер нлхн нэрлэгд
 $d\sigma = \frac{dI}{S_2}$ [$d\sigma$] = м² нэ нэрлэгд

$$d\sigma = \frac{dI}{S_0} \quad [d\sigma] = \text{m}^2$$

Рассчитать мощность моторной -
станции на теплотех. заводе

$$D \ll c \quad d\mathbf{I} = \frac{1}{4\pi c^3} (\ddot{\mathbf{d}} \times \vec{\eta})^2 d\eta$$

$$\vec{a} = \frac{1}{2} \vec{c}$$

$$m \vec{\dot{r}} = q \vec{E} + \frac{q}{c} \vec{r} \times \vec{H}$$

В нулевом $|\vec{E}| = |\vec{H}|$

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \alpha)$$

2 то країн є першим
мислено вибрав

$$|\vec{k} \vec{r}| \sim k \cdot r \sim \frac{\omega}{c} \cdot \sigma L$$

$$\omega \mathbb{I} - \vec{k} \vec{\tau} \sim (\omega - \frac{\hbar}{c} \omega) \mathbb{I}$$

г.к. $\delta \ll \epsilon \rightarrow$ триггер $\bar{k}\bar{z}$ (пол в нот коорд)

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$$\ddot{\vec{d}} = \frac{e^2}{m} \vec{E}$$

$$\bar{S}_0 = \frac{cE^2}{4\pi}$$

мисл потрора 3n

$$dG = \frac{1}{4\pi\epsilon^3} \left(\frac{p}{m}\right)^2 \left(\vec{E} \times \vec{n}\right)^2 d\Omega = \frac{\frac{CE^2}{4\pi}}{\frac{CE^2}{4\pi}} \left(\frac{p}{mc}\right)^2 \sin^2\theta d\Omega =$$

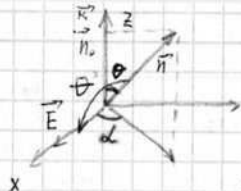
$$= \frac{1}{2} \sin^2 \theta d\theta \sim \text{protons} \cdot \text{nonresonance}$$

$\sigma = \frac{87}{3} \text{ г/см}^3$ - полная плотн. ф.ла. Тамина

но, понятие пакуать естество свѣтъ (нѣтъ, нѣтъ, нѣтъ)
естъ свѣтъ пакуать вѣтъ е одной гасѣтой вѣтъ)
и разнѣтъ направѣтъ

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}_0$$

успех по $\mathcal{L} \rightarrow$ может быть не только сам по себе



θ, α - углы направления

$$\vec{n} \cdot \vec{E} = E \cos \theta = E \sin \theta \cos \alpha$$

$$\cos \theta = \sin \theta \cos \alpha$$

$$\sin^2 \theta = (1 - \cos^2 \theta) = 1 - \sin^2 \theta \cos^2 \alpha =$$

$$= \frac{1}{2} [2 - (1 - \cos^2 \alpha)] = \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \alpha)$$

θ - угол рассеяния

$$d\sigma = \frac{1}{2} r_0^2 (1 + \cos^2 \theta) d\Omega$$

Рассеяние света на свободном электроне

или формула Томсона

$$m \ddot{\vec{z}} = -k \vec{z} + e \vec{E} + \frac{d^2 e^2}{3c^2} \ddot{\vec{z}}$$

считаем $\ddot{\vec{z}}$ пренебрежимо

$$\ddot{\vec{z}} = -\omega_0^2 \vec{z} + \frac{e}{m} \vec{E}(t) + \frac{d^2 e^2}{3m c^2} \ddot{\vec{z}}$$

$$\ddot{\vec{z}} = -\omega_0^2 \vec{z}$$

принцип $\vec{x} \rightarrow \vec{z}$

$$\ddot{\vec{z}} + \gamma \dot{\vec{z}} + \omega_0^2 \vec{z} = \frac{e}{m} \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$$

$$\vec{z}(t) = \vec{z}_0 e^{-i\omega t}$$

$$\vec{z}_0 (\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma) = \frac{e}{m} \vec{E}_0$$

$$\vec{z}(t) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} \frac{e}{m} \vec{E}(t)$$

$$\ddot{\vec{z}} = e \ddot{\vec{z}} = - \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} \frac{e^2}{m} \vec{E}$$

$$dI = \frac{1}{4\pi c^2} \ddot{\vec{z}}^2 \sin^2 \theta d\Omega$$

$$|dI| \sim e^{-i\omega t}$$

единичные векторы $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ и $\vec{e}_3$ образуют базис. Тогда, с помощью $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ можно разложить $\vec{z}$.

$$\left. \begin{aligned} A(t) &= A_0 e^{-i\omega t} \\ B(t) &= B_0 e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \rightarrow \overline{A(t)B(t)} \Rightarrow \frac{1}{2} (A + A^*) \frac{1}{2} (B + B^*) =$$

$$= \frac{1}{4} (A_0 e^{-i\omega t} + A_0^* e^{i\omega t}) (B_0 e^{-i\omega t} + B_0^* e^{i\omega t}) = \frac{1}{4} \{ A_0 B_0 e^{-2i\omega t} + A_0 B_0^* + A_0^* B_0 + A_0^* B_0^* e^{2i\omega t} \} = \frac{1}{4} (A_0 B_0^* + A_0^* B_0) = \frac{1}{2} \text{Re} (A_0 B_0^*) = \frac{1}{2} \text{Re} (A_0^* B_0) = \frac{1}{2} \text{Re} (A(t) B^*(t))$$

$$\ddot{d} = \frac{1}{2} \text{Re} \ddot{d} \ddot{d}^* = \frac{1}{2} |\ddot{d}|^2 = \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} \left(\frac{e^2}{m} \right)^2 |\vec{E}|^2$$

$$\bar{S}_0 = \frac{c}{4\pi} \bar{E}^2 = \frac{c}{8\pi} |\vec{E}|^2$$

$$d\sigma = \frac{1}{2} Z_0^2 \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} \sin^2 \theta d\Omega$$

$$\bar{dL} = \frac{1}{4\pi c^3} \left(\frac{e^2}{m} \right)^2 \frac{\omega^4 \sin^2 \theta d\Omega}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} \cdot \frac{1}{2} |\vec{E}|^2 = \frac{c |\vec{E}|^2}{8\pi} \left(\frac{e^2}{m c^2} \right)^2 \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} \cdot \frac{1}{2} \sin^2 \theta d\Omega$$

1) $\omega \ll \omega_0$ ($T = \frac{2\pi}{\omega} \gg T_0$) так как частота $\ll$ периоду колебаний
 $\sigma \sim Z_0^2 \frac{\omega^4}{\omega_0^4} = Z_0^2 \frac{\lambda_0^4}{\lambda^4}$ малое рассеяние

Резонансное ↑ резонансное рассеяние

2) $\omega \gg \omega_0$ ($T \ll T_0$) $\sigma \sim Z_0^2$ - Томсоновск. рассеяние

3) $\omega \sim \omega_0$ пусть равно: $\sigma \sim Z_0^2 \frac{\omega_0^2}{\gamma^2} \gg 1$ резонансное рассеяние

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

интенсивность и направление распространения световых волн

$$F(\vec{r}) = f_0 e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t - \alpha)} = *$$

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$$

$$* = f_0 e^{i(-\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t - \alpha)}$$

В векторном уравнении пр-ва 8
 не зависит времени равен.
 частота и д. распространения как частота.

$$\lambda \rightarrow 0$$

$$f(t) = a e^{-i\psi(\vec{r}, t)}, \quad a = a(\vec{r}, t) \quad - \text{маленькая волна}$$

$$x: \left| \frac{\partial a}{\partial x} \right| \cdot \lambda \ll |a| \quad \text{в этом случае} \rightarrow \lambda \ll x \ll L$$

и тогда можно на су. длины $(\cdot \lambda)$ на длине волны L - размеры на кот. можно считать су. - по метрике

в эт. обл. пр-ва волны и счит. точкой

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 + \vec{r} \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}} + t \frac{\partial \psi}{\partial t} \equiv \psi_0 + \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t; \quad T \ll t \ll \tilde{t}$$

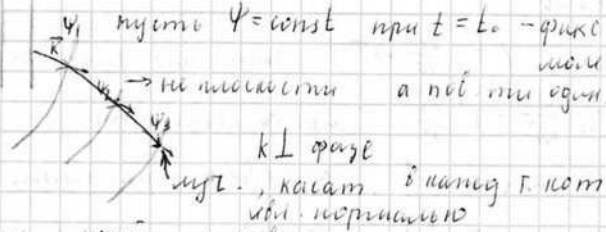
$$\begin{cases} \vec{k} = \text{grad } \psi & \text{в } \psi \text{ н.д.} \rightarrow \text{н.д. волны в точке} \\ \omega = - \frac{\partial \psi}{\partial t} & \psi(\vec{r}, t) - \text{Эйконал} \\ & \text{фазы волны} \end{cases}$$

$$\vec{k} \quad \vec{\hbar} \vec{k}$$

там, где $\vec{k} \cdot \vec{r}$ - const $\rightarrow$ фаза const

мысли $\psi = \text{const}$ при $t = t_0$ - фазы
и.и. фр
не меняется а по т.и. один фронт

$$\lambda \rightarrow 0$$



$\rightarrow$ распр-ие лучей, а не волны

18.12.04

Найдем ур-ие Эйконала

$$f(\vec{r}, t) = f_0 e^{i\psi} = e^{i\phi(-k_i x^i + \omega t)}$$

$$k_i = \frac{\partial \psi}{\partial x^i}$$

$$k_i^* = - \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \rightarrow \vec{k} = \text{grad } \psi$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c}$$

$$k_i k^i = 0$$

$$g^{ik} k_i k_k = g^{ik} \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} = 0$$

ур-ие Эйконала

$$\Rightarrow g^{\alpha\alpha} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x^\alpha} \right)^2 + g^{\alpha\beta} \frac{\partial \psi}{\partial x^\alpha} \frac{\partial \psi}{\partial x^\beta} = 0 \quad \{ g^{\alpha\beta} = -\delta^{\alpha\beta} \}$$

$$(\text{grad } \psi)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 = 0 \quad \text{— ур-ие в 3х мер пространстве}$$

$$g^{ik} \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} = 0$$

обозначим $t = a e^{i\psi} \rightarrow$ найдем $\frac{\partial}{\partial x^k} (a e^{i\psi}) = \left(\frac{\partial a}{\partial x^k} + i a \frac{\partial \psi}{\partial x^k} \right) e^{i\psi}$

$$0 = g^{ik} \frac{\partial}{\partial x^i} \left\{ \left(\frac{\partial a}{\partial x^k} + i a \frac{\partial \psi}{\partial x^k} \right) e^{i\psi} \right\} = g^{ik} \left[\frac{\partial^2 a}{\partial x^i \partial x^k} + i \frac{\partial a}{\partial x^i} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} + i a \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^i \partial x^k} + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial^2 a}{\partial x^i \partial x^k} + i a \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^i \partial x^k} \right) i \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \right] e^{i\psi} = g^{ik} (-i a) \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} e^{i\psi}$$

ψ и a — скалярные величины по сравнению с $\frac{\partial \psi}{\partial x^i}$

$$\psi(x+1) \stackrel{\text{среднее значение}}{=} \psi(x) + 1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + \dots = \psi(x) + 2\pi$$

$$\downarrow$$

$$1 \frac{\partial \psi}{\partial x} = 2\pi$$

, но ψ имеет на расстоянии порядка L

$$|\lambda \cdot \frac{\psi}{L}| \sim 2\pi \rightarrow |\psi| \sim 2\pi \left(\frac{L}{\lambda} \right) \gg 1 \quad \text{— значит, т. наз. оптика должна справедлива}$$

$$g^{ik} \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} = 0 \quad \text{подтвердим то, что рассматр. лучи}$$

Оптическое Мех. Аналогии

$$g^{ik} \frac{\partial S}{\partial x^i} \frac{\partial S}{\partial x^k} - m^2 c^4 = 0$$

частица

S-интеграл действия

$$\text{луч: } g^{ik} \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} = 0$$

ψ -интеграл, $m=0$ луч-частица

частица: $\vec{p} = \text{grad } S$

$$E = -\frac{\partial S}{\partial t}$$

луч: $\vec{k} = \text{grad } \psi$

$$\omega = -\frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$\vec{v} = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}} \quad \vec{p} = -\frac{\partial H}{\partial \vec{r}}$$

$$\vec{v} = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}} \quad \vec{k} = -\frac{\partial \omega}{\partial \vec{r}}$$

скор.

распр. мута

$\vec{v}$ — группов. скорость

$\vec{k}$ — опр. изм. н. направ. мута

H-ф-ция Гамильтона

$$E = \omega = \text{const}$$

применим Ферма
(аналогично применим
поверхности в мех)

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = ck \text{ в вакууме} \rightarrow k=0 \\ \rightarrow \text{мы расср. применим} \\ \vec{E} = \frac{\partial k}{\partial k} = c \frac{\vec{k}}{k} \end{array} \right.$$

$$\varepsilon = \text{const}$$

$$\delta S = \delta \int \vec{p} d\vec{l} = 0$$

$\vec{p}$ завис. от x и $\vec{z}$

$$\omega = \text{const}$$

$$\delta \Psi = \delta \int \vec{k} d\vec{l} = 0$$

$\vec{k} d\vec{l}$ - это элемент длины, а эта длина мин.

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n} : \delta \int d\vec{l} = 0 - \text{применяем принцип}$$

$$\vec{n} d\vec{l} = d\vec{l}$$

$$c = - \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \text{const}$$

$$\Psi(\vec{z}, t) = -\omega t + \Psi_0(\vec{z})$$

$$(\text{grad } \Psi_0)^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \text{ поверх. пост. фазы}$$

где ω - частота волны, c - скорость света - постоянная

Границы применимости
3-ов $\vec{n}$ и $\vec{k}$ $\vec{E}$ $\vec{B}$

$$\vec{E}(t, \vec{z}) = \vec{E}_0(t, \vec{z}) e^{-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{z}}$$

E_0 мен. важно по сравн. с фазой волны
амплитуда

$$\text{зафикс. } t, \vec{z} = 0 : \vec{E}(t) = \vec{E}_0(t) e^{-i\omega t} \text{ не меняем}$$

использ. принцип наименьшего

$$\vec{E}_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(t) e^{i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_0(t) e^{i(\omega - \omega_0)t} dt$$

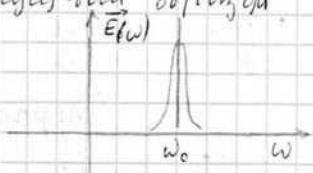
в. $\vec{E}_0(t) = \vec{E}_0 \rightarrow \vec{E}(\omega) = \vec{E}_0 \delta(\omega - \omega_0)$
 излучает волну с частотой ω_0 Фурье разложим эту волну
 на спектр $\omega = \omega_0$

в. $\omega \neq \omega_0$ $\vec{E}(\omega)$ не дает волны

$$\vec{E}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

обозначим Δt - время измерения сигнала

$$\Delta t \gg \frac{2\pi}{|\omega - \omega_0|} = T$$



в. $\Delta t \ll T \rightarrow E_0$ имеет разброс фаз
 $\rightarrow$ уширение волны
 не резкий

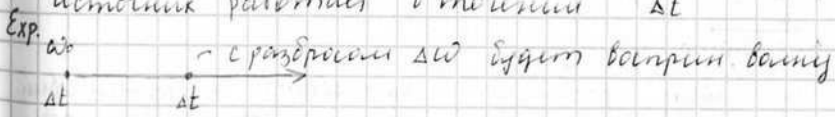
волна разбита
и окрестности ω_0

в. $\Delta t \approx \frac{1}{|\omega - \omega_0|}$ изм. E_0 сканит на монохром. волны

$$\Delta t \Delta \omega \geq 1 \text{ } \rightarrow \text{уширение монохроматичности}$$

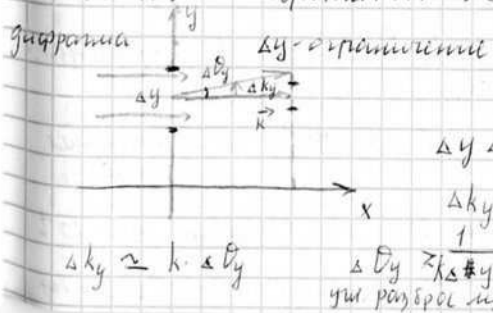
в. $\Delta t \rightarrow \Delta \omega t$ - волна монохр.

источник работает в течение Δt



в. источник протекания

$$\begin{cases} \Delta x \Delta k_x \geq 1 \\ \Delta y \Delta k_y \geq 1 \\ \Delta z \Delta k_z \geq 1 \end{cases} \text{ } \rightarrow \text{уширение монохром. волны}$$



$$\Delta y \Delta k_y \geq 1$$

$$\Delta k_y \geq \frac{1}{\Delta y}$$

$$\Delta k_y \approx \frac{1}{\Delta y} \sim \frac{1}{\Delta y}$$

из принципа,
а расход по y упрощ.

$$\Delta k_y \approx k \cdot \Delta y$$

из разброса k_y

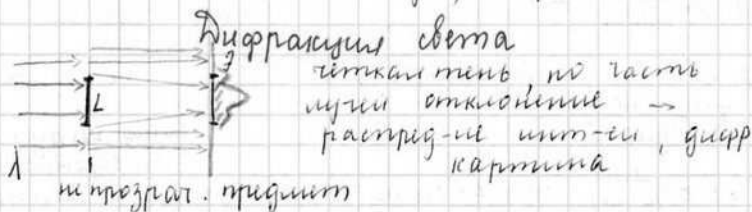
из-за огранич. полнот. митно, с раздиранием

$$\Delta y \approx \frac{\lambda}{\Delta \theta_y} \quad \text{т.е. раздирание пакета волн}$$

лучи не фокусиру. в точку $\Delta \approx \frac{1}{\theta}$

где $\theta \sim 1$ $\Delta \approx \lambda$ т.е. предел раздирания
причем предел микроскопа сдан λ

е. есть конеч. интервал времени или простран-
ство и конеч. волн. луг, а раздиранием.



L - размер препятствия

$\frac{\lambda}{L}$ - не мало, то есть дифф. карт.

е. $\frac{\lambda}{L} \ll 1$ $\lambda \neq 0$, $\rightarrow$ слабая дифф. карт.

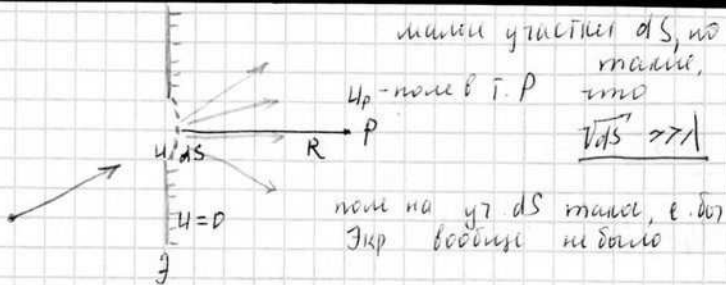
распространяется

по задан. раздиранию. волн. света и препятствию
(Экранов) опр-ить волн-ть света в Δ т. прос-
транств

$\rightarrow$ сводится к обобщен. волн. уравн. с гранич. усл.
от волн. с-ва и размеров.

отклонение распр. волн от зной волн. отклонения
 λ мало по сравнению с L мало

Находим распр-ие в пр-е волн в задан. направлении
закрыт. отверстия поверх-тью, как раздирание на



можно за θ и др. изм-ем поле
по принципу Гюйгенса dS др. вторич изм-ем
сферы волны



зав-ть кон-ва волны от нормали
соответствующей dS_n соответс. поверх.

$$u_p \sim u_0 dS_n \frac{e^{ikR}}{R},$$

точка
ср. волна

R - расстоян. от
источн. до P

$$u_p = a \int u e^{ikR} \frac{dS_n}{R}$$

$$u_p = u e^{ikx}$$

$$dS_n = dy dz$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = x \sqrt{1 - \frac{y^2 + z^2}{x^2}} = x + \frac{y^2 + z^2}{2x}$$

$$x \gg y, z$$

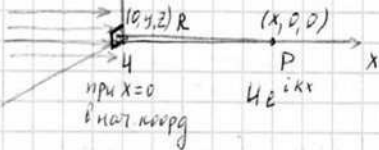
иквад. гауэс. экр-ми ут z

$$u_p = a \cdot u \frac{e^{ikx}}{x} \int dz, \quad \frac{1}{R} \approx \frac{1}{x} \text{ с 1 приближеним.}$$

$$u_p = a \cdot u \frac{e^{ikx}}{x} \int_{-\infty}^{\infty} dy e^{ik \frac{y^2}{2x}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy e^{ik \frac{y^2}{2x}} = \left\{ y = \sqrt{\frac{2x}{k}} \xi \right\} = \sqrt{\frac{2x}{k}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \xi^2} d\xi =$$

или Френеля



$$= \sqrt{\frac{\lambda x}{k}} \sqrt{\frac{\rho}{2}} (1+i)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos \xi^2 d\xi = \sqrt{\frac{\rho}{2}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin \xi^2 d\xi = \sqrt{\frac{\rho}{2}}$$

$$U_p = a U \frac{e^{ikx}}{x} \cdot \frac{\pi x}{k} 2i = 4e^{ikx}$$

$$a = \frac{k}{2\pi i}$$

$$U_p = \frac{k}{2\pi i} \int U \frac{e^{ikR}}{R} dS_n$$

ф-ла дифракции в круглом отверстии

Два дифракции 2 вида:

- Френнели: ист. света и г. наблюд. наход. на конст. расст. от экрана

- Фраунгофера: ист. света и г. наблюд. наход. на ∞ от экрана

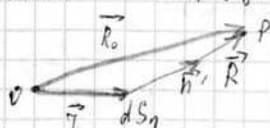
Дифр. Фраунгофера



лучи падают || лучом и приходят || в т наблюд

- излучают параллельные лучи приходят в г. наблюд. как ф-ция от угла дифракции

при дифр. Френнели || лучи. ист. и г. наблюд. не по окр-ти параллельности



$\vec{r}$ - от нач. отсчета до норм. соот

$$\vec{R} = \vec{R}_0 - \vec{r} \cdot \vec{n}$$

$\vec{R}_0$ и $\vec{R}$ практически ||

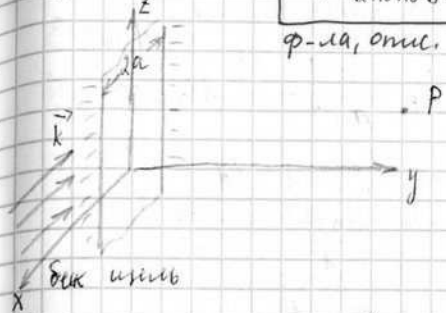
$$R \approx R_0 - \vec{r} \cdot \vec{n}$$

$$U = U_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

$$U_P = \frac{k_0}{2\pi i k_0} \int e^{i(\vec{k}\vec{r} - \vec{k}'\vec{r}')} dS_n \cdot e^{i\vec{k}\vec{r}_0}$$

$$\vec{k} \cdot \vec{r}' = k'z' = k'z$$

ф-ла, отн. групп. Фраунгофера



$d\vec{x}d\vec{z}$ - эл-т поверхности, по которой проецируем на угол минимума θ на дм $\vec{r}$ и проецируем на угол минимума $\vec{k}$ и $\vec{r}'$

$$U_P \sim \int_{-\infty}^{\infty} dz e^{i(kz - k'z')} \int_{-a}^a dx e^{i(kx - k'_x)x} \sim \int_{-a}^a e^{i\alpha x} dx =$$

if $kz \neq k'z'$ then $\int = 0$, if $kz = k'z'$ then $\int = 2a$

$$\alpha = kx - k'_x \sim \{ \text{yritae } kz = k'z' \}$$

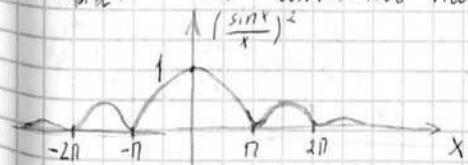
$$\sim \frac{\vec{k} \cdot \vec{k}'}{kk'} \text{ (проекции угла групп.)}$$

$$= \frac{e^{i\alpha a} - e^{-i\alpha a}}{i\alpha} \sim \frac{\sin \alpha a}{\alpha a} \text{ - nome } \delta m, P$$

$$dI \sim |U_P|^2$$

$$dI = I_0 \frac{a}{\pi} \left(\frac{\sin \alpha a}{\alpha a} \right)^2 d\alpha$$

$$\int \left(\frac{dI}{d\alpha} \right) d\alpha = I_0 - \text{интен-ть падающего света на всю ширину}$$



при $\alpha = \pm \pi$

распр-ие интенсивности

Дифракционная решетка

оценим δm . $x d = n \pi + \epsilon$

$$\epsilon \ll 1$$

или $\max$ -на

Вспомогательная δm $\max$ -на $x d$

$$\sin N x d = \sin N (n \pi + \epsilon) = \cos(N n \pi) \sin(N \epsilon)$$

$$\sin x d = \cos(n \pi) \sin \epsilon \approx \cos(n \pi) \cdot \epsilon$$

$$dx = \frac{1}{d} d\epsilon$$

$$dI = \frac{I_0}{N} \cdot \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin \frac{a}{d} n \pi}{\frac{a}{d} n \pi} \right)^2 \frac{\sin^2 N \epsilon}{\epsilon^2} d\epsilon =$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 N \epsilon}{N \epsilon^2} = \pi \delta(\epsilon)$$

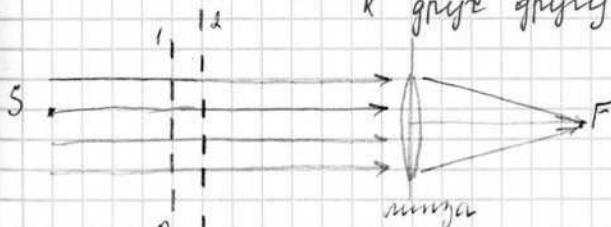
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin \frac{a}{d} n \pi}{\frac{a}{d} n \pi} \right)^2 \delta(\epsilon) d\epsilon$$

$\max$ т.к.
 $\delta(\epsilon)$

$$I_n = I_0 \left(\frac{\sin \frac{a}{d} n \pi}{\frac{a}{d} n \pi} \right)^2$$

I_0 - вкл свет, пада на
прогр. решетки гиперпл.

Аппр. от дополнительных
к гиперпл. экранов



затм. прогр не прогр и наоборот

$$U_p^{(1)}$$

$$U_p^{(2)}$$

$$U_p$$

$$U_p^{(1)} + U_p^{(2)} = 0 \text{ во всех точках, кроме фокуса } F$$

то есть нуль

$$|U_p^{(1)}|^2 = |U_p^{(2)}|^2$$

гиперпл. карт полюс одинак.
кроме F принцип

Бадина

адс. прт мено



нкот. кол-во света

притирний диодр →
нет згтк мено

в сину Байана вв
ици проход при
диодру притирний
диодр.

Шаблон: Страница) Тема.

- 1) Скорость распространения света.
- 3) Преобразование Галилея.
- 4) Опыт Майкельсона.
- 5) Скорость распространения взаимодействия.
- 6) Преобразование Лоренца.
- 9) Замедление времени в движ С.О.
- 10) Релятивистское сложение скоростей.
- 11) Абберация света.
- 12) Интервал между 2мя событиями.
- 17) 4х мерные тензоры. Смещение вариантности.
- 18) Признак тензорности величины.
- 19) Тензор обратный данному.
- 20) Полностью антисимметричный ед тензор.
- 21) Релятивистская механика.
- 28) Задачи на столкновение.
- 29) Упругое рассеяние частиц.
- 34) Эффект Комптона. Момент импульса мех системы.
- 36) Заряд в эл-мг поле.
- 38) Уравнение движения заряда в эл-мг поле.
- 40) Постоянное, однородное эл-мг поле.
- 44) Получение ур-я движ заряда в эл-мг поле в 4х.
- 46) Уравнение движения в 4х мерной форме.
- 48) Какими инвариантами вел облад эл-мг поле.
- 51) 3-н эл-мг индукции фарадея.
- 53) 3-н сохранения энергии и импульса.
- 59) Ур-е Максвелла в 4х мерном виде.
- 63) Электростатическое поле.
- 64) Электростат энергия системы зарядов.
- 66) Дипольный потенциал системы зарядов.
- 71) Постоянное магнитное поле.
- 73) Функция Лагранжа во внешнем магнитном поле.
- 73) Теорема Лагранжа.
- 74) Эл-мг поле в отсутствии зарядов и токов.
- 75) Волновое уравнение в 4х метром виде.
- 80) Эффект Доплера.
- 80) Поле, создаваемое движ зарядами.
- 86) Релятивистский заряд.
- 88) Магнитно-тормозное излучение.
- 92) Спектральное излуч, распред. интенсивности.
- 93) Рассеяние эл-мг волн на заряж частицах.
- 95) Геометрическая оптика.
- 97) Оптико мех аналогия.
- 98) Границы применения законов геом оптики.
- 100) Дифракция света.
- 102) Дифракция Фраунгофера.