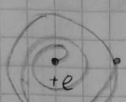
1) 

атом водорода

$\frac{dE}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3} a^2$, a - ускорение

$a = \frac{v^2}{r}$

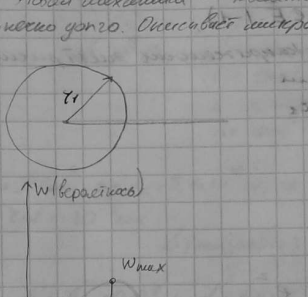
И

Уравнение, описывающее потерю энергии электрона.

$\tau \approx 10^{-11}$ с

Если бы атомы подчинялись ур. эти, то они прекратили бы свое существование через 10^{-11} с.

Новая механика — квантовая. Допускает существование атома бесконечно долго. Описывает микрообъекты и микропроцессы.

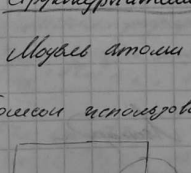
2) 

Для некоторого возбужденного, указанного атома найдут, используя ур. Шредингера

I Введение. Исторические аспекты изучения структуры атома.

1. Модель атома по Томсону (1903). Нов. реч: 1906 г.

Томсон истолковал результаты наблюдения в/с разряда.



$+V_{\text{вытягивает}} \rightarrow e^-$

$-V_{\text{вытягивает}} \rightarrow A^+_{(\text{ион})}$

Томсон: атом имеет однородно распределенный положительный заряд (по объему) и вкрапления в него электроны.

Пудинг с изюмом

0.0 $r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{Ze^2 m_e}$ - Радиус n-той орбиты

решать. покрыть.

$v_n = \frac{Ze^2}{\hbar} \cdot \frac{1}{n}$ - скорость на n-той орбите

$-\alpha \to v = \frac{Z}{n} \cdot \frac{e^2}{\hbar \cdot c} \cdot c \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$ - постоянная тонкой структуры

$E_n = \frac{m_e}{2}\left(\frac{Ze^2}{\hbar} \cdot \frac{1}{n}\right)^2 - \frac{Ze^2}{\hbar^2 n^2} \cdot Ze^2 m_e =$

$= -\frac{m_e}{2} \frac{Z^2 e^4}{\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}$ - Энергия на n-том уровне

$E_n = -\frac{m_e}{2} \frac{Z^2 e^4}{\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad \alpha = \frac{1}{137}$?

r_n, v_n и E_n для водорода ($Z=1$).

$r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{Ze^2 m_e} = \frac{(1{,}1 \cdot 10^{-27})^2 \cdot n^2}{(4{,}8 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-28}} = 0{,}53 \cdot 10^{-8}\ см \cdot n^2$

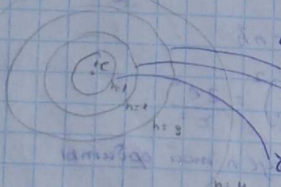
$r_1 = 0{,}53 \cdot 10^{-8}\ см$ - единица измерения расстояния в атомной физике

$v_n = \frac{Ze^2}{\hbar} \cdot \frac{1}{n} = \frac{e^2}{\hbar} \cdot \frac{1}{n} = \frac{(4{,}8 \cdot 10^{-10})^2}{1{,}1 \cdot 10^{-27}} = \frac{2 \cdot 10^8}{n}\ \frac{см}{с}$

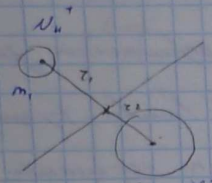
$v_1 = 2 \cdot 10^8\ см/с.$

$E_n = -\frac{9{,}1 \cdot 10^{-28} (4{,}8 \cdot 10^{-10})^4}{2(1{,}1 \cdot 10^{-27}) \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{13{,}6\ эВ}{n^2}$

$|E_1| = 13{,}6\ эВ$ - Один Гидберг



В) Вращение возбуждение состояние молекулы.



Классическая теория вращения

$$E_{вр} = \frac{(I\omega)^2}{2} = \frac{L^2}{2I}$$

I - момент инерции, L - момент импульса

$$L^2_{кван} = l_2(l_2+1)\hbar^2$$

l_2 - вращ. квантовое число.

$$E_{l_2}^{M} = \frac{l_2(l_2+1)\hbar^2}{2I}, \quad I = \mu d^2, \quad d \text{ - межъядерное расстояние.}$$

$$d = (r_1 + r_2)$$

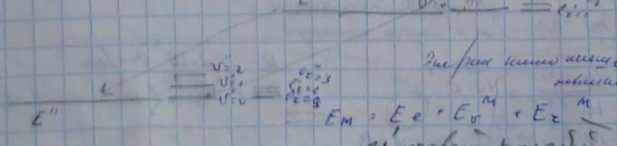
$$\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\Delta E_{l_2}^{M} = E_{l_2}^{M}(l_2) - E_{l_2}^{M}(l_2 - 1) = \frac{l_2\hbar^2}{I}$$

$$\mu = \frac{23 \cdot 37}{23+37} = 14 \text{ а.е.м.} \qquad d \sim 2,5 \text{ Å}$$

$$I = \mu d^2 = 14 \text{ а.е.м.} \left(2,5 \cdot 10^{-8}\right)^2 = 14 \cdot 1,7 \cdot 10^{-24} \cdot 6 \cdot 10^{-16} \approx 10^{-38}$$

$$\Delta E_{l_2}^{M} = \frac{\hbar^2}{I} = \frac{10^{-34}}{10^{-38} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}$$



Энергия имеет смешанное квантование

$$E_m = E_e + E_v^{M} + E_r^{M}$$

ел. уровней колеб. вр.

Электрон поглощает и испускает энергию порциями

Урок №13

$V = V_{00} + a v^1 + b (v^1)^2$ формула Дитерици

Экспериментально опровергнута этой формулой

Чтобы найти a и b нужно пользоваться формулами квантовой механики

$E_v \; |hV = hV_0 (v + 1/2) [1 - x(v + 1/2)]$

$V = V_0 \left[\frac{1}{2} - \frac{x}{4}\right] - V_0(1-x)v - x v^2 V_0$

$V_{00} = V_0 \left[\frac{1}{2} - \frac{x}{4}\right]$

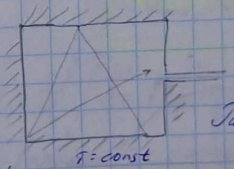
$a = V_0(1-x)$

$b = x V_0$.

VI. Электронные свойства твердых тел

60. Тепловое излучение твердых тел. Энергетические уровни

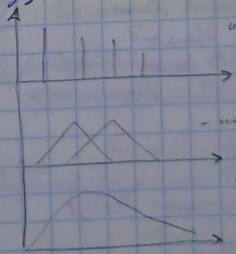
Идеально твердое тело - это абсолютно-серое тело

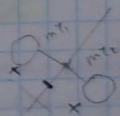


Любые лучи, которые падают не отражаются

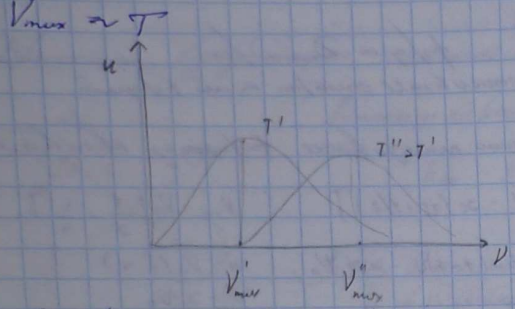
Равновесное тепловое излучение

Лучи атомы имеют квантовую природу





Вин (1893г) установил, что частота, соответствующая максимальной спектральной плотности излучения абсолютно черного тела



(Стефан - Больцман (1879 г.).

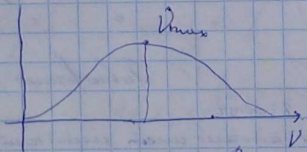
Интенсивность излучения а/полупроводников $\sim T^4$

Формула Вина $\varepsilon(\nu) = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$ - объемная спектральная плотность излучения

20.12.11

60 Энергетические доказ. излучения т/т.





1) Закон смещения Вина $\nu_{max} \sim T$

2) Интегральная интенсивность (светимость) $\sim T^4$ закон Стефана - Больцмана

1. Объемная плотность излучения $[U] = \frac{эрг}{см^3}$

2. Объемная спектральная плотность излучения $u(\nu)$

$[U(\nu)] = \left(\frac{эрг}{см^3}\right)/Гц$ объемная плотность излучения на единичном интервале частоты

3. Энергетическая светимость твердого тела

(тоже, что и испускательная способность)

$M = \frac{c}{4}\int_0^\infty u(\nu)\,d\nu$ - энергетическая светимость

Нужно получить $u(\nu)$, чтобы определить закон

$$u(\nu) = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

Найдем функцию экстремума

$$\frac{\partial(u(\nu))}{\partial\nu} = 0 \qquad 3\nu^2 f\left(\frac{\nu}{T}\right) + \nu^3 f'\left(\frac{\nu}{T}\right)\cdot\frac{1}{T} = 0 \;\Big|\; \nu^2$$

$$3f\left(\frac{\nu}{T}\right) + \frac{\nu}{T} f'\left(\frac{\nu}{T}\right) = 0$$

обозначим $x = \frac{\nu}{T}$

$$x f'(x) + 3f(x) = 0 \qquad x = const = \beta\nu$$

$$\frac{\nu_{max}}{T} = x = \beta\nu$$

$$\nu_{max} = \beta_к \nu T$$ (индекс)

Закон смещения Вина

$$M = \frac{cT^4}{4}\int_0^\infty \frac{\nu^3}{T^3} f\left(\frac{\nu}{T}\right)\frac{d\nu}{T} = \frac{cT^4}{4}\int_0^\infty x^3 f(x)\,dx$$

В результате получим, что $M = \delta T^4$, где $\frac{ck}{4} = \delta$

61. Вывод закона $u(\nu)$ для планковского осциллятора

Планк пришел к тому, что уравнения колебания атомов и их будет подчиняться колебания таких же осцилляторов

$\vec{p} = e\vec{r}$ - дипольный момент осциллятора

Энергия, излучаемая диполем будет равна

$$\delta E = \frac{2}{3c^3}\left|\ddot{\vec{p}}\right|^2 = \frac{2e^2}{3c^3}\ddot{r}^2,$$

Уравнение колебания осциллятора $\ddot{r} - \omega^2 r = 0$, $\ddot{r} = \omega^2 r$

$$\delta E = \frac{2e^2}{3c^3}\omega^2 r^2$$

кинетическая энергия осциллятора $\bar{\varepsilon}_k = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{\bar{\varepsilon}_v}{2}$

т.к. для осциллятора полная энергия равна потенциальной

$$\delta E = \frac{2e^2}{3c^3}\omega^2 \frac{m\omega^2 x^2}{m \cdot 2} 2 = \frac{2e^2}{3c^3 m}\omega^2 \bar{\varepsilon}_v$$

Энергия поглощения в ед. вр. Эта энергия найдёт на рассеяние осц.

$$\delta W = \frac{e^2}{m}\frac{\pi}{3} u(\nu)$$

$\delta E = \delta W$ – равновесие излучения

$$\frac{2e^2}{3c^3}\frac{\omega^2}{m}\bar{\varepsilon}_v = \frac{e^2}{m}\frac{\pi}{3}u(\nu)$$

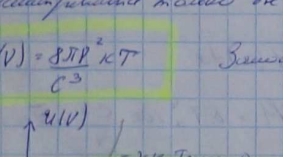
$\bar{\varepsilon}_v$ – полная энергия

$$2\frac{\omega^2}{c^3}\bar{\varepsilon}_v = \pi u(\nu)$$

$$u(\nu) = \frac{2}{\pi}\frac{\omega^2}{c^3}\bar{\varepsilon}_v = \frac{2}{\pi}\frac{(2\pi\nu)^2}{c^3}\bar{\varepsilon}_v = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\bar{\varepsilon}_v$$

Здесь рассматривалась только две степени свободы $\bar{\varepsilon}_v = kT$

$$u(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT$$ Закон излучения Релея-Джинса



– з-н Релея-Джинса – Утрафиолетовая катастрофа

– эксперимент хорошее согласование между эксп. и з-ном

Принцип предполагает, что излучение и поглощение энергии осцил. происходит квантами и электроны иначе не подходят

6.2 Вычислим $u(\nu)$ для квантово-механического осциллятора.

Получается энергетический уровень.

$$\varepsilon_k = \left(n + \frac{1}{2}\right)h\nu$$ осциллятор находится при температуре T

Распределение $N = e^{-\frac{\varepsilon_v}{kT}}$ Чем больше энергия, тем меньше осцилляторов

Будет узкий сектор осцилляторов с разными энергиями, которые будут подчиняться (дискр) больц распределению Больцмана

$$\bar{x} = \frac{\int_0^\infty x f(x)\,dx}{\int_0^\infty f(x)\,dx} \quad ; \text{ Среднее значение}$$

Посчитаем среднюю энергию

$$\bar{\varepsilon_v} = \frac{\int_0^\infty \sum_{v=0}^{\infty} (v+1/2)\,h\nu\, e^{-\frac{E_v}{kT}}}{\sum_{v=0}^{\infty} e^{-E_v/kT}} = \frac{\sum_{v=0}^{\infty} v h\nu e^{-\frac{vh\nu}{kT}}}{\sum_{v=0}^{\infty} e^{-\frac{vh\nu}{kT}}} =$$

Введем обозначение $\beta = \frac{1}{kT}$

$$= \frac{\sum_{v=0}^{\infty} v h\nu e^{-vh\nu\beta}}{\sum_{v=0}^{\infty} e^{-vh\nu\beta}} = -\frac{d}{d\beta}\left(\ln \sum_{v=0}^{\infty} e^{-vh\nu\beta}\right)$$

Преобразуем сумму выражения $\sum_{v=0}^{\infty} e^{-vh\nu\beta} = 1 + e^{-h\nu\beta} + e^{-2h\nu\beta} + \dots$

Это сумма геом прогрессии $a_1 = 1$, $q = e^{-h\nu\beta} = q$

$$S = \frac{a_1}{1-q} \quad \text{тогда} \quad \sum_{v=0}^{\infty} e^{-vh\nu\beta} = \frac{1}{1-e^{-h\nu\beta}}$$

$$\bar{\varepsilon_v} = +\frac{d}{d\beta}\ln\left(1 - e^{-h\nu\beta}\right) = \frac{1 - h\nu e^{-h\nu\beta}}{1 - e^{-h\nu\beta}} = \frac{h\nu}{e^{h\nu\beta} - 1}$$

$$\boxed{\bar{\varepsilon_v} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}}$$

Средняя энергия квантового гармонического осциллятора при температуре T

$$r(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\bar{\varepsilon_\nu}$$

$$r(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)}$$

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3\left(e^{h\nu/kT}-1\right)}$$

Формула излучения Планка

Внутренняя энергия будет подчиняться распределению Больцмана, следствием формулы излучения Планка.

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3\left(e^{h\nu/kT}-1\right)}$$

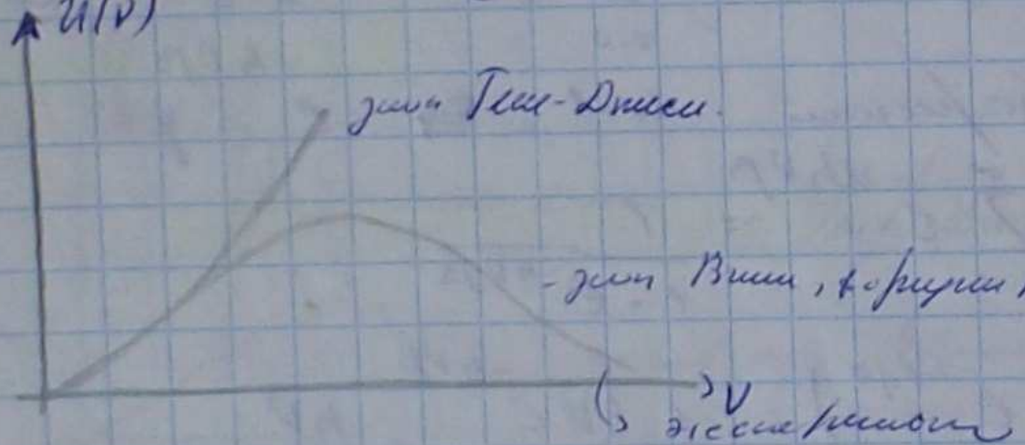
1) Классический случай $h\nu \ll kT$

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} - 1$$

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3 \frac{h\nu}{kT}} = \frac{8\pi\nu^2}{c^2} kT$$ формула Рэлея-Джинса.

2) $h\nu \gg kT$

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-h\nu/kT} \sim \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$$ формула Вина

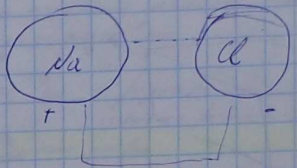


Типы связей атомов в твердых телах (кристаллах)

1) атомная связь (ковалентная, гомеополярная).

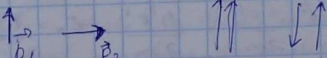
2) ионная (полярная) NaCl

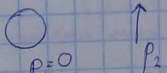
3) металлическая



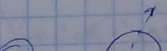
металл = ионная реш. + электронный газ

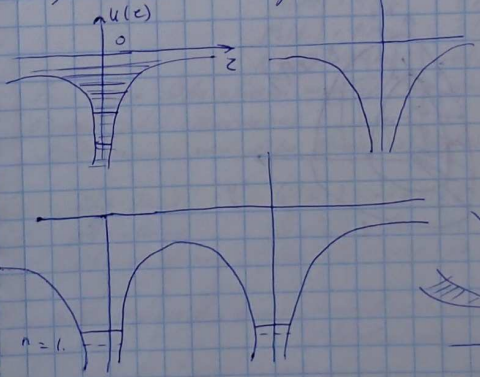
4) молекулярная связь (сил Ван-дер-Ваальса).

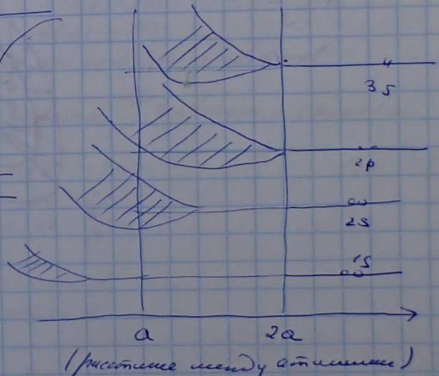
1) 

2) 

поляризационное взаимодействие.

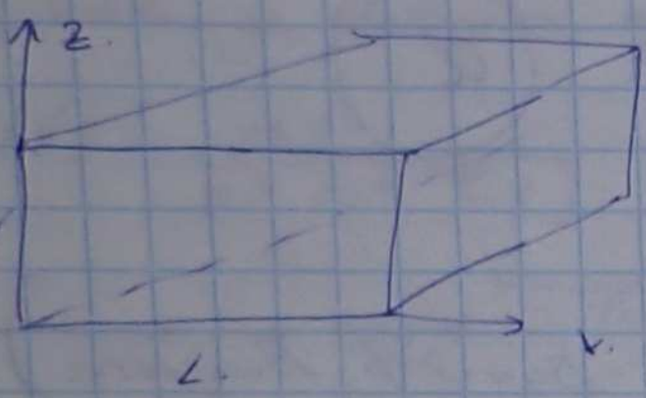
3) дисперсионное взаимодействие 





(расстояние между атомами)

Плотность состояний электронов в металлах.
Энергия Ферми.



Внутри $U = \infty$

Внутри $U = 0$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi = E\psi$$

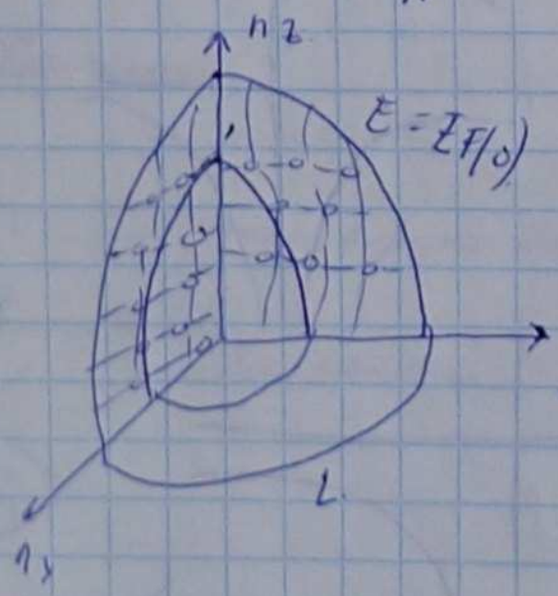
$$\psi = Ce^{i\vec{k}\vec{r}} \qquad \vec{k} = \vec{p}/\hbar$$

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad E_n = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 n^2$$

$$E_n = \frac{p^2}{2m} = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \frac{1}{2m} n^2\hbar^2$$

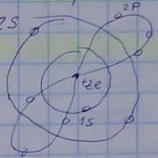
$$p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \underbrace{(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)}_{n^2}\hbar^2$$

$$N = \frac{4}{3}\pi n^3$$



2 семестр

I Исторически модели структуры ядра



- модели атома

Близкий примерный размер имеет боровский радиус

$r_1 = 0,53\,10^{-8}$ см

$R_я = \sim 10^{-13}$ см. - размеры ядра на 5 порядков меньше размеров орбиты

1. Протонно-электронная модель ядра

Опытное определение масс ядер

В 1919 году Астон изобрел масс-спектрометр, с помощью которого были измерены массы ядер

Близкий примерный масс протона $M(p) = 1836 m_e$

Масса других ядер кратна числу масс протонов

$M(He) = 4 m_p$ $Z(He) = 2(e)$ - заряд
$M(Li) = 6 m_p$ $Z(Li) = 3(e)$
$M(N) = 14 m_p$ $Z(N) = 7e)$

Если масса ядра кратна числу p, то оно состоит из протонов

Однако заряд отличается

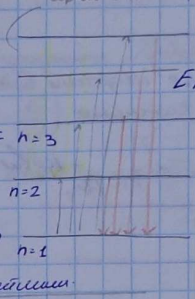
Предположили, что ядро гелия с зарядом ядро - 4 протона и 2 электрона

ядро Гелия $Q(He) = +4e - 2e = +2e$
ядро Лития $Q_я(L.) = +6e - 3e = +3e$
ядро Нитрогена $Q_я(N) = +14e - 7e = +7e$

Ядро характеризуется массовым числом A и зарядовым числом Z

${}_Z^A X$ (символ элемента).

Схема уровней



$\frac{E_1}{16} = E_4$

7* Недостатки теории Бора.

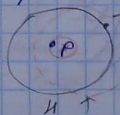
1. Теория Бора хорошо объясняла длины волн спектральных линий всех серий излучения атома водорода. Но она никак не может сказать об интенсивностях этих линий. (как волна. сил)

2. Теория Бора хорошо описывала водородоподобные атомы, но ее применяли к более сложному атому, начиная с Гелия обнаружена неверность.

3. Теория Бора была непоследовательно классической, непоследов. квантовой.

8. Учет движения ядра в теории Бора

Водород



1) Ядро считаем неподвижным, т.к. $m_e \ll m_я$

$m_e = 1\ m_e$

$m_я = 1833\ m_e$

Гелий ядро отн. центра масс

$m_e \Rightarrow M = \frac{m_e m_я}{m_e + m_я}$ - приведенная масса

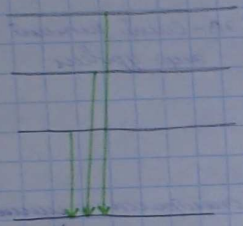
Тогда $r_n = \frac{\hbar n^2}{e^2 M}$, $E_n = -\frac{M}{2} \cdot \frac{e^4}{\hbar^2} \cdot \frac{1}{n} = -\frac{m_e m_я}{2(m_e + m_я)\hbar^2} \cdot \frac{e^4}{n} =$

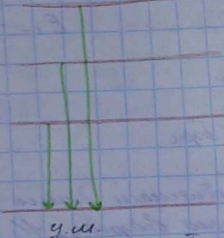
$= -\frac{me}{2}\frac{e^4}{\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}\left(\frac{1}{1+\frac{me}{m_я}}\right)$ — смещение

Прав исследов. спектр излучения морской воды
Ридберг смещен при водороде обн. сателлиты

Изотопическое смещение — ? — новые спектр уровней

$R_{ис}/R_н$





⇒ соотв. группам линии водорода
$M_я = 2m_p$

Открыт дейтерий
Изотопы водорода H_0 - легкий водород

Процесс излучения в электр. оболочке?

$^2_1H_1$ - дейтерий - тяжел водород

$^3_1H_2$ - тритий

В литрах морской воды (H_2O) - 1 $см^3$ - тяжелой воды (D_2O) новый ридберг из-за водн. линии

$$E_б = -\frac{m_e}{2}\cdot\frac{e^4}{\hbar^2\hbar^2}\left(\frac{1}{1+\frac{m_e}{M_я}}\right)$$

$$E_n = R\frac{hc}{n^2}$$

$R = f(M_я)$

$$E_n = -\frac{m_e}{2}\frac{Z^2e^4}{\hbar^2\hbar^2}$$

$$E_n = R\frac{hc}{n^2}\alpha^2$$

20.08.19

9. Волновое квантовое Ридберга

$$\kappa = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)$$

Соотношение второго постулата Бора энергия системы:

$$h\nu = E_n - E_m$$

Для водорода

$$E_n = -\frac{Rhc}{n^2}$$, где $R = 1{,}1 \cdot 10^5\ см^{-1}$ - эмпирическая константа.

$E_n = -\frac{me}{2}\frac{z^2e^4}{\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}$ - для водородоподобной системы

И: $z=1$, $E_n = -\frac{me\,e^4}{2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}$ - для водорода.

$$-\frac{Rhc}{n^2} = -\frac{me\,e^4}{2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}$$

$$R = \frac{me\,e^4}{2\hbar^2 hc}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$= \frac{me\,e^4}{4\pi\hbar^3 c}$$

$$R = \frac{me\,e^4}{4\pi\hbar^3 c} \approx 1{,}1 \cdot 10^5$$ представляет собой константу универсальных постоянных

Изотопы атома водорода:

- ${}_1^1H_0$ - водород
- ${}_1^2H_1$ - дейтерий
- ${}_1^3H_2$ - тритий

ITER - International Thermonuclear Reactor

$R = R_\infty / \left(1 + \frac{me}{m_я}\right)$ реальная масса.

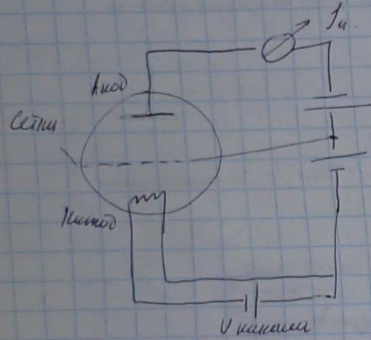
Ядро дейтерия - дейтрон (1 протон + 1 нейтрон)

Тритон - (1 протон + 2 нейтрона).

19. Опыты Франка и Герца

(1912) - Nobel Prize 1925 г.

Опыты Франка и Герца дали доказательство, что в атомах существуют только дискретные орбиты



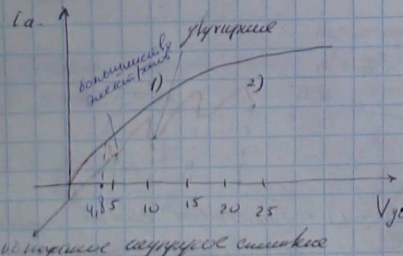
, отсек экрана, которая поперечна ставит

$V_{ускорение} = 0 \div 60$ В

$V_{торможение} = 0 \div 0,5$ В

Если энергия уровня атома дискретна, как утверждает постулат Бора, то кин. энергия электронов должна быть не менее некоторой min величины, чтобы они могли возбудить атом.

1) Отличается обрывом (впадиной)



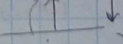
Возбуждение хар-ка

испускание света

ионизация

$V_i = 9,6$ В

2) В объеме заполнены пары ртути



$V_1 = 4,8$ В - длина волны

Высветы жидкости $\lambda = 256$ нм

Испускание жидкости Hg переход энергии на возбуждение

Характерное свечение с полезной энергии после ударов.

↓ резонансная линия

При достижении $V_{уск} \geq 4{,}8$ В происходит неупругое столкновение электронов с атомами ртути, которое приводит к возбуждению внешнего электрона атома Hg на 1-й возбуждённый уровень

Электрон, потерявший энергию 4,8 эВ не в состоянии преодолеть тормозящее поле, в результате чего кол-во электронов, проходящих на анод уменьшается и ток начинает падать.

Потенциал возбуждения - ускоряющее напряжение, соотв. отр. энерг. уровню.

II

Корпускулярные свойства электромагнитного излучения и волновые свойства частиц

11. Кванты света. Гипотеза Планка

Свет себя ведет и как волна и как поток частиц (корп.-волн. дуализм)

Волновые процессы света проявляются в дифракции, интерференции, поляризации.

Волна характеризуется:

- частотой (ν)
- длиной волны (λ) $\lambda = \frac{c}{\nu}$

1) Корпускулярные свойства проявляются

В явлении фотоэффекта и др. Энергия фотона $E_ф = \varepsilon_ф$

Гипотеза Планка:

Планк определил, что

$$\frac{\varepsilon_ф}{\nu} = h;$$ h - постоянная квантования

$$\boxed{\varepsilon_ф = h\nu}$$

$$\varepsilon_ф = \hbar\omega, \quad \omega = 2\pi\nu, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Если фотон обладает энергией, то он обладает и импульсом.

Релятивистская связь $\mathcal{E} = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$

m_0 - масса покоя частицы.

$m_{0\phi} = 0$ - масса покоя фотона.

Тогда.

$$\mathcal{E}_\phi = c p_\phi \Rightarrow p_\phi = \frac{\mathcal{E}_\phi}{c} = \frac{h\nu}{c}.$$

$$\boxed{p_\phi = \frac{h\nu}{c}}$$ Импульс фотона

Уравнение Эйнштейна справедливо для всех частиц

$\mathcal{E} = mc^2$, где m - динамическая масса.

$\mathcal{E}_\phi = m_\phi c^2$

$\boxed{m_\phi = \frac{\mathcal{E}_\phi}{c^2}}$ - масса фотона в соответствии с гравитационной массой

Гипотеза Планка:

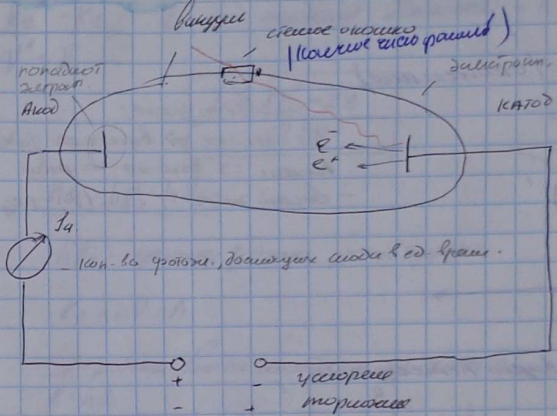
1) $\mathcal{E}_\phi = h\nu$
2) $p_\phi = \frac{h\nu}{c}$
3) $m_\phi = \frac{\mathcal{E}_\phi}{c^2}$

12. Фотоэлектрический эффект.

Эйнштейн (эксперт 1914, Nobel Preis 1921)

Милликен (1914 эксперимент - 1916) Nobel Preis 1924 г.

Фотоэффект - явление, экспериментально было доказано, что энергия фотона $\mathcal{E}_\phi = h\nu$



1) При отсутствии напряжения, но при определённом световом освещении возникает ток.

2) С увеличением ускоряющего напряжения сила тока возрастает и достигает насыщения.

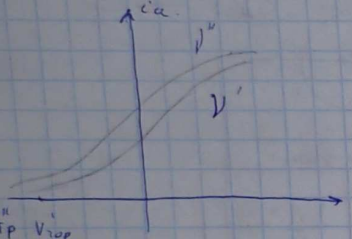
3) С увеличением тормозящего поля - сила тока падает до 0



4) С увеличением частоты света тормозящего поля, при которой $I_ч = 0$ увеличивается

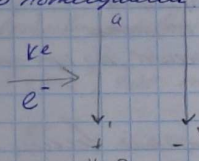
22.09.11

12 Фотоэффект (окончание)



(волновая теория:
- Св. электрон уд. внешние ядерн. поля => колебл. => уходит
- медленный электрон. $E_{кон}(V)$ - пред. хар.

II Метод задерживающего потенциала



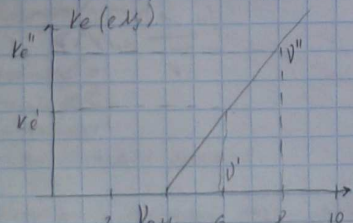
$K_e = eV_2$ при этом. числа не дойдёт до электрона в

(электрон Ke электрон, потеряв всю энергию.

$eV_{тор} = K_e'$ - кинетич. энергия вылетах электронов -

$eV_{тор} = K_e''$

Частотная характеристика фотоэффекта



ν_0 - различная для разных металлов.
= const - прямая экспериментально.

1) Кинетическая энергия электрона ~ частоте над. света

2) При некоторой частоте кинетич. энергия электрона обращается в ноль.

Безынерционность фотоэффекта -
(Фотоэффект почти мгновенно - одновременно с освещением)

$\frac{Ke'' - Ke'}{\nu'' - \nu'} = const$ - постоянная Планка $= h$.

$$h = \frac{Ke'' - Ke'}{\nu'' - \nu'}$$

$Ke = h\nu - h\nu_0$

$h\nu_0$ - красная граница фотоэффекта.

$Ke = h\nu - A$

A - работа выхода электрона из металла.

$A = h\nu_0$

Учитывая, что энергия фотона $\mathcal{E}_\phi = h\nu$

$$Ke = \mathcal{E}_\phi - A \qquad -A = Ke - \mathcal{E}_\phi$$

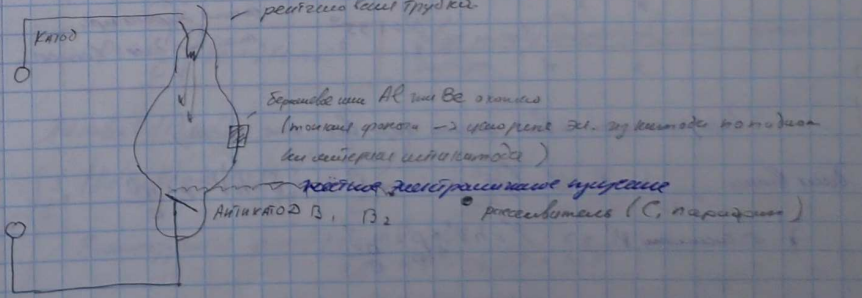
$$A = \mathcal{E}_\phi - Ke$$

13. Эффект Комптона. Комптоновское рассеяние фотонов.

Согласно эффекту Комптона доказано, что $p_\phi = \frac{h\nu}{c}$

Эффект Комптона заключается в рассеянии электромагнитного излучения на свободных электронах.

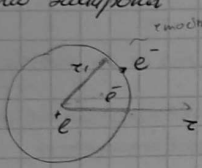
(1922 г., Nobel Prize 1923)





Атом нейтральная система

Атом водорода состоит из почти точечного ядра и отр точечного электрона



т.к. электрон движ. в центре → все силы скомпенсированы
атом → диполь +

Если электрон не в центре, то на него действует сила

$\bar{F} = e\bar{E}\cdot(-1)$,

$\bar{E}$ - напряженность электрического поля

$r < r_1$

$E_1 = \frac{e}{r^3} r \qquad E_2 = \frac{e}{r^2}$

$\bar{F} = -e\cdot\frac{e}{r^3} r$

$F_2 = -\frac{e^2}{r^2} \qquad me\ddot{r} = -\frac{e^2}{r_1^3} r$

$\ddot{r} + \frac{e^2}{me r_1^3} r = 0 \qquad \omega^2 = \frac{e^2}{me r_1^3}$

$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$

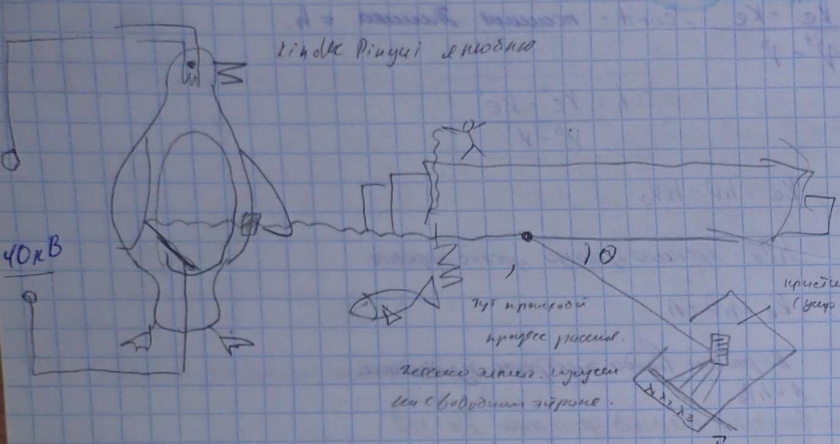
$\left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^2 = \frac{e^2}{me r_1^3} = \frac{4\pi^2 c^2}{\lambda^2} = \frac{e^2}{me r_1^3} \Rightarrow \quad r_1 = \sqrt{\frac{\lambda^2 e^2}{4\pi^2 e^2 me}}$

$\lambda = 600$ нм $\rightarrow r_1 \simeq 10^{-8}$ см. Модель атома Томсона оказалась в противоречии с данными волны и размерами атома

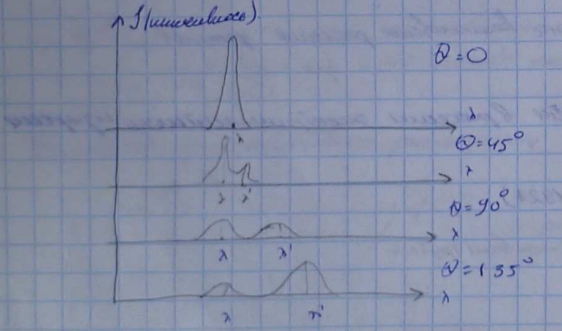
2. Закалывание атомов электронами. Опыты Ленарда (1903) и Резерфорда (1905г)

В опытах Ленарда было показано, что атом не является сплошным шаром

Использовались электроны быстрых частиц



Исследовалось движение для волны рассеянного излуч. от угла $\lambda_{рас}(\Theta)$.



Рассеяние свет. электрон приводит к перерасп. этого эффекта при том же для волны.

Электромагнитный свет имеет хар-ва как систему.

Для волны λ соответ. частота $\nu \Rightarrow \mathcal{E} = h\nu$, $p_{ф} = \frac{h\nu}{c}$

$\lambda' \Rightarrow$ частоты $\nu' \Rightarrow \mathcal{E}' = h\nu'$; $p_{ф} = \frac{h\nu'}{c}$

Ядро состоит из A протонов и (A-Z) электронов

$Z_{ядра} = +Ae - (A-Z)e = +Ze$

2. Изотопы изотопов

Каждый электрон хар-ся орб. моментом, маг. моментом, спином

$S_e = \frac{1}{2}$, $S_p = \frac{1}{2}$

Система состоящая из четного числа электронов (частиц с полуцелым спином) будет иметь целый спин

Было неточно, что полуцелый

Целый спин ядра $^{14}_{7}N$ (состоит из 14 протонов, 7 электр. → → 7 (частиц))

Спин ядра должен быть полуцелым

Однако экспериментально полученный спин оказался целым

1932г Чедвик обнаружил (Нашел) новую частицу нейтрон со след. свойствами:

$m_n \approx m_p$, $Z_n = 0$; $S = \frac{1}{2}$

Была Ведена протонно-нейтронная модель ядра

Ядро состоит из Z протонов и $N = A - Z$ нейтронов

$$_{Z}^{A}X_{N}$$

21.02.2012

3 Опыты Бете и Бекера. Открытие нейтронов Чедвиком (1932г, 1934г)



$Po \rightarrow \alpha\ (K_\alpha = 5,3\ МэВ)$

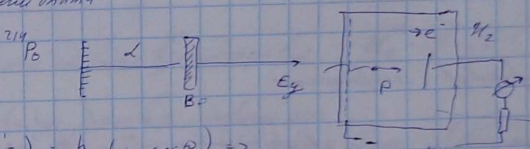
$\alpha = {}_{2}^{4}He_2$, $A = Z + N$ - число нуклонов (протонов и нейтронов - нуклоны)

$\alpha + {}_{4}^{9}Be_5 \Rightarrow {}_{2}^{4}He_2 + {}_{4}^{9}Be_5 \rightarrow {}_{6}^{13}C_7 + \gamma$

$Q = [M(^{17}_{0}C) - M(^{4}_{2}He_2) - M(^{9}_{4}Be_5)]c^2$ - тепло, выделяющееся при ядерной реакции

$|Q| = E_\gamma = 10,6$ МэВ

Схема опыта



→ комптоновские рассеяния (гл 13)

$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \Rightarrow$

$\theta = 180°$

$\lambda' - \lambda = \frac{2h}{mc}$, $\lambda = \frac{hc}{E_\gamma}$

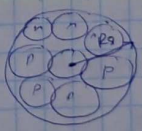
$$\begin{cases} \frac{hc}{E_\gamma'} - \frac{hc}{E_\gamma} = \frac{2h}{mc} \\ E_\gamma - E_\gamma' = K_p \end{cases} \qquad E_p = \frac{K_p}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2m_e c^2}{K_p}}\right)$$

K_p получили экспериментально

$K_p \approx 5,7$ МэВ $\Rightarrow E_p = 55$ МэВ $(M_p c^2 = 938$ МэВ$)$.

Ядерная реакция $^{4}_{2}He_2 + {}^{9}_{4}Be_5 \to {}^{12}_{6}C + n$, $|Q| = 7$ МэВ, $K_n \approx 5,7$ МэВ, $m_p \approx m_n$

4. Ядерные взаимодействия. Потенциал Юкавы (1935 г. пр. 1949 г.)

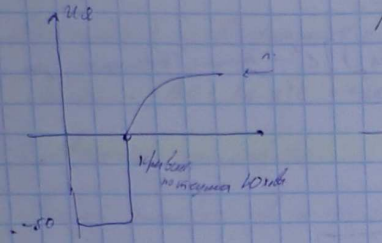


$R_0 \approx 10^{-13}$ см, $U_0 = \frac{e^2}{R_0}$, $U_0 = \frac{(4,8 \cdot 10^{-10})^2}{10^{-13} \cdot 1,5 \cdot 10^{-12}} \approx 1,5 \cdot 10^{6}$ эВ $\sim 1,5$ МэВ -

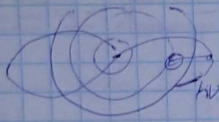
- энергия взаимодействия протонов

$U_d^{(m)} = -U_0 \frac{\lambda_0}{r} e^{-\frac{r}{\lambda_0}}$, $U_0 = 50$ МэВ, $\lambda_0 = 1,4 \cdot 10^{-13}$ см

$U_d\Big|_{r=\lambda_0} = -50 \cdot e^{-1}$ МэВ ≈ 20 МэВ



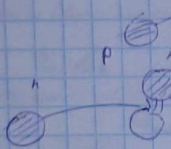
5. Обменный характер ядерных сил.



.. Возбуждённый атом взаимодействует с электроном и рождается квант электр. взаимодействия.



обмен квантом поля м/у эл. электрон. взаимодейств



виртуальность

$u_k = \frac{e^2}{r}$

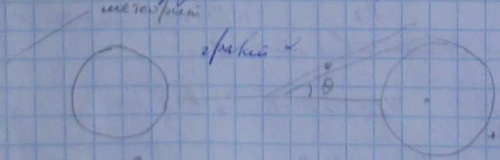
обмен квантом ядерного взаимодействия (виртуальн.)

$m_\pi \approx 270 m_e$

28.02.2012

5 Обменный характер ядерных взаимодействий

Классическая физика — описанную полей



Каждому полю соотв. квант поля

Притяжение — квант виртуального поля.

$U = -\frac{m_1 m_2}{r}$ — Объем гравитационного между объектами

Для кулоновского взаимодействия => объем квантового электромагнитного - фотонного

$U_к = -\frac{q_1 q_2}{r}$

Потенциал ядерного взаимодействия. $U_я^{10} = -U_0 \frac{\lambda_0}{r} e^{-\frac{r}{\lambda_0}}$ - потенциал Юкавы

λ_0 - радиус действия ядерных сил

ядер. $\Rightarrow r = 10^{-22}$



происходит обмен виртуальными квантами ядер. взаимод. (часть $m_{к.г}$) - квантами

под действием => частицы вступают ядерное $\Rightarrow$ при действии $r = 10^{-22}$

Квантистика подчиняется принципу неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar ;$$

Если на систему действуют взаимодействия в течение времени Δt, то имеет вероятность переходы между уровнями с интервалом ΔE

$\Delta E = m_{к.г} \cdot c^2$, $\Delta t = \frac{\hbar}{m_{к.г} c^2}$. В течение времени Δt частицы уходят на расстояние λ_0

$\lambda_0 = c\Delta t = \frac{\hbar}{m_{к.г} c^2} c = \frac{\hbar}{m_{к.г} c}$; $\Rightarrow m_{к.г} = \frac{\hbar}{\lambda_0 c} = \frac{10^{-27}}{1{,}4\,10^{-13} \cdot 3 \cdot 10^{10}} \approx 240 \cdot 10^{-27}$ г

$m_{к.г} = 240\,10^{-27}$ г.

Учитывая, что масса электрона

$m_e = 0{,}91 \cdot 10^{-27}$ г

$m_{к.г} = \frac{240 \cdot 10^{-27}\ г}{0{,}91 \cdot 10^{-27}\ г/m_e} = 270\,m_e$

$m_{к.г} = 270\,m_e$ Масса квантистора

Частицы, наблюдаемые в космических излучениях:

М-мезоны $m_M = 207 m_e$

П-мезоны $m_П = 270 m_e$ - эти частицы являются ядерными (за кулоновское взаимодействие)

6. Масштаб энергий, расстояний и времени в ядерной физике

	Атом	Ядро
Энергия	1 Ry = 13,6 эВ	Удельная энергия связи нуклона в ядре ~ 8 МэВ
Расстояние	1 Б.г = 0,51 Å	1 Ферми = 10^{-13} см
Время удара	$10^{-12} \sim 10^{-15}$ с	$\frac{\hbar}{mc^2} = \frac{10^{-27}}{270 \cdot 0,91 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^{10})^2} \approx 10^{-23}$ с = Δt

II Лекция

Общие (статические) свойства ядер

7. Классификация ядер. Заряд ядра и методы экспериментального определения

1. ${}_{Z}^{A}X_{N}$ ядра с Z = const изотопы ${}_{1}^{1}H_{0}$, ${}_{1}^{2}H_{1}$, ${}_{1}^{2}H_{2}$; ${}_{2}^{4}He_{1}$, ${}_{2}^{4}He_{2}$

ядра с A = const изобары ${}_{6}^{(13)}C_{7}$, ${}_{7}^{(13)}N_{6}$; ${}_{1}^{(3)}H_{2}$, ${}_{2}^{(3)}He$

ядра с N = const изотоны ${}_{1}^{2}H(1)$, ${}_{2}^{3}He(1)$

2. Классификация по наличию нуклонов

четно-четное ${}_{2}^{4}He_{2}$ — стабильное ядро 162

четно-нечетное ${}_{2}^{3}He_{1}$ — 56

нечетно-четное ${}_{7}^{13}N_{6}$ — 52

нечетно-нечетное ${}_{7}^{14}N_{7}$ — 5

→ ${}_{1}^{2}H_{1}$, ${}_{3}^{6}Li_{3}$, ${}_{5}^{10}B_{5}$, ${}_{7}^{14}N_{7}$, ${}_{23}^{50}V_{27}$ последние являются аномалиями

Экспериментальное определение заряда ядра

1) Из рассеяния заряженных частиц

Формула Резерфорда $\frac{\Delta N_p}{N_{pe}} = n_A \left(\frac{Ze^2}{2K_L}\right)^2 \frac{\Delta\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$

$Z = \left(\frac{B \sin^4\theta/2}{\Delta\Omega n_A}\right)^{1/2} \frac{2K_L}{e^2}$ — такой способ, т.к. не у всех ядер в мишени сорудить мишень как у ядер Au.

2) Спектральная формула Мозли $h\nu_{KL} = 10,2 \cdot 3B (Z-1)^2$ $Z = \sqrt{\frac{h\nu_{KL}}{10,2 \cdot 3B}} + 1$

3) Оже-эффект $K_A = (E_{CB}^A - E_{CB}^A) - E_{CA}^A$, KLL-оже электроны KLL

8. Масса ядра и экспер. методы ее определения.

Масса ядра определяется в а.е.м. Энергия 1 а.е.м.

1 а.е.м. $= \frac{1}{12} M_{am}\left({}_6^R C_6\right)$; 1 а.е.м. $= 1,66 \cdot 10^{-24}$ г $\Rightarrow$ 931,5 МэВ

$M_{am} = M_A + 2m_e\left(-E_{CB}^{элек}\right)$

Используются масс спектрометр или масс-спектрограф Aston (1919г., 1922 нобелевская)

Схема масс-спектрометра

Атом $\rightarrow A_H^+ + e^-$

$A^+ + \Theta$ ионный источник (A^+)

ускоряющий электрометр

$V_{уск}$

A^+

R

H^+

const

$\begin{cases} \frac{e\vartheta H}{c} = \frac{M_A \vartheta^2}{R} \\ eV_{уск} = \frac{M_A \vartheta^2}{2} \end{cases}$ $M_A = \frac{e^2 H^2 R^2}{2c^2 V_{уск}}$

Если $R = const \Rightarrow$ изменяем $V_{уск}$ — масс-спектрометр

$M_A = \frac{eHR}{2c^2} \frac{1}{V_{уск}}$

I, электрометр

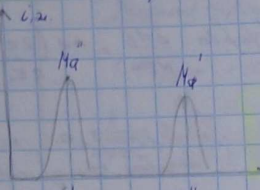
$V_{уск}$

$V_{уск}$ соответствует A_H^+ с данной массой

06 03 2012

8. Масс-спектрометр. Эксп. методы ее определения (дисперсия) - окончание

$$M_a = \frac{eB^2R^2}{2c^2V_{уск}}$$

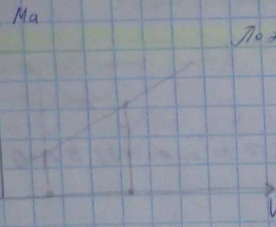


При увеличении массы увеличение ускоряющего напряжения

1) $R = const$

$$M_a : B \cdot \frac{1}{V_{уск}}$$

$M_a = M_{ат} - z(m_e)$ - масса ядра



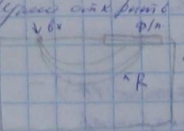
По этому графику опр. масса атома

масс-спектрометр

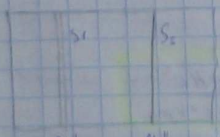
2) $V_{уск} = const$

$$M_a = \frac{eB^2}{2c^2V_{уск}} R^2 \cdot \Delta R^2$$

Ширина открытого окна одной щели



~ пропорц. радиусу движения R чем больше масса, тем больше радиус



масс-спектрограф

S - ширина изображения щели в плоскости фокусов данного элемента

Бывают однократные: ^1_1H, $^2_1H_2$, ^3_1H - тритий

Двойной ^9_2Ne, $^{11}_2Ne_2$

Обогащенная щелочная

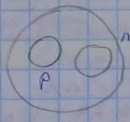
Элемент n $^{49}_{}In$ $A = 111, 113$

$^{50}_{}Sn$ $A = 112, 114, 115, 116, 117, 118, 122, 120, 124, 119$

$^{51}_{}Sb$ $A = 123, 125$

9 **Масса нейтрона. Экспериментальные методы её определения**

Используется энергетический баланс ядерной реакции фоторасщепления дейтрона



$\gamma + D \to p + n - Q$

$\begin{cases} E_\gamma = 2,62\ МэВ \\ E_{св}(D) = 2,2\ МэВ \end{cases}$ $E_\gamma > E_{св}$, часть энергии уносится дейтроном

$Q = K_p + K_n$

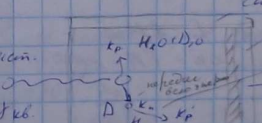
$E_\gamma + m(D)c^2 = m_p c^2 + m_n c^2 + K_p + K_n$

$m_n = \frac{1}{c^2}\left[\underset{эксп}{E_\gamma} + \underset{эксп}{m(D)}c^2 - \underset{эксп}{m_p}c^2 - K_p - K_n \right]$

Чтобы измерить K_p и K_n используется камера Вильсона

Камера Вильсона => трек

1 (событие столкновение) содержит много треков



В ядерных столкновениях с γ квантами действует результирующая на ряд, нейтрон сохр энергию

Протон -> энергию тратит

Далее смотр сохр K_p определ дальше K_n

Нейтр нейтр электрон слабое столкновение, чтобы не ударялся

$K_p = K_p' = K_n$ Устан $E_\gamma = 0,2\ МэВ$

$K_p' = \frac{4 m_p m_n}{(m_p + m_n)^2} K_n$; $K_p' = K_n$; => $\frac{4 m_p m_n}{(m_p + m_n)^2} = 1$ $\boxed{m_n = m_p}$

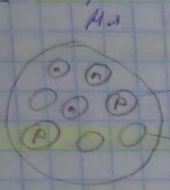
$\begin{cases} m_p = 1,67 \cdot (125)\ а.е.м. \\ m_n = 1,67 \cdot (49)\ а.е.м. \end{cases}$ $m_n > m_p$

Сера 12 стабил изотопов => 6 нейтр

В ядре

Нейтрон распадается по реакции $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$

10 Энергия связи ядра. Зависимость удельной энергии связи от A



Ядро разложить на протоны и нейтроны

ΔW - энергия нуклонов в ядре

$$\Delta W = [Z m_p + (A-Z) m_n - M_я] c^2$$

Энергия, нужная для разделения ядра на протоны и нейтроны.

$_Z^A X_N$

$\Delta M = Z m_p + (A-Z) m_n - M_я$ - дефект масс

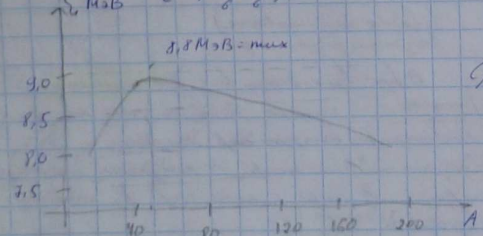
$\Delta W \left(_2^4 He\right) = 28 МэВ$ Энергия связи 4-х нуклонов в ядре

$\Delta W \left(_6^{12} C_c\right) = 92 МэВ$ Чем больше → выше энергия связи

$\varepsilon = \frac{\Delta W}{A}$ - удельная энергия связи на один нуклон
энергия, нужная для того чтобы отделить протон;

$\varepsilon \left(_2^4 He_2\right) = 7 МэВ$; Выделяется по 2 (нейтрон-протон) столько
Выделяется чистый нуклон одновременно

$\varepsilon \left(_6^{12} C_c\right) = 7,7 МэВ$



Средняя энергия $\bar{\varepsilon} = 8 МэВ$

$\Delta \bar{W} = \bar{\varepsilon} A = 8A МэВ$

$\Delta W = 8A МэВ$

Отсюда следуют свойства ядерных взаимодействий

1) Энергия связи на 1 нуклон около 8 МэВ (обобщ. самое малое)

2) $\Delta W \sim A$ следует из притяжения ко ядерных сил

Если бы капли взаимодействовали со всеми нуклонами, то

$$\Delta W \sim \frac{A(A-1)}{2} \sim A^2$$

$$\Delta W \sim A$$



капли в жидкости
нуклоны (ядра)

3. Ядерное взаимодействие обусловлено свойством насыщения (каждый нуклон взаимодействует с ближайшими соседними нуклонами)

11. Капельная модель ядра. Полуэмпирическая формула Вейцзеккера для энергии связи ядра.

А $\Delta W = BA$ A — B — Энергия на 1 нуклон

Эмпирич. $R_я = r_0 A^{1/3}$, $r_0 = d_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-13}$ см, $V_я = \frac{4}{3}\pi R_я^3$ — объем ядра

$V_я = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$. Описывать ядро как капли ядерной жидкости

Посчитаем концентрацию нуклонов в ядерной жидкости

Свойства ядерной жидкости

1) концентрация нуклонов $n = \frac{A}{V_я} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi r_0^3} = \frac{1}{\frac{4}{3}\cdot(3{,}14)\cdot(1{,}4\cdot10^{-13})^3}$

$= 10^{38} \frac{\text{нукл}}{\text{см}^3}$

2) Плотность ядерной жидкости $\rho_я = n \cdot m_N = 10^{38} \frac{\text{нукл}}{\text{см}^3} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-24} \frac{\text{г}}{\text{нукл}} =$

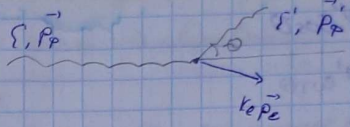
$= 1{,}67 \cdot 10^{14} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 167$ тыщ тонн в см^3 (ну несколько напряжно)

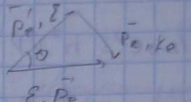
11б Полуэмпирическая формула

I $\Delta W_I = \beta A$

II приближение: учет поверхностного взаимодействия $E_{пов} = 4\pi R_я^2 \sigma =$

$= 4\pi r_0^2 A^{2/3} \cdot \sigma = \beta A^{2/3}$ | $\beta = 4\pi r_0^2 \sigma$





1) Закон сохранения энергии

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}' + Ke; \quad h\nu = h\nu' + Ke.$$

2) Закон сохранения импульса $\vec{P_\phi} = \vec{P_\phi}' + \vec{P_e}$

$\lambda(\theta) - ?$ Обычный

$$|\vec{P_e}|^2 = |\vec{P_\phi}| + |\vec{P_\phi}'|^2 - 2|\vec{P_\phi}||\vec{P_\phi}'|\cos\theta$$

Избавимся от модулей

$$P_e^2 = P_\phi^2 + P_\phi'^2 - 2\vec{P_\phi}\vec{P_\phi}'\cos\theta$$

$P_\phi = \frac{h\nu}{c}$

$$\begin{cases} P_e^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h\nu}{c}\right)\left(\frac{h\nu'}{c}\right)\cos\theta \quad (1) \\ Ke = h\nu - h\nu' \end{cases}$$

Полная энергия релятивистской частицы $\begin{cases} \mathcal{E}_e = c\sqrt{P_e^2 + m_0^2c^2} \\ \mathcal{E}_e = Ke + m_0c^2 \end{cases}$ (2)

Выразим из системы (2) P_e^2

$$c^2(P_e^2 + m_0^2c^2) = (Ke + m_0c^2)^2$$

$$c^2P_e^2 + m_0^2c^4 = Ke^2 + 2Kem_0c^2 + m_0^2c^4$$

$$P_e^2 = \frac{1}{c^2}(Ke^2 + 2Kem_0c^2).$$

$$P_e = \frac{1}{c}\sqrt{Ke + 2Kem_0c^2}$$

связь между импульсом и кин. энергией релятив. частицы.

Подставим в (1) P_e^2

$$\begin{cases} \frac{1}{c^2}(Ke^2 + 2Kem_0c^2) = \frac{h^2\nu^2}{c^2} + \frac{h^2\nu'^2}{c^2} - \frac{2h^2\nu\nu'}{c^2}\cos\theta \quad (-) \\ \text{Воспользуемся ф-лой } Ke = h\nu - h\nu' \\ Ke = h^2\nu^2 - 2h\nu\nu' + h^2\nu'^2 \end{cases}$$

$\Delta W_{II} = \alpha A - \beta A^{2/3}$

II. Учёт кулоновского отталкивания протонов

$E_{пр} = \frac{c}{5}\frac{e^2}{R_я}$, $N_{пар} = \frac{Z(Z-1)}{2}$

$E_{кул} = \frac{6e^2}{5R_я}\frac{Z(Z-1)}{2} = \frac{3e^2}{5r_0 A^{1/3}} Z^2 = \frac{\gamma Z^2}{A^{1/3}}$

$\boxed{\gamma = \frac{3e^2}{5r_0}}$

$\Delta W_{III} = \alpha A - \beta A^{2/3} - \frac{\gamma Z^2}{A^{1/3}}$

III приближение модели капли (учёт влияния принципа Паули протонов и нейтронов (их $K_н$))

Учёт симметрии в строении ядра $E_{сим} = \frac{\left(\frac{A}{2} - Z\right)^2}{A} \cdot \varkappa$

$Z = N = \frac{A}{2}$ - наиболее устойчивые ядра

$\Delta W_{IV} = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma A^{2/3}\frac{Z^2}{A^{1/3}} - \varkappa\frac{\left(\frac{A}{2} - Z\right)^2}{A}$ $\varkappa = 100$ МэВ

V. (Наиболее симметричные ядра) Учёт четности нуклонов

Спин. - энергия связи ядер с чётным и нечётным числом нуклонов.

чёт-чёт	162
чёт-нечёт	56
неч-неч	52
неч-чё	5

$E_{пар} = \begin{cases} +33.5\,A^{3/4} & \text{МэВ чёт-чёт} \\ 0 & \text{чёт-неч, неч-чёт} \\ -33.5\,A^{3/4} & \text{МэВ неч-неч} \end{cases}$

$\Delta W_V = \alpha A - \beta A^{2/3} - \frac{\gamma Z^2}{A^{1/3}} - \varkappa\frac{\left(\frac{A}{2} - Z\right)^2}{A} + E_{пар}$

$\Delta W = [Zm_p + (A-Z)m_n - M_я]c^2$

$\boxed{M_я = Zm_p + (A-Z)m_n - \frac{\Delta W}{c^2}}$

$$M_{ядра}^{T} = Z m_p + (A-Z) m_n - \frac{1}{c^2}\left[\alpha A - \beta A^{2/3} - \frac{\gamma Z^2}{A^{1/3}} - \varkappa \frac{\left(\frac{A}{2}-Z\right)^2}{A} + E_{пр}\right]$$

$\alpha = 14\,МэВ$
$\beta = 13\,МэВ$
$\gamma = 0{,}75\,МэВ$
$\varkappa = 100\,МэВ$

При этих параметрах лучше всего совпадают теоретическая масса ядра и экспериментальной

12 Определение стабильного изобара ($A = const$)

~~$^{56}_{24}Cr$~~ ~~$^{56}_{25}Mn$~~ $^{56}_{26}Fe$, $^{56}_{27}Co$, $^{56}_{28}Ni$

Из этих изобаров одно ядро будет стабильным, а остальные радиоактивны.

$M_{яд}$

M_{Cr}, M_{Mn}, M_{Fe}, M_{Co}, M_{Ni}

$M_{яд}^{?}(Z, A) \to M_{яд}^{T}$

$$\left.\frac{\partial M_{яд}}{\partial Z}\right|_{A=const} = 0$$

В дальнейшем:

$$m_p - m_n - \frac{1}{c^2}\left[-\frac{\gamma 2Z}{A^{1/3}} - \varkappa 2\left(\frac{A}{2}-Z\right)\frac{(-1)}{A}\right] = 0$$

$$-\frac{\gamma Z}{A^{1/3}} + \frac{\varkappa}{2} - \frac{\varkappa Z}{A} = 0;$$

$$Z_{ст} = \frac{A}{\left(2 + \frac{2\gamma A^{2/3}}{\varkappa}\right)} = \frac{A}{(2 + 0{,}015 A^{2/3})}$$

(Ширина изобара конечной массы)

13 Радиус ядра. Экспериментальные методы его определения

$R_{яд} = r_0 A^{1/3}$. 1) Определить r_0 из экспериментов

$\gamma = \frac{3}{5}\frac{e^2}{r_0}$, $\gamma = 0{,}75\,МэВ \Rightarrow r_0 = \frac{3e^2}{5\gamma} = \frac{3(1{,}6\cdot10^{-19})^2}{5\cdot 0{,}75\cdot 1{,}6\cdot10^{-12}} = \frac{3\cdot 2{,}3}{5\cdot 0{,}75}\cdot 10^{-14} \approx 1{,}15\cdot10^{-13}$ см – опыт. радиус ядра.

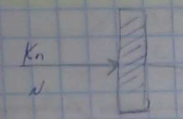
2 способа r_0 – радиус действия ядерных сил (он и определен)
r_0 – определен радиус ядерной материи

13 Гидрид гафн. Дифракционные методы. Длина связи (r_0).

$R_{ат} = r_0 N^{1/3}$ 1) из метода рентгенограмм ф-ии Вейд.

$\gamma = \frac{3}{5}\frac{e^2}{r_0}$; $r_0 = 1{,}15 \cdot 10^{-13}$ см.

2) Из рассеяния быстрых нейтронов (n+2 Ленард)



$N = N_0 e^{-\lambda x}$, $\lambda = n\sigma$, σ - ? - сечение взаимодействия

$K_n = 14 - 25\ 14 \pm 13$, так как $\lambda_n = \frac{h}{\sqrt{2 m_n K_n}} = p$ = гидрид

постоянная тонкая длина

$\lambda_n = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-27}}{\sqrt{2 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-24} \cdot 20 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}}} = 6 \cdot 10^{-13}$ см

будем дифракция рентгенографа

$\sigma = 2\pi R_{ат}^2$, тогда $\lambda = \pi \cdot 2\pi R_{ат}^2$, $\ln \frac{N_0}{N} = 2\pi x n R_{ат}^2$. Отсюда определяется $R_{ат}$

$R_{ат} = \sqrt{\frac{1}{2\pi x n} \ln \frac{N_0}{N}}$, $r_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-13}$ см

По двух опытов два рода результатов.

Будем брать гидрид гафния среднее $r_0 = 1{,}15 \cdot 10^{-13}$ см



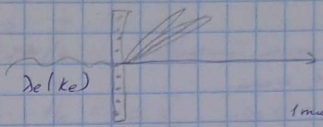
На какое то расстояние действует гафния сил.

r_0 - радиус действия гафния сил. $r_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-13}$ см.

14. Гидрид рассеивание нейтронов (Хафстедтер, 1951 г)

Имеется гамма-распределение $K_0 = 4{,}6$ эВ

Исходная длина дифракции электронов (де-Бройля) λ_n для гафния



$\lambda_e (k_e)$

$d \sin\Theta = n\lambda$

1 max $2R_{ш} \sin\Theta = \lambda_e$, тогда $R_{ш} = \frac{\lambda_e}{2\Theta}$

$\sin\Theta \approx \Theta$

$r_0 = 1{,}1 \cdot 10^{-13}$ см - соответствует радиусу с ф. Вайцзекера

$k_e = p_e c$

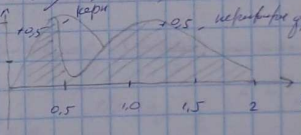
$\lambda_e = \frac{hc}{k_e} = \frac{1240 \text{ кэВ}}{1 \cdot 10^9 \text{ эВ}} = 1{,}2 \cdot 10^{-12}$ см

Сильное электромагнитное взаимодействие → при рассеянии на ядре (как на мишени ядерной материи)

Он исследовал еще распределение зарядов в ядрах

145 Распределение зарядов в ядрах

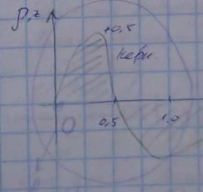
Он доказал, что в протоне и нейтроне обменный k_y-кванты сосредоточено



$e^- \to K_2$

ρ_z - относительная плотность заряда

Внутри электрон и протон $e^- \to D_2$





протон

положительный заряд керна и пояса, заряженные частицы

π^+ - мезоны

нейтрон $\to$ обращается протоном

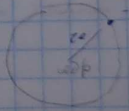


π^- - мезоны

Мезон диффундирует по поверхности

15 Магнитные моменты. Магнитный момент орбитального движения и спина.

Модель



$I = e \frac{\omega}{2\pi}$, e - заряд электрона

$\vec{M}_m = \vec{B} \frac{I}{c}$

ω - круговая частота

$\vec{B}$ - вектор индукции магнитного поля

$\vec{I}$ - круговой ток

$$M_{ме} = \frac{e\omega}{2\pi c}\pi r_c^2 \cdot \frac{m_e}{m_e} = \frac{e}{2\pi m_e c}\left(m_e \omega r_c^2\right) = \frac{e}{2m_e c} L_{ме}$$

механический момент импульса

$$\boxed{M_{ме} = \frac{e}{2m_e c} L_{ме}}$$

$$M_{мв} = \frac{e}{2m_e c} L_{ме}, \quad L_{ме} = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$$

$$M_e = \frac{e\hbar}{2m_e c}\sqrt{l(l+1)}, \text{ где } l \text{ - орбитальное квантовое число}$$

$$\boxed{M_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}} \text{ - магнетон Бора;}$$

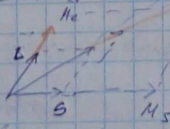
Электрон обладает собств. мех. моментом (спином) и следовательно собственным магнитным моментом

$$M_s = \frac{e\hbar}{2m_e c}\sqrt{s(s+1)} \cdot 2$$

$$\begin{cases} M_e = M_B\sqrt{l(l+1)} \\ M_s = 2M_B\sqrt{s(s+1)} \end{cases} \qquad \vec{M_e} \sim \vec{L} \quad \text{коллинеарны} \qquad \vec{M_s} \sim \vec{S} \quad \text{противоположны}$$

$\vec{L} + \vec{S} = \vec{J}$, $\vec{J}$ - полный мех. момент электр (спин) | Однозначно связан

$\vec{M_s} + \vec{M_e} = \vec{M_J}$



мех. момент - 3/4 / угол

Вследствие наличия спина (4 угл)

Определим магнитный момент

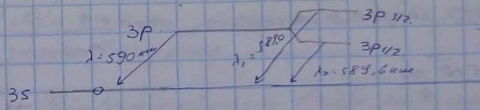
M_{11} - проекция полного магнитного момента атома на направление $\vec{J}$

$\vec{M}_n \to \vec{H}_e$ Магнитный момент ядра $\vec{H}_e$ магнитный момент

$\vec{H}_e = -\alpha \frac{\vec{J}}{|\vec{J}|}$, где $\alpha \sim M_B$ - единица в системе Бора

16. Спин и магнитный момент ядра. Сверхтонкое расщепление оптических линий.

Первичные группы энергетических уровней → тонкая структура (св-ва ядра и ядер - приобретающие спин и магн. моменты)



Линии из этих линий расщепляются

3/2 - сверхтонкое

$\Delta\lambda_1 = 0{,}0023$ нм.

$\Delta\lambda_2 = 0{,}0021$ нм.

3S

3P $L=1$, $S=1/2$

$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$

$1/2 \le J \le \frac{3}{2}$

$L-S \le J \le L+S$

Сверхтонкое расщепление - взаимодействие спина ядра с своим магнитным полем.

27.03.12

Тонкое расщепление ← спина спинору электрона

Сверхтонкое расщепление обусловлено спином ядра

Полный момент атома (одного электрона) электр. оболочки

$\vec{J} = \sum_{i=1}^{Z} \vec{l}_i, \vec{j}_i$, $\vec{j} = \vec{L} + \vec{S}$

$\vec{J} = \vec{j}$

Для сверхтонкого расщепления будет играть полный момент импульса $\vec{F}$

$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$, $\vec{I}$ - вектор спина ядра

$\vec{I} \to I$ - мех. квант. спина ядра (спин)

$\vec{F} \to \vec{F}$ - мех. квант. полного момента атома

$$|J - I| \le F \le J + I$$

Для нашего ядра $^3S \to L=0$, $S=1/2$

$J = \frac{1}{2}$ $\quad |\frac{1}{2} - I| \le F \le \frac{1}{2} + I$

$F_1 = I + \frac{1}{2}$ - большее значение F будет иметь сверхтонкая энергия

$F_2 = I - \frac{1}{2}$, тогда сверхтонкая расщепка по ан.

Расщепление уровней происходит из-за взаимодействия

$\vec{j} \Rightarrow \vec{M_0} \Rightarrow \vec{H_e} = -\frac{a\vec{j}}{|\vec{j}|}$, a - некая const. зависящая в магнитных

$\downarrow$ бора $M_0 = \frac{e\hbar}{2mc}$

ядер всех имеет

$\vec{M_a} = g\frac{\vec{I}}{|I|}$ $M_{яд} << M_0$

Const в зависимости в единицах ядерного магнетона $M_к = \frac{e\hbar}{2m_p c}$

$M_0 = 0{,}9 \cdot 10^{-20} \frac{эрг}{Гс}$, $M_к = 5 \cdot 10^{-24} \frac{эрг}{Гс}$

$E_{ст} = -(\vec{M_a}\vec{H_e})$ энергия сверхтонкого расщепления

$E_{ст} = \frac{ag(\vec{I}\vec{j})}{|\vec{I}||\vec{j}|}$

$F^2 = j^2 + I^2 + 2(\vec{j}\vec{I})$

тогда $(\vec{j}\vec{I}) = F(F+1)\hbar^2 - j(j+1)\hbar^2 - I(I+1)\hbar^2/2$

$E_{ст} = \frac{ag}{2}\frac{F(F+1) - j(j+1) - I(I+1)}{\sqrt{I(I+1)}\sqrt{j(j+1)}}$

L-S связь $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$

Число значений J $N_J = 2L+1$ если $L < S$

$N_J = 2S+1$ если $S < L$

Na: $J = 1/2$; $I = \frac{3}{2}$ для (^{23}Na) - единственный способ определения ядерного спина

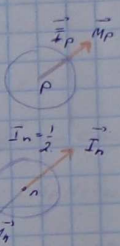
Если $I < J$ то число расщепл будет равно $(2I+1)$

17 Магнитный момент ядра. Системы магнитных моментов ядер

Атом: $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$, $\mu_e = \mu_B$

ядро: p, n $\quad \mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c}$, $\mu_p \pm \mu_N$ $\quad \mu_p = +2{,}79\,\mu_N$, $I_p = \frac{1}{2}$

для нейтрона $\mu_n = 0$, $\mu_n = 1{,}91 \cdot (-1)\,\mu_N$ $\quad I_n = \frac{1}{2}$



Одно ядро обладает своей структурой
$\frac{1}{n}p$ и нейтрон

Экспериментальные данные:

1) Ядра с чётным числом и числом частиц имеют целые спин. и с нечётным числом - полуцелые.

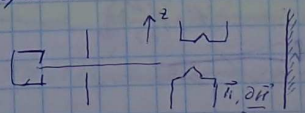
2) Нейтроны и протоны в ядре располагаются таким образом, что их магн. моменты антипараллельны, а спины складываются

ядро	n	p	$^2_1H_1$	$^3_1H_2$	$^3_2He_1$	$^4_2He_2$	$^6_3Li_3$	$^{12}_6C_6$	$^{13}_6C_7$
$I(\hbar)$, $\vec{I}^{(n)}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1,1+	11/2, $\frac{1}{2}$+	11/2, $\frac{1}{2}$+	0,0+	1,1+	0,0*	11/2, $\frac{1}{2}$
$\mu_N(\mu_B)$	-1,91	+2,79	+0,86	+2,98	-2,13	0	+0,8	0	+0,7

18 Экспериментальные методы определения спинов магнитных моментов ядер

18а. Метод Штерна и Герлаха (Нью пр 1943)

Метод основан на наблюдении отклонения пучка частиц, движущихся в неоднородном магнитном поле.



$$F = \left(\vec{\mu}_p \frac{\partial \vec{H}}{\partial z}\right) = \mu_p \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \cos(\vec{\mu}\vec{H})$$

$\Delta z \sim \mu_p$, $\Delta z = 0{,}004$ см



$$|\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)}\,\hbar$$

$$|I_p| = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left(\tfrac{3}{2}\right)}\,\hbar$$

2 протона $\quad m_I\hbar = \begin{cases} +\frac{1}{2}\hbar \\ -\frac{1}{2}\hbar \end{cases}$

$$\mathcal{H}_+ = M_p \frac{\partial H}{\partial z}\left(+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\mathcal{H}_- = M_p \frac{\partial H}{\partial z}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

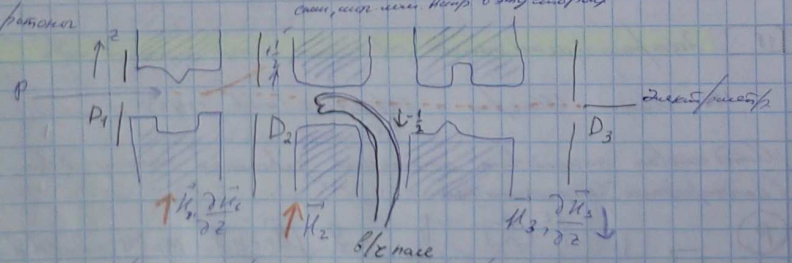
03.04.2012

18 Экспериментальные методы определения магнитных моментов ядра

А Метод Штерна и Герлаха

Б Метод Рабы. Высокочастотный метод магнитного резонанса.

Метод Рабы заключается в измерении частоты перехода магнитного момента ядра, помещенного в электромагнитное высокочастотное поле

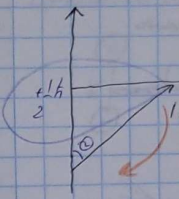


Пучок попадает в P_1 сильно неоднородное.

① Высокочастотное сильно неоднородное. Достигается этими.

② Вместо Штерна и Герлаха

Регистрируется ток $\sim \mu_2$ ядер. При прохождении μ_2 сохраняется направление.



- нам будет интересен случай, когда $\vec{I}$ в результате опыта

$$E_{маг} = -(\vec{M_P}\vec{H_2}) = -M_P H_2 \cos(\vec{M_P}\hat{\vec{H_2}}) = -M_P H_2 \cos\Theta$$

проекция спина протона

$$\cos\Theta = \frac{m_I \hbar}{\sqrt{I(I+1)}\,\hbar} \qquad \text{на направление } \vec{H_2}$$

$$m_I = \pm\frac{1}{2}$$

$$\Delta E_{маг} = E_{маг}(m_I) - E_{маг}(m_I - 1) = M_P H_2 \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)}}$$

$$m_I = \pm\frac{1}{2}$$

$$I_P = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\Delta E_{маг} = M_P H_2 \frac{2}{\sqrt{3}}}$$

Энергия магнитного взаимодействия

$$\Delta E_{маг} = \hbar\omega_L \qquad \hbar\omega_L = M_P H_2 \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{M_P = \frac{\hbar\omega_L\sqrt{3}}{2H_2}}$$

При II измерении спин протона перевернут $\to -\frac{1}{2}$ и на выходе получен увеличенный ч

(3) При выкл H_2 и в/ч поле при условии $\Delta E = \hbar\omega_L$ наблюдается

сигнал интенсивности протон. пучка из-за перевернутых спинов ч. комплекса

$M_P = 2{,}79\ \mu_K$ – истинный магнитный момент протона

19. Четность волновой функции сферически

Осн $|\Psi(x,y,z)|^2 = |\Psi(-x,-y,-z)|^2$

Сф $|\Psi(r,\theta,\varphi)|^2 = |\Psi(r,\pi-\theta,\pi+\varphi)|^2$

Волновые функции могут быть либо четными либо нечетными

$$2\varepsilon m_0 c^2 = 2h^2\nu\nu' - 2h^2\nu\nu'\cos\Theta$$

$$(h\nu - h\nu')m_0c^2 = h^2\nu\nu' - h^2\nu\nu'\cos\Theta$$

$$(h\nu - h\nu')m_0c^2 = h^2\nu\nu'(1-\cos\Theta)$$

$$\frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\Theta)$$

$$\boxed{\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\Theta)}$$ Закон комптоновского рассеяния

Закон Комптоновского рассеяния прекрасно описывает экспериментальные результаты.

Для вывода этого закона использовались две гипотезы Планка:

1) $\varepsilon_\phi = h\nu$,
2) $p_\phi = \frac{h\nu}{c}$

Вернемся назад.

(1) $\lambda' - \lambda = \lambda(1-\cos\Theta)$

λ - комптоновская длина волны (электрона)

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{m_0 c}}$$

(2) $\lambda' - \lambda = \lambda \cdot 2\sin^2\frac{\Theta}{2}$

Корпускулярно - волновой дуализм. ? Рабочая волна или частица. ?

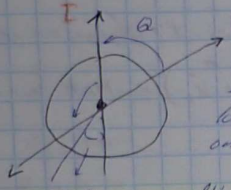
- классическая теория.

Эти фотоны будут себя вести как волны, другой как частица.

$\Psi(r,\theta,\varphi) = \pm \Psi(r, \pi-\theta, \pi+\varphi)$

Оператор четности $\hat{\Pi} = \pm 1$. Сохранение четности.

1) В ядерных процессах четность волновой функции сохраняется



Ядро состоит из нуклонов

Для описания состояния ядра волновая функция со составляющими при отсутствии взаимодействия

$\Psi_{A+B} = \Psi_A \Psi_B \Psi_{\text{ел}} \Psi_{\text{ов}}$ — внутренняя функция частиц A и B

$\Psi_{\text{ел}} \Psi_{\text{ов}}$ — волновое движение частиц A и B относительно центра масс

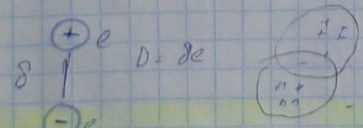
$\Pi_{A+B} = \Pi_A \Pi_B \Pi_{\text{ел}} \Pi_{\text{ов}}$

$\Pi_{A+B} = \Pi_A \Pi_B (-1)^{\ell_B} (-1)^{\ell_B}$ — ℓ_A, ℓ_B — квантовые числа

Достаточно описывать все свойства ядер используя характеристики состояния из I четности $1/2^+$, $3/2^-$

20. Распределение заряда в ядре. Квадрупольный момент ядра

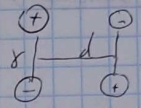
1) Описание распределения заряда ядра сферической ядра



В основном состоянии ядра момент $D = 0$

Протоны имеют максимальное и минимальное расстояние друг от друга. Но при возбуждении состояние не сферическое от друг друга.

(2) Описать распределение заряда ядра с помощью квадрупольного момента, который характеризует меру отличия распределения заряда ядра от сферической симметрии



$Q = D \cdot 2d = 2d\delta e$

Рассмотрим два типа квадрупольных моментов ядер:

① Q_0 - внутренний квадрупольный момент ядра

② Q_n - наблюдаемый квадрупольный момент ядра

$$Q_0 = \int_V (3z^2 - \vec{r}^2)\, \rho_q(\vec{r})\, dv$$

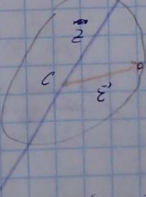
10.04.2012.

20. Распределение заряда в ядре. Квадрупольный момент

$$Q_0 = \frac{1}{e}\int_{V_0} (3z^2 - \vec{r}^2)\, \rho_q(\vec{r})\, dV$$

Q_0 - собственный, внутр. квадр. момент ядра

$\frac{1}{e}$ - чтобы Q_0 измерялся в ед. площади



В этом объеме находится плотность заряда ρ_q

$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$. В зависимости от длины вектора Q_0 будет иметь разные величины.

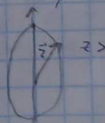
1) Если ядро сферически симметрично



$x = y = z$, $r^2 = 3z^2$

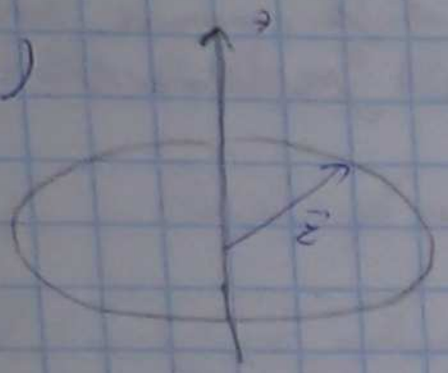
$$Q_0 = \frac{1}{e}\int_{V_0} (3z^2 - 3z^2)\, \rho_q(\vec{r})\, dV = 0$$

2) Если ядро симметрично относительно z → вытянутый эллипсоид



$z > x, y$, $3z^2 > r^2$ - это вытянутый эллипсоид вращения

$Q_0 > 0$

3) 

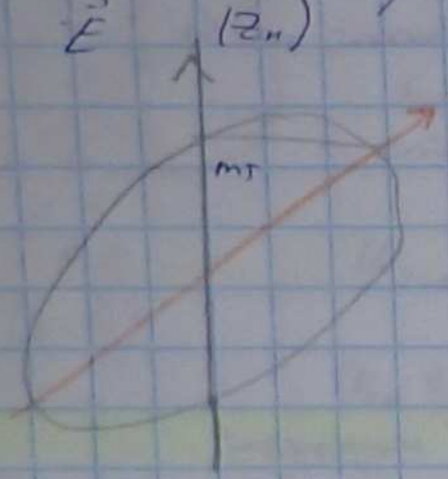
$z < x, y$

$3z^2 < z^2$

$Q_0 < 0$

- это <u>сплюснутый эллипсоид вращения</u>

Если поместить ядро в электрическое поле



$\vec{I}$ - текущий определённый квадрупольный момент - электрический

Q_H - наблюдаемый квадрупольный момент

$$Q_H = \frac{I(2I-1)}{(I+1)(2I+3)} Q_0$$

I будет принимать такие значения, чтобы соответствовало числу mI - возможных I на выделенную ось

Если $I=0, I=1/2$, то $Q_H = 0$

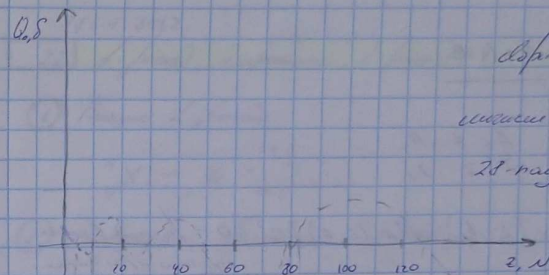
$I = 1$, $Q_H = \frac{1}{10} Q_0$

Если $I=0$, то квадрупольный момент только ядер вокруг оси. (Нет выделенного направления)

Единица измерения квадрупольного момента $1 барн = 10^{-24} см^2$

$Q_-: (^{14}N_7) = +0,0252\ барн$ $\quad ^{27}Al_{14} = +0,149\ барн$

$(^{16}O_8) = -0,027\ барн$ $\quad ^{133}_{51}Sb_{78} = +5,9\ барн$



2 8 20 28 50 82 126 - соответствуют нуклону в ядре

Ядро с 0 до 10 ед. энергии ядра

магические числа 2, 8, 20, 50, 82, 126

28 - пограничное число

II. Радиоактивность ядер

Радиоактивность - это свойство ядер превращаться в др. друг с испусканием частиц

α-, β-, γ- радиоактивность

21 Возможность радиоактивного распада и его закон

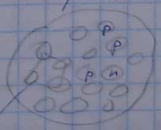
$$^{210}_{84}Po_{126} \rightarrow \alpha\,(^{4}_{2}He_{2}) + {}^{206}_{82}Pb_{124}, \quad K_A = 5,3\ МэВ$$

дочернее ядро

материнское ядро

Из законов сохранения числа нуклонов

$E = 7,5\ МэВ$ - это энергия, которую ядро потратило сначала вылет нуклона



α-частица с энергией отдачи $E = 30\ МэВ - 7,5\ МэВ$

Энергия отдачи $\Delta W(^{7}_{4}Be_{3}) = 58\ МэВ$ - энергия, которая дает ядро, чтобы родить Be из 4 протонов и 5 нейтронов

$\Delta W(^{9}Be \rightarrow 4p, 5n) = 58\ МэВ$

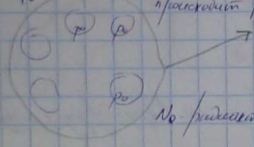
$\Delta W(^{9}Be \rightarrow 2d, 1n) = 2\ МэВ$

$$\Delta W \left({}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb, \alpha \right) = 5{,}3\ МэВ$$

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1}Y + {}^{A_2}_{Z_2}Y \qquad A = A_1 + A_2 \qquad Z = Z_1 + Z_2$$

$\Delta W = [\, M_я (Z_1, A_1) - M_я (Z_2, A_2) - M_я (Z, A)]\, c^2 > 0$ - распад будет самопроизвольно, если эта величина положительна

Закон радиоактивного распада



N_0 радиоактивных ядер

Масса ядра $\approx$ масса атома

В течение dt распадется dN ядер

$dN = -\lambda N dt$, λ - константа радиоактивного распада

$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$, $\boxed{N_0 e^{-\lambda t} = N}$ - закон радиоактивного распада

Используется большое количество ядер

Средняя полная жизнь рад. ядра - время, в течение которого число рад. ядер уменьшается в e раз

$\frac{N_0}{N} = e$; $e^{-1} = e^{-\lambda \tau}$, $\boxed{\tau = \frac{1}{\lambda}}$

период полураспада $T_{1/2}$ - время, в течение которого число рад. ядер уменьшается в 2 раза

$\frac{N_0}{N} = 2$, $\boxed{T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}}$

Например ${}^{210}_{84}Po$, $T_{1/2} = 138$ дней

17.04.2012

22 α-распад. Энергетика α-распада

(1) Реакция α-распада

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A-4}_{Z-2}Y $$

(2) Энергетическая устойчивость α-распада

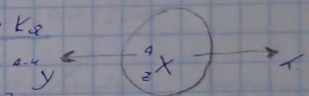
$$ \Delta W_\alpha = \left[M_\alpha(A-4, Z-2) + M_\alpha({}^{4}_{2}He) - M_\alpha(A, Z) \right] c^2 < 0 $$

Масса исходных ядер должна быть больше суммы масс продуктов распада

(3) Энергия α-распада $E_\alpha = |\Delta W_\alpha| = \left[M_\alpha(A, Z) - M_\alpha(A-4, Z-2) - M_\alpha(He) \right] c^2$

Идет на увеличение кинетической энергии продуктов α-распада

(4) Кинетическая энергия α-частицы $E_\alpha = K_\alpha + K_\beta$



Для такого процесса должен выполняться закон сохранения импульса

$$ |\vec{p}_\alpha| = |\vec{p}_\beta| $$

$$ \left(\frac{M_\alpha v_\alpha}{2}\right)^2 = \left(\frac{m_\alpha v_\alpha}{2}\right)^2 \qquad K_\beta M_\beta = K_\alpha m_\alpha \Rightarrow K_\beta = \frac{m_\alpha}{M_\beta} K_\alpha $$

$$ E_\alpha = K_\alpha + \frac{m_\alpha}{m_\beta} K_\alpha = K_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{M_\beta}\right) \Rightarrow $$

$$ \boxed{K_\alpha = E_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{M_\beta}\right)^{-1}} $$

α-распад испытывают в основном тяжелые ядра

$K_\alpha \approx E_\alpha$

Энергетическая диаграмма

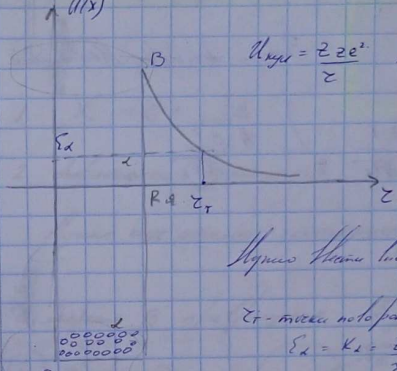
схема α-распада

– характеристика

Схема совпадений

Чем больше кристалл тем больше энергия сверх

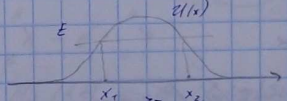
23. λ-распад. Механизм λ-распада. Туннельный эффект. Закон Гейгера-Неттолла



Туннельный эффект Гамова Гиршфельда Бете $B = \frac{Zze^2}{R_я}$

r_T - точки поворота

$E_\lambda = K_\lambda = \frac{Zze^2}{r_T} = U(r_T)$



$$D = e^{-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m[U(x)-E]}\,dx}$$

Прямая вероятность проникновения λ-частицы через барьер будет

$$D_\lambda = e^{-\frac{2}{\hbar}\int_{R_я}^{r_T}\sqrt{2m_\lambda(U(r)-E)}\,dr} = \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_{R_я}^{r_T}\sqrt{\left(\frac{Zze^2}{R_я}-E_\lambda\right)2m_\lambda}\,dr\right)$$

$E_\lambda < B$

Взятый предположением

$$D_\lambda = e^{-\frac{2}{\hbar}f(B,K_\lambda)}$$

$$D_\lambda = e^{-\frac{\pi}{\hbar}\sqrt{2m_\lambda}\frac{Zze^2}{\sqrt{K_\lambda}}}$$

Вероятность частицы проитти через барьер при одном ударе. Это $<=$ [неопределенность Гайзенберга.



$\Delta x \Delta p_x \sim \hbar \;|\; \Delta p_x \approx p \qquad 2R_я p_\lambda \hbar$

$2R_я \cdot m_\lambda v_\lambda \sim \hbar \;;\; v_\lambda = \frac{\hbar}{2m_\lambda R_я}$

$$n = \frac{v_\lambda}{R_я} = \frac{\hbar}{2m_\lambda R_я^2}$$ - число ударов об стенку барьера в ед. времени

$dN = -\lambda N dt$, λ - вероятность распада в ед. времени

$\lambda_\alpha = n \, D_\alpha$ — количество ударов * вероятность проникновения

$$\lambda_\alpha = \frac{\hbar}{2 m_\alpha R_\alpha^2} \, e^{-\frac{\pi}{\hbar}\sqrt{2 m_\alpha}\frac{Z_2 e^2}{\sqrt{K_\alpha}}}$$ Закон Гейгера-Неттола

$$\ln \lambda_\alpha = \ln \frac{\hbar}{2 m_\alpha R_\alpha^2} - \frac{\pi}{\hbar}\sqrt{2 m_\alpha} Z_2 e^2 \frac{1}{\sqrt{K_\alpha}}$$ $A - C\frac{1}{\sqrt{K_\alpha}}$

$^{235}_{11}$

$T_{1/2} = 7 \cdot 10^8$ лет

$T_{1/2} = 4{,}5 \cdot 10^9$ лет

Следствия закона Гейгера-Неттола

1) Если известно R_α и K_α, то определяется λ_α ($T_{1/2}$ α-распада)

2) Если известно λ_α и K_α, то опред R_α

Период полураспада определяется по закону Гейгера-Неттола

24. β^--распад ядер. Энергия β-распада

β-распад идет с сохранением массового числа ядра (ядро-изобар ($A = const$)) и заряда отличается от него $\Delta Z = \pm 1$ за счет испускания электрона (β^--распад), позитрона (β^+-распад) или захвата орбитального электрона (K-захват, e-захват)

А. β^--распад

1. реакция $^A_Z X \rightarrow e^- + {}^A_{Z+1} Y$

2. энергетическое условие $M_a(A,Z) > M_a(A, Z+1) + m_e$

$+ZM_e$ $+ZM_e$

24.04.2012

24. β-распад. Три вида β-превращений (продолжение)

(А) β^--распад

1. ${}^{A}_{Z}X \to e^- + {}^{A}_{Z+1}X$

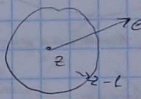
2. Энергетическая возможность $M_я(A,Z) > M_я(A,Z+1) + m_e$
$+Zm_e$ $+(Z+1)m_e$



Нужно еще атомное состояние
$M_{AT}(A,Z) > M_{AT}(A,Z+1)$

3. Энергия β^--превращения $\mathcal{E}_{\beta^-} = [M_{AT}(A,Z) - M_{AT}(A,Z+1)]c^2$

(Б) β^+-распад



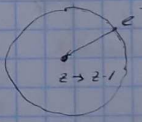
Испускание позитрона

1. ${}^{A}_{Z}X \to e^+ + {}^{A}_{Z-1}Y$

2. $M_я(A,Z) > M_я(A,Z+1) + m_e$
$+Zm_e$ $+(Z-1)m_e$
$M_{AT}(A,Z) > M_{AT}(A,Z-1) + 2m_e$

3. $\mathcal{E}_{\beta^+} = [M_{AT}(A,Z) - M_{AT}(A,Z-1) - 2m_e]c^2$

(В) K-захват. $\mathcal{E}, e, E$ - захват



Один электрон поглощает электрон.

Орбитальный электрон совершает $\mathcal{E}_K < E_{св}^{K-об}$ - е-захват не будет

Будет захватываться ближайший электрон энергия которого ближе к ядру

1. ${}^{A}_{Z}X + e^- \to {}^{A}_{Z-1}Y$

2. $M_я(A,Z) + m_e > M_я(A,Z-1)$
$+m(Z-1)$ $+m(Z-1)$
$M_{AT}(A,Z) > M_{AT}(A,Z-1)$

3. $\mathcal{E}_K = [M_{AT}(A,Z) - M_{AT}(A,Z-1)]c^2$

Электрон должен быть квазисвободным

Выводы:

Эффект Фотоэффекта - поглощение фотона свободным электроном

Эффект Комптон эффекта - рассеяние фотона на свободном электроне

2,26 д. 2,45, 2,48

27.09.11

(14) Гипотеза де-Бройля (1924, эксп. Реале 1929)

Опыты Девиссона и Джермера (1926, эксп. К. 1987)

Гипотеза Планка $\begin{cases} \varepsilon_\phi = h\nu_\phi \text{ - фотоэффект} \\ p_\phi = \frac{h\nu_\phi}{c} \text{ - Комптоновский эффект} \end{cases}$

Квантовая электрон тоже не обладает волновыми свойствами

$$p_\phi = \frac{h\nu_\phi}{c}; \quad \nu_\phi = \frac{c}{\lambda_\phi}, \quad p_\phi = \frac{h}{\lambda_\phi} \Rightarrow \lambda_\phi = \frac{h}{p_\phi}$$

$$\boxed{\lambda_\phi = \frac{h}{p_\phi}} \Rightarrow \lambda_e = \frac{h}{p_e} \text{ - длина волны электрона}$$

Напишем то же более красивой величиной

Введем кинетическую энергию $K_e = \frac{p_e^2}{2m_e}; \; p_e^{кл} = \sqrt{2m_e K_e}$

$$\lambda_e^{кл} = \frac{h}{\sqrt{2m_e K_e}}$$

(рел) - сверху релятивистский

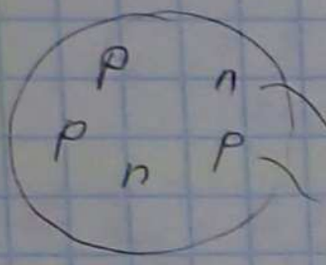
$K^{рел}$ отличается от $K_e^{кл}$

$$p_e^{рел} = \frac{1}{c}\sqrt{K_e^2 + 2m_e c^2 K_e}$$

$$\boxed{\lambda_e^{рел} = \frac{hc}{\sqrt{K_e^2 + 2m_e c^2 K_e}} \qquad \lambda_e^{кл} = \frac{h}{\sqrt{2m_e K_e}}}$$

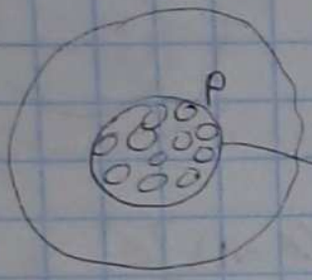
25. Механизм β-превращения

Примеры:

1. 

$n \rightarrow p + e^-$ β^--распад

$p \Rightarrow n + e^+$ β^+-распад



K-захват. $p + e^- = n$

$$M_{яд} = z m_p + (A-z) m_n - \frac{1}{c^2}\left[\varkappa A - \beta A^{2/3} - \underbrace{\gamma \frac{z^2}{A^{1/3}} - \varkappa \left(\frac{\frac{A}{2}-z}{A}\right)^2}_{\text{— удельной энергией связи}}\right]$$

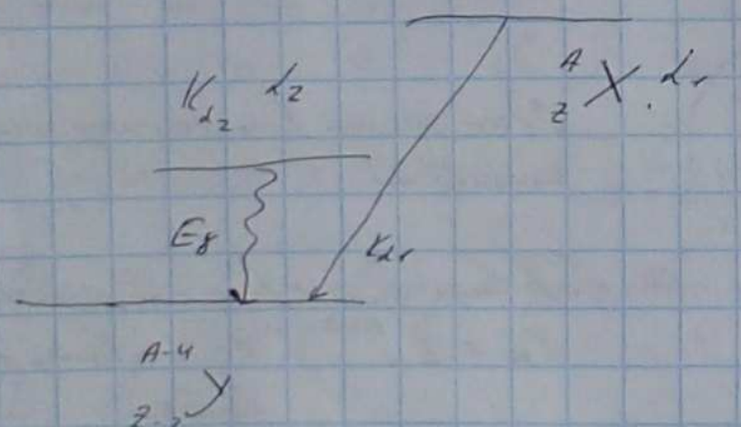
1) ${}^{3}_{1}H_2 \rightarrow e^- + {}^{3}_{2}He_1$ ($T_{1/2} = 12$ лет) Ключевая модель распада

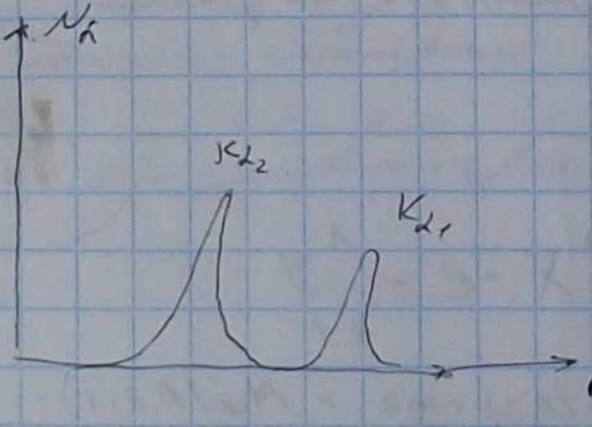
Один из нейтронов претерпевает в ядре

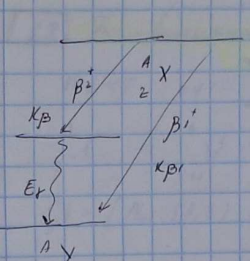
$1p, 2n \xrightarrow{\beta^-} 2p, 1n$

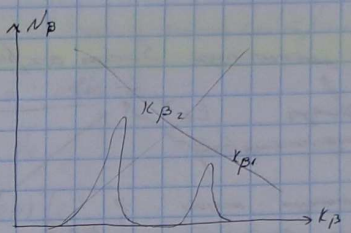
2) ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + e^-$ $T_{1/2} = 5570$ лет.

26. Характер β-спектров. Гипотеза о нейтрино

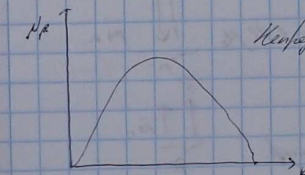








Но на самом деле спектр выглядит по другому



Непрерывный спектр

Верхняя граница β - спектра $E_\beta = (K_\beta)_{max}$

$$\bar{K}_\beta = \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}\right)(K_\beta)_{max} = \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}\right) E_\beta$$

Гипотеза Паули при β - превращениях испускается еще одна частица - нейтрино, которая и уносит всю энергию

$K_{\nu e} = E_\beta - K_\beta$; $E_\beta = K_{\nu e} + K_\beta$ - энергия уходит на нейтрино и на проведение β-превращения.

Будет есть энергия отдачи ядра, но мы ее не учитываем

Свойства нейтрино:

1) Заряд нейтрино $e_\beta = 0$ нейтральная частица
2) масса нейтрино $m_\beta \approx 0$
3) спин нейтрино $S = 1/2$

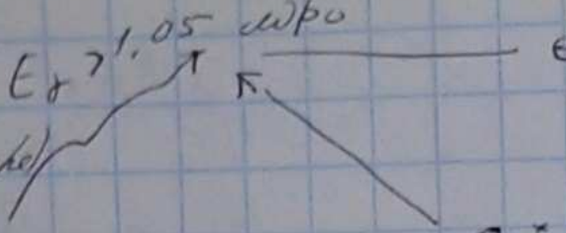
β^-: $\overset{A}{_Z}X \rightarrow \overset{A}{_{Z+1}}Y + e^- + \widetilde{\nu_e}$ электрон испускается ядром, $\widetilde{\nu e}$ - антинейтрино

β^+: $\overset{A}{_Z}X \rightarrow \overset{A}{_{Z-1}}Y + e^+ + \nu_e$ (нейтрино)

К-захват: $\overset{A}{_Z}X + e^- \rightarrow \overset{A}{_{Z-1}}Y + \nu_e$ (нейтрино)

27. Частицы и античастицы. Законы сохранения

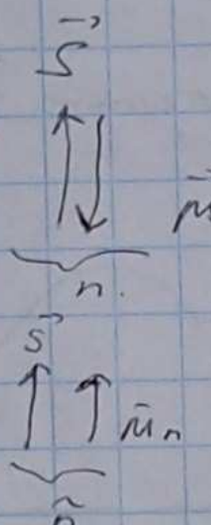
атомы: e^- - частица
e^+ - античастица (позитрон)



ядро: Π^+ - протон - мезон
Π^- - мезон античастица
} заряд

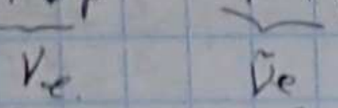
На 67% p, $\tilde{p}$ - протон, антипротон
10^{-7} на В

n, $\tilde{n}$ - нейтрон, антинейтрон $\mu_n = -1,91\ \mu_e$



Взаимодействие: ν_e, $\tilde{\nu}_e$

Отличаются направлением векторов спинового и вектор импульса



Для слабых взаимодействий закон сохр. четности не сохраняется

Нейтрон самопроизвольно

$\Pi^- \to \mu^- + \tilde{\nu}_\mu$ (μ^- - мюон)

$\Pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ (μ^+ - антимюон)

[28] Экспериментальное определение массы нейтрино 15.05.2012

$m_\nu \approx 0$; $Z_\nu = 0$, $S = \frac{1}{2}$, $M_\nu = 0$

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + e^- + \tilde{\nu}_e $$

$$ \varepsilon_\beta = [M_{ат}(A,Z) - M(A,Z+1)]c^2 $$

29 Тепловое замедление нейтронов

$\sigma_v = 10^{-44}$ см^2 - сечение взаимодействия нейтрона с веществом

$n \approx 10^{22}$ ат/см^3

Длина свободного пробега $\bar{l} = \frac{1}{\sigma n} = \frac{1}{10^{-44} \cdot 10^{22}} = 10^{22}$ см $\approx$

$\approx 10^{20}$ м $\approx 10^{17}$ км

Реакция (1 = 55) естественный радиоактивный распад (Нейтронный распад)

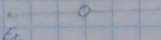
$n \to p + e^- + \tilde{\nu}_e$, источник антинейтрино

Для регистрации используется обратная реакция

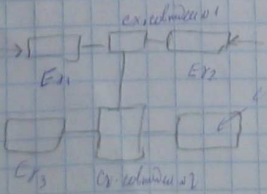
$\tilde{\nu}_e + p \to n + e^+$



$e^+ + e^- \to 2\gamma$; $E_{\gamma_1} E_{\gamma_2} = 0{,}51$ МэВ



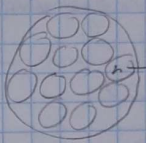
$Cd + n \to Cd^* \to Cd + E_{\gamma 3}$



(счетчик 3х совпадений - измеряет характеристики нейтрино (1:00) до 15 событий

30. Понятие о бесконечных β-превращениях

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + e^- + \tilde{\nu}_e $$



$$ n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e $$

Нейтрон участвует в электронно-нейтронных реакциях при которых ядра рождаются

Частица и античастица (фермионы)

$$ W_p = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int_{V_a} \psi_e^* H' \psi_\nu \, d\tau \right|^2 \rho(E) $$

H' - оператор взаимодействия при котором происходит β-превращение

$\rho(E)$ - плотность конечных состояний

$g_a = 1$

$g_{эл} = 10^{-2}$

$g_{колб} \approx 10^{-13} - 38$

$g_{ф} \approx 10$

Относительно ядра фермионы

$\psi_\nu = \psi_{n,\nu}$ - ядерная часть волны

$\psi_e = \psi_{e^-} \psi_{\tilde{\nu}_e}$ - конечная волн функция

$$ \begin{cases} \psi_{e^-} = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r})} \\ \psi_{\tilde{\nu}_e} = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r})} \end{cases} $$



Вылетают в разные стороны

$$ W_p = \frac{1}{V} \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int_{V_a} \psi_{n,\nu}^* g_a \psi_{n,\nu} \, d\tau \right|^2 \rho(E) $$

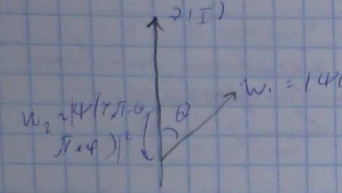
матричный элемент обозначим через

$$ M_{ij} = \int_{V_a} \psi_{n,\nu}^* \psi_{n,\nu} \, d\tau $$

$$ W_p = \frac{2\pi}{\hbar} g_a^2 \frac{1}{V_a} |M_{ij}|^2 \rho(E) $$

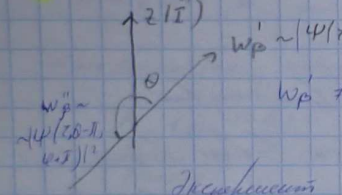
31. Несохранение четности при β-превращениях

При пространственном отражении $\psi(r, \theta, \varphi) = \pm \psi(r, \pi-\theta, \pi+\varphi)$
Для адронных процессов соблюдается



$w_1 = w_2$ (↓ учение)

1956 Ли и Янг (Nobel prize 1957 г.)
Гипотеза существования четных не сохранения



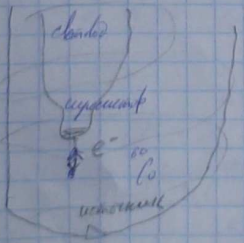
$w_p' \neq w_p''$ следовательно $\Pi \neq 1$

Эксперимент Ву 1957

Поляризация ядра

$\vec{I}$ ↑↑↑↑

Изотоп кобальта $^{27}_{60}Co \rightarrow ^{28}_{60}Ni + e^- + \tilde{\nu}_e$



← вторичная катушка Все в свинцовом ящике

$B = \frac{w_{1\pi}}{w_{2\pi}} = \frac{0,2}{1,2}$

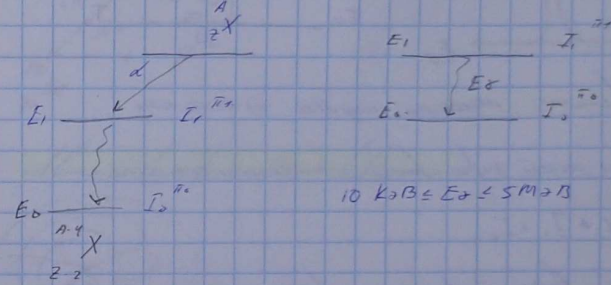
0,8 и 1,2 отн. насыщенной ℓ

Электроны вылетают преимущественно против спина ядра

32 Y излучение ядер. Закон сохранения

Излучение ядер - это процесс испускания ядром энергии возбуждения ядрами

Это гамма-излучение ядер

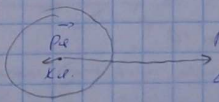


10 кэВ ≤ Eγ ≤ 5 МэВ

X-ты излучают обычно переходы в электронных оболочках

Излучают обычно переход в ядрах

1) Закон сохранения энергии и импульса



$|\vec{p}_я| = |\vec{p}_\gamma|$

$p_я = \sqrt{2 M_я K_я}$

$p = \frac{E_\gamma}{c}$

$2 M_я K_я = \frac{E_0^2}{c^2}$

$E_1 = E_{буд} = E_\gamma + K_я$

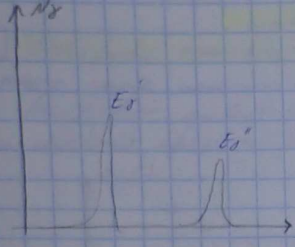
$K_я = \frac{E_\gamma^2}{2 M_я c^2}$

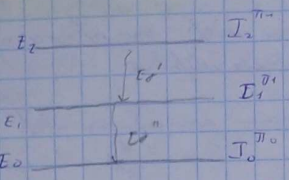
$E_{буд} = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2 M_я c^2} = E_\gamma \left(1 + \frac{E_\gamma}{2 M_я c^2}\right)$

$E_\gamma = \frac{E_{буд}}{\left(1 + \frac{E_\gamma}{2 M_я c^2}\right)} \approx E_\gamma \approx E_{буд}$

Закон сохранения импульса и закон сохранения энергии

$$K_я = \frac{E_{буд}^2}{2 M_я c^2}$$





2) Закон сохранения момента импульса и четность

Любое состояние имеет характеристики спин и четность

$|I_1 - I_0| \leq L \leq I_1 + I_0$

1 - момент, высший фотонам (мультипольность излучения)

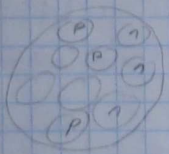
Правило отбора, если $\Delta L = 1$.

$L=1$ - дипольное излучение

$L=2$ - квадрупольное 10^{-4} $L=1$

$L=3$ - октупольное 10^{-4} $L=2$ $\alpha \approx 10^{-6}$

Процесс в сфере при δ излучении



Если образуется пучок с левой поляризацией

Π_K дробей

$\Pi_K^a = \Pi_K (-1)^L$, электр. четность

С противоположными знаками

$\Pi_K^m = \Pi_K (-1)^{L+1}$

Конкуренция

$L=1$ есть δ_1 Π_1 Время жизни ядра (будем считать в пучках 10^{-12} с

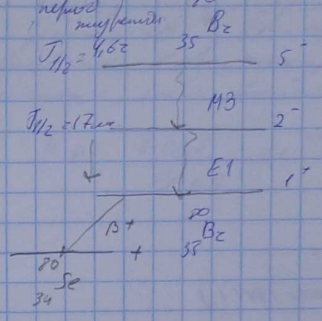
нет δ_2 Π_2 10^{-13} с

$L=2$ есть δ_1 Π_1 10^{-7} с

нет δ_2 Π_2 10^{-13} с

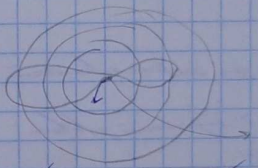
$L=3$ есть δ_1 Π_1 10^{-6} с

нет δ_2 Π_2 10^{-1} с



Происходит все состояния возбуждения которые дальше живут

33 Явление внутренней конверсии



$$ {}^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma \left(\begin{matrix} E_1, M_1, \\ E_2, M_2, \\ E3, M3 \end{matrix} \right) $$

Передача свойства ядра

$$ {}^{A}_{Z}X^{*} \Rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma ($$

Явление внутренней конверсии

Передача энергии возбуждения ядра без испускания одного из квантов этому, в результате чего испускаются электроны с дискретной энергией

$$ K_{B\,e} = E_{B\,g} - E_{e\,B}^{K} \qquad K_{B\,K}^{L} = E_{B\,g} - E_{e\,B}^{L} $$

Δ - коэффициент внутр конв

$$ \alpha = \frac{N_e}{N_\gamma} \quad \alpha_e + \alpha_L + \alpha_m \quad \text{(коэффициент внутр конв на любой оболочке)} $$

Это конкурирующий процесс будет испускаться либо квант либо электрон

Для того, чтобы доказать волновые свойства электронов Девиссон и Джермер использовали явление дифракции (Дифракция рентгеновских лучей)

$\lambda_e = e\,v_{уск}$ - кинетическая энергия электрона

$p_e = \sqrt{2 m_e^2 v_{уск}}$ — импульс

$\lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2 m_e^2 v_{уск}}} = \frac{h}{\sqrt{2 m_e e}} \cdot \frac{1}{\sqrt{v_{уск}}}$

Если посчитать константу $\frac{h}{\sqrt{2 m_e e}} = 12{,}3\,Å$

$\lambda_e = \frac{12{,}3}{\sqrt{v_{уск}}}$

Если $v_{уск} = 1\,В$, $\lambda_e = 12{,}3\,Å$

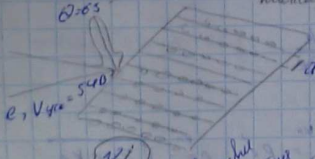
Если $v_{уск} = 100\,В$, $\lambda_e = 1{,}23\,Å$

Дифракция дает картину, которая не должна быть

Исправим экспериментальные условия

$d = 0{,}9\,Å$ - дифракционная решетка

$v_{уск} = 54\,В$



Порядок числа - какое число. Целое, между двумя целыми числами. Дифракционный максимум

$2d \sin\Theta_n = n\lambda_e$, n - порядок максимума

$n = 1, 2, 3$

$\Theta_1 = 65°$, $n = 1$

$2 \cdot 0{,}9 \sin 65° = \lambda_e$

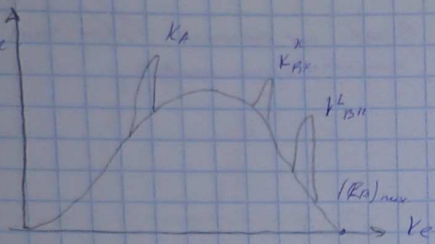
$\sin 65° = 0{,}91$

Тогда $\lambda_e = 2 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}91 = 1{,}64\,Å$ - экспер.

по Гипотезе де-Бройля $\lambda_e = \frac{12{,}3\,Å}{\sqrt{54\,В}} = 1{,}67\,Å$ - теор.

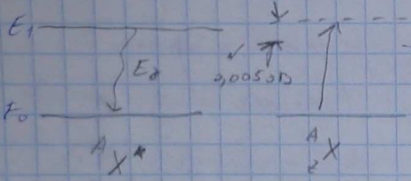
Мы получили близкие числа

Вернемся к тому, что дифр. будет наблюдаться с частицами, как волны после и врыли



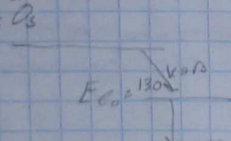
34 Эффект Мессбауэра (И. реис 1961 г)

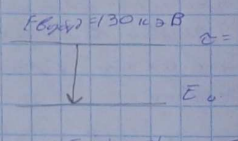
Эффект Мессбауэра заключается в испускании собственных ядерных гамма-лучей



Если их энергия совпадает с энергией возбуждения данного ядра

Что испускает $^{191}_{76}Os$

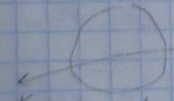




$\Delta E \cdot \tau \approx \hbar$, $\Gamma\tau \approx \hbar$

$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{10^{-27}}{10^{-10} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}} = 5 \cdot 10^{-5}$ эВ

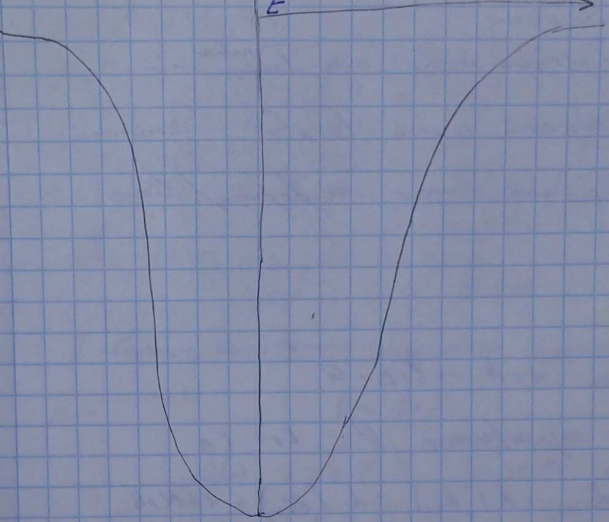
ядерные энергии данного состояния



$K_и = \frac{E_{буд}^2}{2 M_и c^2} = 0{,}005$эВ

Условие: При каких температурах идёт
термоядерная реакция синтеза ядер дейтерия
и трития?

$$K_p = \frac{E_{вод}}{2 m_p c^2} \approx 10^7 T$$



36 Оболочечная модель ядра

1) Потенциальная яма $U(r) = -U_0$ $r = R_я$, $U(r) = 0$ $r > R_я$



2) Случай для гармонического осциллятора $U(r) = -U_0 + \frac{\mu\omega^2 r^2}{2}$



3) Потенциал Вудса - Саксона $U(r) = \frac{U_0}{\left[1 + \exp\left(\frac{r}{r_0} - \frac{R_я}{a}\right)\right]}$

$R_я = r_0 A^{1/3}$

Мария Гепперт - Майер (Иенсен) 1963 г.

$\vec{J} = \vec{L} \cdot \vec{S}$ $\Rightarrow$ нуклон $\vec{I} = \vec{L}_N + \vec{S}_N$: ядерные большие

тонкая структура

$|L_N - S_N| \leq I \leq L_N + S_N$

1) Сферически симметричное ядро, содержащее чётное Z и N — 0

2) Сферически симметричное ядро определяется неспаренными нуклонами

3) Энергия уровня с данным n растёт с увеличением L_N

в) Уровни, с большим I лежат ниже, чем I_{max} I_{min}

г) Обязательно подвод большой энергии возбуждения ядерной

б) Обязательно подвод большой энергии деформирования ядер

37. Ядерные реакции

Общая схема реакции $a + A \to b + B + Q$

$Q > 0$: экзотермическая. $Q = K_b + K_B$

$$P + {}^{7}_{3}Li_4 \to 2\left({}^{4}_{2}He_2\right) + 2\left({}^{1}_{1}He_2\right) + 17{,}4\ МэВ$$

$Q < 0$ $a + A \to b + B - |Q|$ эндотермическая $K_a > Q$.

$${}^{4}_{2}He_2 + {}^{14}_{7}N_7 \to P + {}^{17}_{8}O_9 - 1{,}2\ МэВ \quad K_a > 1{,}2\ МэВ.$$

Реакция деления ядер:

$${}^{235}_{92}U + n \to {}^{139}_{54}Xe + {}^{95}_{38}Sr + 2n, \quad Q > 200\ МэВ$$

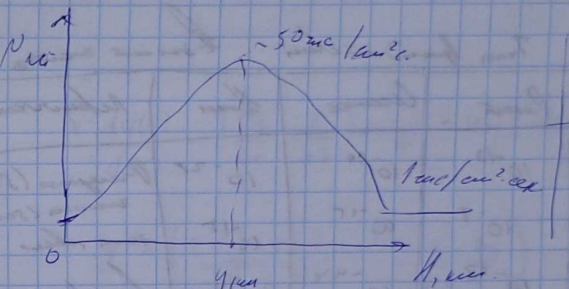
Реакция синтеза:

(1,0) ${}^{3}_{1}H_2 + {}^{2}_{1}H_1 \to {}^{3}_{2}He_1 + p \quad (Q = 4\ МэВ)$

${}^{3}_{2}He_1 + n \quad (Q = 3{,}3\ МэВ)$

$K_a > 1{,}2\ МэВ$ (1,1) ${}^{3}_{1}H_2 + {}^{8}_{2}He_4 \to {}^{11}_{6}He_5 + n \quad (Q = 17{,}7\ МэВ)$

38. Свойства ядерных сил



I Состав первичного космического излучения

$p \sim 92\%$

$\alpha \sim 7\%$

ядра $Z = 3-z$ $0,1\%$

более $10^{-2}\%$

электроны $\sim 1\%$

Выводы:

1) Интенсивность $Z = 3-7$ в 10^5 больше в составе излучения Солнца чем в составе Земли.

2) Отношение $\frac{3}{2}Li_1 / \frac{4}{2}Be_1$ в 300 раз больше на Солнце чем на Земле.

Космические лучи обладают большой проникающей способностью чем ядра

Источник - Солнечная корона

Энергия $\sim$

Типы взаимодействий

Тип взаимодействия	Константа связи	Радиус	Сечение	Время	Механизм
Сильное	$g_s = 1$	10^{-13}	10^{-24}	10^{-23}	Глюоны (S=0)
Электромагн.	$\sim 10^{-2}$	10^{-8}	10^{-17}	10^{-15}	Фотоны (S=0)
Слабое взаимод.	10^{-13}	10^{-13}	10^{-44}	10^{-10}	Векторные W-бозоны.
Гравитационное	$\sim 10^{-38}$	Большой	?	?	Гравитоны S=2

Элементарные частицы: фотоны – эл. магн. взаимодействие
– эл. и слаб.
адроны – эл. и сильн. $e^{\pm}, \nu_e, \mu^{\pm}, \nu_\mu$
$\tau^{\pm}, \nu_\tau$

Адроны

π^+, π^0, π^-; K^+, K^-; K^0

ρ,

Λ,

(15) Свойства электрона. Принцип неопределенности Гейзенберга (Uspekhi Fiz. Nauk, 1932) Heisenberg

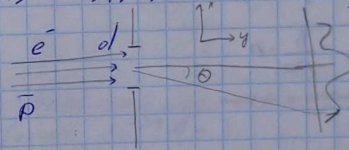
1. Волновая природа электрона свидетельствует о невозможности представить электрон в виде материальной точки - гармонирующий электрон имеет статистическую интерференционную структуру, обладающую волновыми свойствами.

2. Корпускулярная сторона природы электрона проявляется в том, что электрон действует всегда как ед. целое - никогда не дробясь на части.

Если рассм. явление дифр. электрона на кр. ребре, то пучок эл. с одной стороны действ. как волна, а с другой стороны как частица (в момент рассеяния электрона на атоме).

Введем оценки по допустимому (приемлемому) виду свойств электронов.

1) Дифракция электрона на 1-й щели



Локализуем эл., проходящ. через щель $\Delta x \sim d$

(электрон находится у к.-л. отверстия)

$\Delta p_x \sim p \tan\Theta \sim p \sin\Theta$

$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim p \sin\Theta \, d$

$d \sin\Theta_1 = n\lambda$ λ-длина волны

$d \sin\Theta = \lambda$

$\lambda = \frac{h}{p}$

$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim p \cdot \lambda \sim \frac{p h}{p} \sim h.$

$$\boxed{\Delta x \cdot \Delta p_x \sim h.}$$

Принцип неопределенности Гейзенберга определяет допустимый приемлемый предел неточности $\Delta x \cdot \Delta p_x$, с которыми одновременно можно характеризовать координату x и импульс p. Но соотношение Гейзенберга не дает ответа, можно ли в том смысле, что следующая в каждый момент времени имеет определенное значение x и p, но мы их приемлемо не можем узнать

с большой точностью, если это позволяет соотношение неопределенностей

Истинный смысл соотношения Гейзенберга отражает тот факт, что в микромире объективно не существует состояния частицы с точно определенными значениями обеих первых характеристик.

Кроме первых характеристик есть другие, которые позволяют пр. принцип Гейзенберга $\zeta = 1$ волновой природы частицы.

Если локализовать частицу в Δx, она начнет двигаться и получается большой импульс

(16) Первый постулат Бора. Квантование Волн де-Бройля

$L_e = m\vartheta r$ - момент импульса электрона

$me\vartheta r = n\hbar$ - условие стационарной орбиты.

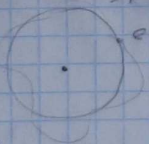
$$me\vartheta r = n\frac{h}{2\pi}; \quad 2\pi r = \frac{h \cdot n}{me\vartheta} = \frac{h}{pe} \cdot n$$

$2\pi r$ - длина окружности.

$$\boxed{2\pi r = n\lambda e}$$

Частица может двигаться в атоме только те, на которых укладывается целое число волн (длин волн) де-Бройля

- расположение длин волн по круговой орбите

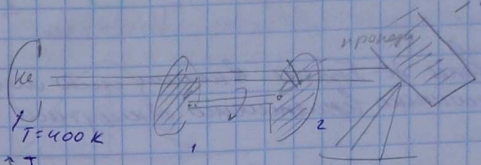


Любая материальная частица движется волновым движением.

(17) Волновая модель атома.

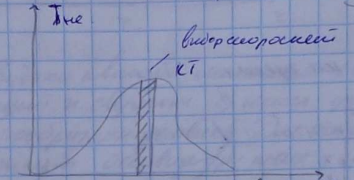
Опыты проводились Штерн, Эстерман, Фриш

атом Не



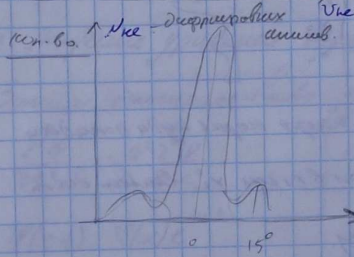
$\lambda_{ke} = \frac{h}{p_{ke}}$

монохроматические лучи



Во внешнюю цепь проходит ток, тем больше, чем выше скорость вылетающих с катода с более высокой скоростью фотоэлектронов.

Если ток равен нулю →



$v_{ke} = 1{,}6 \cdot 10^5 \frac{см}{с}$

$\lambda_{ke} = 0{,}6 Å$

$d = 1{,}1 \cdot Å$ (Кристалл Ni)

Если пучок падает на поверхность

Бейсбольный мяч 140 г. летящий с $v = 40$ м/с имеет длину волны $10^{-24} Å = \lambda$.

III. Основы квантовой (волновой) механики

18. Волновая функция частицы.

Гипотеза де Бройля: частица, движущаяся в свободном пространстве со скоростью $\bar{v}$ соответствует какой-то плоской монохроматической волне

$\psi(\bar{r}, t) = \psi_0 \exp[\omega t - \bar{k}\bar{r}) = \psi_0 \exp(i(\bar{a}\bar{r} - \omega t))$ с длиной волны $\lambda = h/p$ и распространяющейся в направлении со скоростью $\bar{v}$ (нов. Ричи 1934)

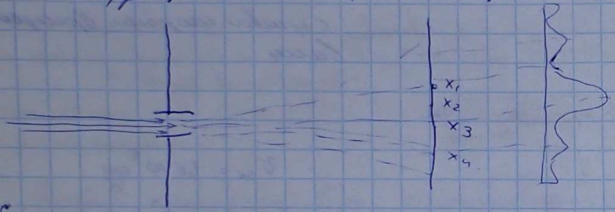
Макс Борн дал статистическую интерпретацию волн де-Бройля, позволяющую сочетать атомную частицу с их волнами

свойствами.

Def: Интенсивность волн де-Бройля в каких либо местах пространства пропорциональна вероятности обнаружить частицу в этом месте

Рассмотрим пример:

Дифракция волн де-Бройля на щели.



Если сделать аналогичный эксперимент, то нельзя сказать куда попадет он

(какой вероятностью попадёт электрон в x_1 или x_2. Ответ даёт данная волновая функция

Но рассмотрим аналогичную частицу.

Электрон описывается волной, и его вероятность пропорциональна интенсивности волны де-Бройля.

Любая волна - величина комплексная.

$$\omega = \varphi \cdot \varphi^* \quad \text{- вероятность волны де-Бройля}$$

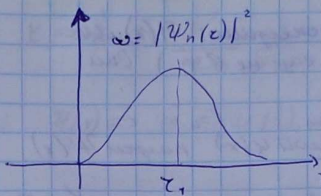
Find Вероятность нахождения двигающейся частицы в любой точке пространства

$$\omega = \varphi_0 e^{-i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \cdot \varphi_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \quad \text{- для св. частиц.}$$

$$\varphi_0 = const$$

Def. Волновая функция называется всю наблюдаемых величин, но её знание позволит статистически предсказывать значения величин, которые получаются экспериментально и полную меру реальности физ. системы.

Для частиц, находящейся в каких-либо потенциальных волновая функция будет иметь определенный вид и используя эту волновую функцию можно получить динамические характеристики частицы. $(\vec{r}, \vec{v}, \vec{E})$

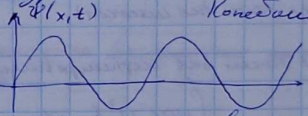


Задачи квантовой механики сводится к нахождению волновых функций и связанных с ними функциями плотностей в самых разнообразных условиях. Для нахождения вида волн. ф-ций служит основное ур-ние кв. механики - ур. Шредингера.

19. Получение уравнения Шредингера (1926-г, 1933 Нобел. Реф)

Запишем одномерное волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$



, где $a = \sqrt{\frac{E}{\mu}}$

$\Psi(x,t)$ - описывает отклонение от положения равновесия, a - ск. распр. колебаний

$\Psi(x,t) = \varphi(x) e^{i\omega t}$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi(x,t) = \left(\varphi(x) \cdot i\omega e^{i\omega t}\right)'_t = \varphi(x) \cdot (-1) \cdot \omega^2 e^{i\omega t}$$

$$-\varphi(x)\omega^2 e^{i\omega t} = a^2 \varphi''(x) \cdot e^{i\omega t}$$

| В соотв. гип. де-Бройля $\lambda = \frac{h}{p}$. Импульс электрона вдоль оси x |

$$\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{a^2} \Psi(x) = 0$$

$$\frac{\omega}{a} = k \Rightarrow a = \frac{\omega}{k} \quad \left| \quad \frac{\omega^2}{a^2} = \frac{\omega^2}{\omega^2} \cdot k^2 = k^2 \right.$$

$$\frac{k^2}{\omega^2} = \left(\frac{2\pi p}{h}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{h}\right)^2 \cdot 2mk =$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\lambda = \frac{h}{p}$

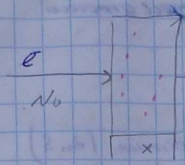
$$= \left(\frac{2\pi}{h}\right)^2 2m\left(E - U(x)\right) = \frac{8\pi^2 m}{h^2}\left[E - U(x)\right] \qquad p = \sqrt{2mk},\ k = E - U(x)$$

Тогда, сделав тип преобразования, данное:

$$\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - U(x)\right]\Psi(x) = 0. \quad \text{- одномерное стационарное ур. Шредингера.}$$

E - это полная энергия частицы.

$U(x)$ - потенциал, в котором нах. частица.



N_0 - падающие электроны

N - прошедшие

D - детектор

$N = N_0 e^{-\mu x}$ $\quad \mu_{эк} = \frac{1}{x} \ln \frac{N_0}{N}$

μ - линейный коэффициент ослабления пучка электронов

$[\mu] = см^{-1}$ (от сечения взаимодействия электронов с атомами и количества атомов)

$\mu = \delta \cdot n$, δ - сечение взаимодействия электр атомами

$\delta = см^2$

n - плотность атомов вещ.

$n = см^{-3}$

$\delta = \pi r_{ат}^2$, $n = N_L = 2,7 \cdot 10^{19}$ ат/см^3

$r_{ат} = 10^{-8}$ см

μ (теорет.) $= \pi r_{ат}^2 N_L = 3,14 \cdot 10^{-16} \cdot 2,7 \cdot 10^{19} = 8,5 \cdot 10^3$ см$^{-1}$

1) $\beta' = \frac{v'}{c} = 0,07$; $\mu'_{эк} = 7,8 \cdot 10^3$ см$^{-1}$ - эксперимент (согласно с опытом Томсона) - единица измерения скорости в относительных единицах скорости света

2) Уменьшим энергию электронов

$\beta'' = \frac{v''}{c} = 0,9$, $\mu''_{эк} = 7,8 \cdot 10^{-3}$ см$^{-1}$

Определим радиус рассеивающего центра во II эксперименте

$\mu_{теор} = \pi r_{ат}^2 N_L$, $\mu''_{эк} = 7,8 \cdot 10^{-3}$ см$^{-1}$

$\pi r_{ат}^2 N_L = 7,8 \cdot 10^{-3}$

$3,14 \cdot 10^{-16} \cdot 2,7 \cdot 10^{19} = 7,8 \cdot 10^{-3}$ $\quad r_{ат} \approx 10^{-8}$ см (радиус рассеивающего центра на 3 порядка меньше, чем по Томсону (10^{-5})).

Электрон проникает внутрь электронной оболочки и рассеивается на ядре ($v \approx c$)

Толкование ψ это уравнение и дает вид поведения $U(x)$, мы найдем волновую функцию $\psi(x)$ (но это еще не в р.) Они не описывает конкретную ситуацию

Ряд спец. волн. функц.

Решение уравнения Шредингера для задачи $U(x)$ и нашли $\psi(x)$.

Согласно Борну $|\psi(x)|^2 dx$ - вероятность обнаружить частицу в интервале $[x, x+dx]$

$|\psi(x)|^2$ - плотность вероятности нахождения частицы.

В одной точке пространства

Свойства в функции:

1. В функции должны быть конечной во всем пространстве. (т.к. плотность вероятности должна быть конечна)

2. Вол. функц должна быть нормирована на 1.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1.$$

3. Вол. функц должна быть однозначной.

4. Волновая функц должна быть непрерывна и иметь непрерывные производные (1-ые)

Волновые функции - функции, которые уд. Шредингера и отвечают требуемым условиям.

2. Представим физических величин операторами

Перепишем ур. Шредингера

$$E\psi(x) = \left[-U(x) \right] \psi(x) \cdot \frac{2m}{\hbar^2} - \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} \frac{\hbar^2}{2m}$$

$$E\psi(x) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x) \right] \psi(x)$$

$K \Rightarrow \hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$

$E = K + U \quad / \cdot \Psi$

$E\Psi = \Psi K + \Psi U$

$U(x) \Rightarrow \hat{U} \Rightarrow U(x)$

А. Гипотеза де-Бройля $\Psi(z,t) = \Psi_0 e^{i(kz - \omega t)}$

Б. Макс. Борн предложил статистическую интерпретацию волн де Бройля

$w = \Psi^* \Psi = (\Psi)^2$

6.10.2011

В. Получил ур-ние Шредингера $\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(x)]\Psi(x) = 0$

$\Psi(x)$ с некоторыми ограничениями - волновая функция

Г. Связали волн. ф-цию

$|\Psi(x)|^2$ - плотность вероятности нахождения частицы в данной точке пр-ва

20. Представление функ. Шредингера (продолжение)

$\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(x)]\Psi(x) = 0 \quad \left| \frac{\hbar^2}{2m} \right.$

$E\Psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + U(x)\Psi(x)$

$E = K + U \quad | \Psi(x)$

$E\Psi(x) = (K\Psi + U\Psi)$

Тогда $K \Rightarrow \hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ - приводим в соответствие

$U \Rightarrow \hat{U} = U(x)$

$E \Rightarrow \hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$

Физики практически принимают как постулат идею о том, что каждой измеримой физ. величине A соответствует квантомеханический оператор $\hat{A}$, такой, что действие этого оператора на собств. волновую функцию даёт физически измеримую величину, умноженную на эту функцию

$\hat{A}\Psi_i = A\Psi_i$, Ψ_i – решение ур. Шредингера, собств. волновая функция

$\hat{K}\Psi_i = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = K_i\Psi_i$; Получили собств. значение оператора K_i

Единственно верным результатом измерения будет величина собств. значение собств. оператора.

$\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right)$

$K = \frac{1}{2m}\hat{P}\hat{P}$

Импульсу P_i соотв. оператор $\hat{P}_x = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}$; $\hat{P}_y = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial y}$; $\hat{P}_z = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z}$

Тогда $\hat{P} = \frac{\hbar}{i}\nabla$

Оператор координат $x \to \hat{x} = x$
$z \to \hat{z} = z$
$y \to \hat{y} = y$

Учитывая, что $K = \frac{P^2}{2m}$

$\hat{K} = \frac{\left(\frac{\hbar}{i}\right)\left(\frac{\hbar}{i}\right)\nabla\nabla}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$

Исходя из закона сохран. энергии $E = K + U(r)$

$E\Psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U(r)\Psi(r)$ – Трехмерное одномерное уравнение Шредингера (не зависит от времени)

21 Использование квант. опер. для получения значения первых спец.

$\frac{P}{m} \to \lambda$

$\Psi(x) = \Psi_0 e^{i(kx - \omega t)}$

Воспользуемся второй ген. функц. $\lambda = \frac{h}{p}$,

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{p}{\hbar}$

Для света фотона и для энергии $E = h\nu = \hbar\omega \Rightarrow \omega = \frac{E}{\hbar}$

Тогда обращаемся волновой функции одномерного света.

$$\Psi(x) = \Psi_0 e^{i\left(\frac{p}{\hbar}x - \frac{E}{\hbar}t\right)} = \Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$$

$$-i/\hbar(Et - px)$$

$$\Psi(x) = \Psi_0 e$$

Используя оператор $\hat{p}_x = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}$ найдём значение импульса

$$\hat{p}_x \Psi(x)_t = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\left[\Psi_0 \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}\right] = \frac{\hbar}{i}\left(p\frac{i}{\hbar}\right)\underbrace{\Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}}_{\Psi(x)} = p\,\Psi(x)$$

$$\hat{A}\Psi_1 = A\Psi_1$$

Найдем у-ию сохранения

$$\hat{p}_y \Psi(x)_t = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial y}\left[\Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}\right] = 0 \cdot \Psi$$

Продифференцируем дважды по x

$$\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad \hat{K}\Psi(x)_t = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}\right] =$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m}\Psi_0 \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{i}{\hbar}p\, e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}\right] = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{i}{\hbar}p \cdot \left(\frac{i}{\hbar}p\right)\cdot \underbrace{\Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}}_{} =$$

$$= \frac{1}{2m}p^2 \cdot \Psi(x_t) = k\,\Psi(x)_t \quad \hat{k}\Psi(x)_t = k\Psi(x)_t$$

$$\hat{p}_x = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}$$

$$\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$

$$\hat{E}\Psi(x)_t = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left[\Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}\right] = i\hbar\left[-\frac{i}{\hbar}E\right]\Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} =$$

$$= E\,\Psi(x)_t \qquad \hat{A}\Psi_1 = A\Psi_1$$

22. Аналитический способ получения ур-я Шредингера

$$\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Rightarrow -\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$$

$$\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$

$$\hat{U} = \hat{U}(\bar{r})$$

Т.к. $E = \text{const}$, тогда

$$E = K + U$$

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(\bar{r},t) + U(\bar{r})\,\Psi(\bar{r},t)$$

полное ур-ие Шредингера

Предыдущий переход

11.10.11

23. Особенности стационарных состояний

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U(\bar{r},t)\Psi = 0$$ - обобщенное временное уравнение Шредингера

$\Psi(\bar{r},t)$

(Стационарные состояния - это состояния, при которых физические параметры не зависят от времени (наблюдаемые, кроме волновой функции))

$$\Psi(\bar{r},t) = \Psi_0 e^{i(k\bar{r}-\omega t)} \Rightarrow \Psi(x,t) = \Psi_0 e^{i(kx-\omega t)}$$

одномерный случай

$U(\bar{r},t) = U(x)$ - выбрали такой потенциал, который не зависит от время $\Rightarrow$

$$\Psi(x,t) = \Psi(x)e^{-i\omega t}$$

одномерный случай

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi(x)e^{-i\omega t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\Psi(x)e^{-i\omega t}\right] + U(x)\left[\Psi(x)e^{-i\omega t}\right]$$

$$\hbar\omega\Psi(x)e^{-i\omega t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x)}{\partial x^2}e^{-i\omega t} + U(x)\Psi(x)e^{-i\omega t} = 0$$

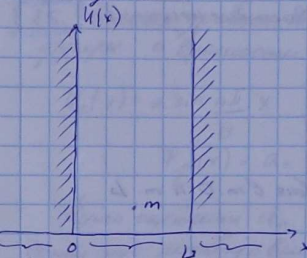
$E = \hbar\omega$ - для любой частицы в кв. мех.

$$E\Psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x)}{\partial x^2} + U(x)\Psi(x)$$

одномерное стационарное уравнение Шредингера.

24 Решение уравнения Шредингера для частицы в потенциальной яме. Квантование энергии частицы.

Потенциальная яма представляется в виде бесконечно глубокой потенциальной ямы.



Может принять только дискретные значения энергии и ее вероятность нахождения в промежутке от $(0, b)$ будет меняться.

1 интервал: $(-\infty, 0)$ $x \le 0$ $U(x) = \infty$
2: (x) $0 < x < b$ $U(x) = 0$
3. $x \ge b$ $U(x) = \infty$

В каждом промежутке должны быть свои волновые функции $\Psi_1(x)$, $\Psi_2(x)$, $\Psi_3(x)$

Будем искать стационарное ур-ие Шредингера.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - U(x)\right]\Psi(x) = 0$$

Запишем для каждой волновой функции

① $\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - U(x)^{=\infty}\right)\Psi_1(x) = 0$ Вероятность нахождения частицы за бесконечно высокими потенциалами = 0

$[\Psi_1]^2 = 0$, $\Psi_1 = 0$ (плотность вероятности)

② $\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi_2(x) = 0$

③ $\frac{\partial^2 \Psi_3}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - \infty)\Psi_3(x) = 0$ $[\Psi_3]^2 = 0$, $\Psi_3 = 0$. (Как в ① случае)

Воспользуемся свойством волновой функции.

Волновая функция должна быть непрерывна.
В т. $x = 0$

По аналогии найдём решение ур. ②

$$\frac{\partial^2 \Psi_2(x)}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \cdot \Psi_2(x) = 0$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_2(x)}{\partial x^2} + k^2 \Psi(x) = 0 \qquad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$\Psi_2(x) = a \sin kx + b \cos kx$$

А теперь вспомним условие, что $\Psi_2(x)$ дана без неприятностей

$x = 0$; $\Psi_1(0) = \Psi_2(0) = 0$

$$\Psi_2(0) = a \sin 0 + b \cos 0 = b; \Rightarrow b = 0$$

$$\Psi_2(x) = a \sin kx$$ Непрерывна в т. 0 и т. L

$x = L$; $\Psi_2(L) = \Psi_3(L) = 0$

$$\Psi(0) = a \sin kL = 0$$, отсюда видно, что

$$kL = n\pi$$

$$k = \frac{n\pi}{L}$$, n - целое число

n - главное квантовое число

$n = 1, 2 \ldots$

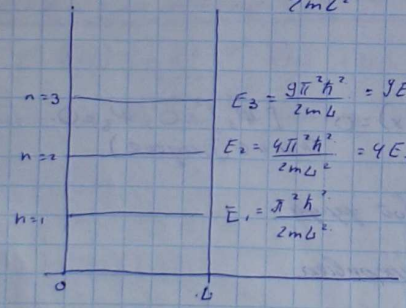
Учитывая, что $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

$$\frac{n\pi}{L} = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$\frac{n}{L} = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar\pi}$$

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \cdot n^2;$$

т.е. $E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$



Мы можем знать массу до нуля, это подтверждает пр. неопр. Гейзенберга

$$\Delta x \cdot \Delta p_x(E) \sim \hbar.$$

25. Решение уравнения Шредингера в потенциальной яме. Анализ волновой функции и вероятности нахождения частицы.

$\Psi_2(x) = a \sin \frac{n\pi}{L} x$, т.к. описывает функцией n.

$\Psi_n(x) = a_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right)$ — Ψ_2 ?

Нужно определить a_n. Воспользуемся св. волновой функцией, что она должна быть нормирована.

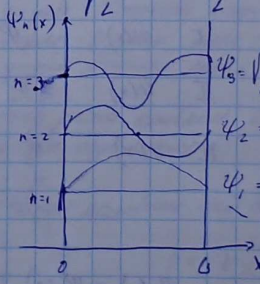
$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x)|^2 dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_n(x)|^2 dx = 1 \; ; \quad \int_0^L |\Psi_n(x)|^2 dx = 1.$$

$$\int_0^L a_n^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L} x\right) dx = \frac{a_n^2}{2} \int_0^L \left(1 - \cos 2\left(\frac{n\pi}{L} x\right)\right) dx = \frac{a_n^2}{2} \left(\int_0^L dx - \int_0^L \cos 2\left(\frac{n\pi}{L} x\right) dx \right) = 1 \; ; \quad \frac{a_n^2}{2} = \frac{1}{L} \Rightarrow a_n = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

(второй интеграл = 0)

Тогда $\Psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\pi \frac{x}{L} n\right)$.



$\Psi_3 = \sqrt{\frac{2}{L}} \left(\frac{3\pi x}{L}\right)$ В таких 0 и L нахождение частиц вероятность = 0.

$\Psi_2 = \sqrt{\frac{2}{L}} \left(\frac{2\pi x}{L}\right)$ Зачем это будет отличие получим

$\Psi_1 = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ своб. состоит $n=1$

как по синусоиде (получили).

1) Количество узлов волновой функции $x = n - 1$

2) Чем больше узлов волновой функции, тем больше энергия описываемого данной волновой функцией состояния

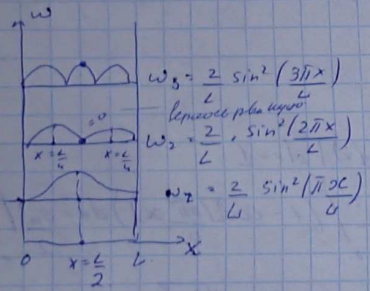
$\hat{K} = \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ – чем больше узлов, тем больше кривизна

Анализ

Вероятность нахождения частицы

$$w = |\psi|^2 \Rightarrow w_n = |\psi_n|^2$$

$$w_n = \frac{2}{L} \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$



18 10 12

26 Правила Бетеля квантово-механических задач



I $U(x)$ ψ_1

II $U(x)$ ψ_2

III $U(x)$ ψ_3

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[(E - U(x))\right]\psi = 0$$

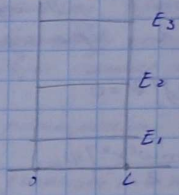
$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0$$

$$\left.\begin{array}{l}\psi_1(0) = \psi_2(0) \\ \psi_2(0) = \psi_3(0)\end{array}\right\} \psi = a\sin kx$$

$$k = \frac{n\pi}{L}$$

$K = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ - Волновое число

$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2} n^2$ Энергия частиц, попавших в потенциальную яму



$S = U \Rightarrow n = 1$

Правило

1. Записываем вид потенциала во всей области возможного нахождения частицы

2. Записываем уравнение Шредингера для волновых функций, перекрывающих возможное нахождение частиц во всех областях

3. Находим общее решение диффур. уравнений. (Используем свойства)

4. Используем свойства волновых функций.

а) ф-ция Ψ должна быть ограничена
б) ф-ция должна быть однозначна
в) ф-ция должна быть непрерывна (1-ая непр. производная)
г) ф-ция должна быть нормирована на 1

27 Анализ решения уравнения Шредингера для (частицы) квантово-механического осциллятора

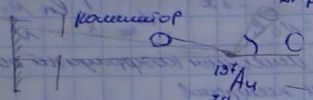
Частица с m совершает колебания под действием квазиупругой силы

$F = -kx$, k - коэф. квазиупругой силы

$U = \frac{kx^2}{2} = u(x)$

3 Опыт Резерфорда. Формула Резерфорда. Модель атома Резерфорда

В опытах Резерфорда использовался α-источник



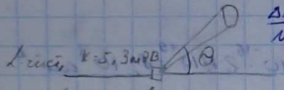
$^{214}_{84}Po$ (полоний), $k = 5,3$ МэВ

$\frac{\Delta N_p}{N_{пад}} = f(\theta)$

$d\delta = \frac{dN_1}{I}$ — число частиц прош. через dS / число частиц, ударяющихся в ед. времени в ед. площади

08.09.11

3. Опыты Резерфорда



теория Резерфорда – + большие отклонения, вплоть до полного отскока назад.

В опытах $\theta > 90°$

$30° < \theta < 90°$

$\frac{\Delta N_p}{N_{пад}} = \frac{1}{2000}$ - тонкий

$\frac{\Delta N_p}{N_{пад}} = N_я d\delta = n_я \left(\frac{q_1 q_2}{4K}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4\theta/2}$

Учитывая формулы для q_1 и q_2 с K и записывая под углом $d\Omega / \sin^4\theta/2$

В экспериментах Резерфорда

$q_1 = 2e$, Au: $q_2 = Ze$; $K = K_\alpha$

$d\Omega \Rightarrow \Delta\Omega$ Если привести эту формулу

$\frac{\Delta N_p}{N_{пад}} = n_я \left(\frac{2Ze^2}{4K}\right)^2 \frac{\Delta\Omega}{\sin^4\theta/2}$;

$\frac{\Delta N_p}{N_{пад}} \sin^4\theta/2 = \left(n_я \left(\frac{Ze^2}{2K}\right)^2 \Delta\Omega\right)$ - телесный угол, стягивающий площадь экрана

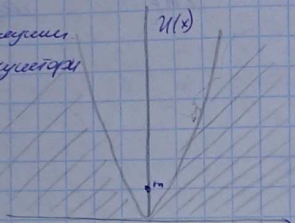
$= const$

$\boxed{\frac{\Delta N_p}{N_{пад}} \sin^4\theta/2 = const}$ Справедливо экспериментально

Собственные частоты колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad k = m\omega^2$$

$U(x) = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$ - Потенциал гарм. осциллятора



$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - U(x)\right]\psi = 0$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - \frac{m\omega^2 x^2}{2}\right]\psi = 0$$

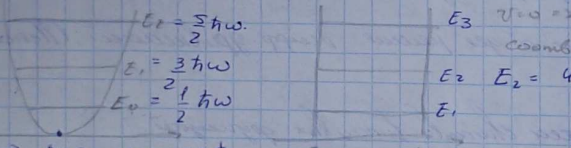
Получен соотв. функцию ψ

Чтобы получить волновую функцию ψ была однозначна, непрерывна, конечна и нормирована на 1 - энергия должна быть равной

$$E_v = \hbar\omega\left(v + 1/2\right)$$ - ?

v - колеб. квант. число

E_v может принять значения соотв. $v = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4 \ldots$



Неравенство $\longrightarrow$ $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$

E_v - колебательная энергия квантомеханического осциллятора

Выводы

1) $v = 0$, E_0 - энергия нулевых колебаний

2) $\Delta E_v = E(v+1) - E(v) = \hbar\omega$ = (независимой от v)

Уровни гармон. осцилятора эквидистантны (как и. одинаковы расстоян друг от друга.

3) Квантово-механика дает возможность определить вероятность перехода между $E(v+1)$ и $E(v)$

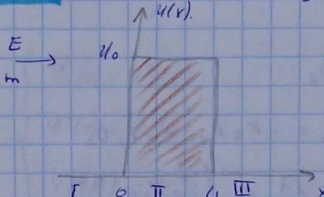
Для квантомеханического осциллятора переходы возможны только при $\Delta v = \pm 1$.

Условие, накладываемое на правила квантовых чисел при переходе системы из состояния 1 в состояние 2 наз. правилами отбора.

$\Delta v = \pm 1$ – правила отбора по квантовому числу v

Вероятность перехода между этими двумя состояниями определяется интегралом

28. Прохождение частицы через потенциальный барьер



Пусть кинетическая энергия E частицы до потенциального барьера.

$E > U_0$

I	$x \le 0$	$U(x) = 0$	ψ_1
II	$0 < x < L$	$U(x) = U_0$	ψ_2
III	$x \ge 0$	$U(x) = 0$	ψ_3

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(x)]\psi = 0$$

Запишем для каждой вспом. функции ур. Шредингера.

(I) $\psi_1'' + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi_1 = 0$ $\quad k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$

(II) $\psi_2'' + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U_0]\psi = 0$ $\quad k_2 = \sqrt{2m(E-U_0)/\hbar^2}$ $\quad k_1 = k_3$

(III) $\psi_3'' + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi_3 = 0$ $\quad k_3 = \sqrt{2mE/\hbar^2}$

$$\begin{cases} \psi_1'' + k_1^2 \psi_1 = 0 \\ \psi_2'' + k_2^2 \psi_2 = 0 \\ \psi_3'' + k_3^2 \psi_3 = 0 \end{cases}$$

$\psi_1 = A_1 e^{ik_1x} + B_1 e^{-ik_1x}$

$\psi_2 = A_2 e^{ik_2x} + B_2 e^{-ik_2x}$

$\psi_3 = A_3 e^{ik_1x} + B_3 e^{-ik_1x}$ / $B_3 = 0$)

Этот член описывает волну, распространяющуюся в положительном направлении оси x – прямая волна

e^{-ikx} – распространяющаяся волна ~~справа налево~~ слева направо

только последняя волна

$$\psi_3 = A_3 e^{ik_1x}$$

Введем коэффициент прозрачности барьера

$$D = \frac{\Pi_{прош}}{\Pi_{пад}}$$ (поток прошедших частиц / поток падающих частиц)

$$D = \frac{|\Psi_3|^2 v_3}{|\Psi_1|^2 v_1}$$

$\Psi_1^{пад} = A_1 e^{ik_1 x}$

v_1, v_3 – скорости потока.

$v_1 = v_3$

$$\boxed{D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}}$$

1) $\Psi_1(0) = \Psi_2(0)$ $\quad A_1 + B_1 = A_2 + B_2$

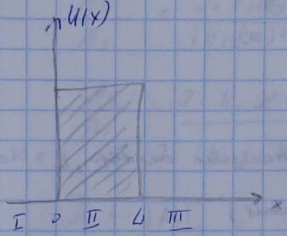
2) $\Psi_1'(0) = \Psi_2'(0)$ $\quad ik_1 A_1 - ik_1 B_1 = ik_2 A_2 - ik_2 B_2$

3) $x = L$ $\quad \Psi_2(L) = \Psi_3(L)$ $\quad A_2 e^{+ik_2 L} + B_2 e^{-ik_2 L} = A_3 e^{ik_1 L}$

4) $\quad \Psi_2'(L) = \Psi_3'(L)$, $\quad ik_2 A_2 e^{ik_2 L} - ik_2 B_2 e^{-ik_2 L} = ik_1 A_3 e^{ik_1 L}$

Ответ $\dfrac{|A_3|^2}{|A_1|^2}$

28. Прохождение света через потенциальный барьер ($E > U_0$)



I $U(x)$ $\quad \psi_1'' + k_1^2 \psi_1 = 0$

II $U(x)$ $\quad \psi_2'' + k_2^2 \psi_2 = 0$

III $U(x)$ $\quad \psi_3'' = k_1^2 \psi_3 = 0$

$$k_1 = k_3 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$$k_2 = \sqrt{\frac{2m(E-U_0)}{\hbar^2}}$$

$$\begin{cases} \psi_1(0) = \psi_2(0) \\ \psi_1'(0) = \psi_2'(0) \\ \psi_2(l) = \psi_3(l) \\ \psi_2'(l) = \psi_3'(l) \end{cases}$$

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}$$

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{4k_1k_2 e^{ik_1 l}}{(k_1+k_2)^2 e^{-ik_2 l} - (k_1-k_2)^2 e^{ik_2 l}}$$

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = \frac{(4k_1k_2)^2}{(4k_1k_2)^2 + (k_1^2-k_2^2)^2 \sin^2 k_2 l}$$ –

– коэффициент прозр. барьера

$$= \frac{1}{1 + \frac{(k_1^2-k_2^2)^2}{(4k_1k_2)^2}\sin^2 k_2 l}$$

Вычисления.

I. $D < 1$

$$D = \frac{1}{1 + \frac{U_0^2}{4E(E-U_0)}\sin^2 k_2 l} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}\frac{U_0}{E\left(1-\frac{E}{U_0}\right)}}$$

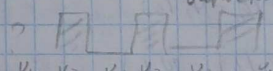
$$D = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}\frac{U_0}{E\left(\frac{E}{U_0} - 1\right)} \sin^2 k_2 L}$$

Частица массой m и энергией E имеет на пути барьер, $E > U_0$

$R = 1 - D$ (коэффициент отражения)

Частица – двигается классически-рассеяние волны

Если будет только один барьер



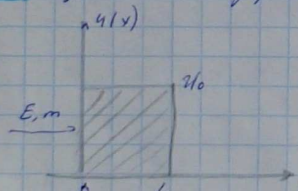
В интервале $(-\infty, 0)$ – I: $K_1 = E$, т.к. $U = 0$ $\quad = v_1$

В интервале $(0, L)$ II $\quad K_2 = E - U_0 \quad \to v_2$

В интервале $(L, +\infty)$ III $\quad K_3 = E = K_1 \quad \to v_1$

Волны рассеяны в двух разных средах (волны встретили границу раздела – часть волны отразилась, а часть прошла и теперь окружающая среда)

29. Туннельный эффект. ($E < U_0$)



Характер только в интервале

$E = K + U$

$E < U_0$. $\quad K_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} = K_3$

$K_2 = \sqrt{\frac{2m(E - U_0)}{\hbar^2}} = i\varkappa$;

$\varkappa = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}$

$\psi_2'' - \varkappa^2 \psi_2 = 0$

$$\psi_2 = A_2 e^{\varkappa x} + B_2 e^{-\varkappa x} \qquad b =$$

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{2 i k_1 \varkappa e^{-ik_1 L} \cdot 2}{(k_1 + i\varkappa)^2 e^{\varkappa L} - (k_1 - i\varkappa)^2 e^{-\varkappa L}}$$

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{2 i k_1 \varkappa e^{-k_1 L i} \cdot 2}{(k_1 + i\varkappa)^2 e^{\varkappa L} - (k_1 - i\varkappa) e^{-\varkappa L}}$$

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{k_1^2 + \varkappa^2}{2 k_1 \varkappa}\right)^2 \operatorname{sh}^2 \varkappa L}$$

$D < 1$; $D \neq 0$ (Коэфф. прозрачности не равен нулю)

Исходя, используя рисунок ($0 \div L$) подчитаем пример неопр. Гейзенберга $\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$; $\Delta x \approx L$, $\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{L}$

I случай $E > U_0$

$$\frac{|A_3|}{A_1} = \frac{4 k_1 k_2 e^{-ik_2 L}}{(k_1 + k_2)^2 e^{-ik_2 L} - (k_1 - k_2) e^{ik_2 L}}$$

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{(k_2^2 - k_1^2)^2}{4 k_1^2 k_2^2}\right) \sin^2 k_2 L}$$

II случай

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{4 i \varkappa k_1 e^{-ik_1 L}}{(k_1 + i\varkappa)^2 e^{\varkappa L} - (k_1 - i\varkappa)^2 e^{-\varkappa L}}$$

$$D = \frac{1}{1 + \left(\frac{k_1^2 + \varkappa^2}{2 k_1 \varkappa}\right) \operatorname{sh}^2 \varkappa L}$$

Коэффициент прозрачности барьера для случая $E << U_0$

$$D = \frac{1}{1 + \left(\frac{k_1^2 + \varkappa^2}{2 k_1 \varkappa}\right)^2 \operatorname{sh}^2 \varkappa L}$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \; ; \; \varkappa = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}$$

$$D = \frac{1}{1 + \left(\frac{2mE}{\hbar^2} + \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}\right)^2 \Big/ 4\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}} = \varkappa$$

$$\operatorname{sh}^2 \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}} L$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{U_0^2}{4E(U_0 - E)} \operatorname{sh}^2 \varkappa L} \qquad L\varkappa >> 1$$

$$\operatorname{sh} \varkappa L = \frac{e^{\varkappa L} - e^{-\varkappa L}}{2} =$$

$$\approx \frac{e^{\varkappa L}}{2}$$

Выполнено $\varkappa L >> 1$

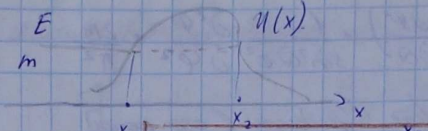
$$D = \frac{1}{\frac{U_0^2}{4E(U_0 - E)} \left(\frac{e^{\varkappa L}}{2}\right)^2} = \frac{16E(U_0 - E)}{U_0^2} e^{-2\varkappa L}$$

$$D = \frac{16E}{U_0}\left(1 - \frac{E}{U_0}\right) e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}L}$$

$$D = D_0 e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}L}$$

$$E = \left(\frac{1}{10} : \frac{1}{20}\right) U_0 \; ; \; D_0 \approx 1 \; ;$$

$$D = e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}L}$$



Барьер имеет ширину не такой прямоугольной

Тогда $D = \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m(U(x)-E)}\,dx\right)$ Я-7

27.10.11

IV Структуры атомов на основе квантовой механики

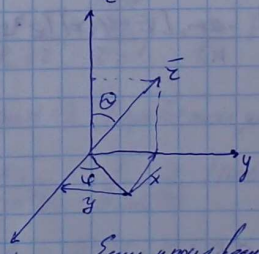
31 Уравнения Шредингера в сферических координатах

Одномерное уравнение Шредингера $\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E-U(x)]\Psi(x) = 0$

Трехмерное уравнение Шредингера $\nabla^2\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}[E-U(\vec{r})]\Psi(\vec{r}) = 0$

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

Нужно перейти к сферическим координатам



от $x, y, z \to$ к r, Θ, φ

$\Psi(x,y,z) \to \Psi(r,\Theta,\varphi)$

$x = \sin\Theta\cos\varphi \cdot r$

$y = r\sin\Theta\sin\varphi \Rightarrow r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

$z = r\cos\Theta$ $\quad \Theta = \arccos\frac{z}{r}$ $\quad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}$

Если произвести такое преобразование, то получим

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\Theta}\frac{\partial}{\partial\Theta}\left(\sin\Theta\frac{\partial}{\partial\Theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\Theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{\sin^2\theta\, r^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2}+\frac{2m}{\hbar^2}$$

$$[E-U(r)]\Psi(r,\theta,\varphi) \quad (*)$$ Уравнение Шредингера в сферических координатах

Решив это уравнение получим $\Psi(r,\theta,\varphi)$ при определенном потенциале.

32. Анализ решения уравнения Шредингера в сферических координатах для ситуации, изображенной в данной задаче

$U(r)=U(r)$

Будем искать волновую функцию в виде

$$\Psi(r,\theta,\varphi)=R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi)$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial r}=\Theta\Phi\frac{\partial R}{\partial r}\quad;\quad\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}=\Phi R\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\quad;\quad\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}=R\Theta\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}$$

$$\frac{\Theta\Phi}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right)+\frac{\Phi R}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right)+\frac{2m}{\hbar^2}[E-U(r)]R\Theta\Phi$$

$$+\frac{1}{\Phi}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}\cdot\frac{R\Theta}{r^2\sin^2\theta}=0\ \Big|\times\frac{r^2\sin^2\theta}{R\Theta\Phi}$$

$$\frac{\sin^2\theta}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right)+\frac{\sin\theta}{\Theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right)+\frac{2m}{\hbar^2}[E-U(r)]r^2\sin^2\theta=$$

$$=-\frac{1}{\Phi}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}=\text{const}=m_e^2$$

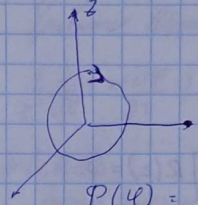
Обозначим

$$-\frac{1}{\Phi}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}=m_e^2\quad;\quad\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}+m_e^2\Phi=0$$

$$\Phi=Ae^{im_e\varphi}+Be^{-im_e\varphi}$$

Спины уравнения функции эти данные описывают одно

движение (рассеяние волны в одну и другую сторону)



$$\Phi = A e^{i m_e \varphi}$$

$$\Phi(\varphi) = \Phi(\varphi + 2\pi)$$

$$A e^{i m_e \varphi} = A e^{i m_e (\varphi + 2\pi)}$$

$$e^{i m_e 2\pi} = 1$$

$$m_e = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

Общее решение дифференциального уравнения

$$\boxed{\Phi = A e^{i m_e \varphi}, \quad m_e = 0, \pm 1, \pm 2}$$

$$\frac{\sin^2\theta}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right) + \frac{\sin\theta}{\Theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right) + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(r)]r^2\sin^2\theta = m_e^2 \Big/ \frac{1}{\sin^2\theta}$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right) + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(r)]r^2 = \frac{m_e^2}{\sin^2\theta} - \frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right) =$$

$= const = \lambda$ (кривизна этого уравнения зависит только от θ)

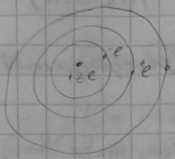
$$\frac{m_e^2}{\sin^2\theta} - \frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right) - \lambda = 0$$

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right) + \left(\lambda - \frac{m_e^2}{\sin^2\theta}\right)\Theta = 0$$

Если $\Theta(\theta)$ будет конечно и однозначно, то $\lambda = l(l+1)$, $l = 0, 1, 2, 3$

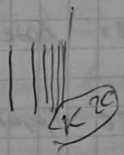
$$\Theta(\theta) = (\sin\theta)^{|m_e|}\sum_{i=0}^{l-|m_e|} a_i (\cos\theta)^i$$

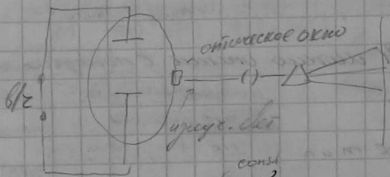
В формуле Резерфорда предполагается рассеяние происходит на тяж. расс. центре

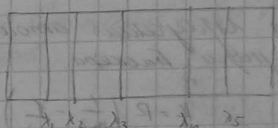


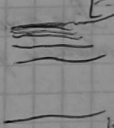
Вращающийся электрон излучает непрерывно энергию в виде эл.-магн. излучения (квантов света), но он не излучает, а ускоряется

4. Спектральные серии излучения водорода (экспериментально найдены Бальмером и др. 1885г)









? $\lambda = B \frac{n^2}{n^2-4}$, $n = 3, 4, 5, \ldots$ — const

$B = 36,46 \cdot 10^{-8}$ см - const в инфракрасной области

Волновое число Ридберга $k = \frac{1}{\lambda}$

$k_б = \frac{1}{B} \frac{n^2-4}{n^2} = \frac{4}{B}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ $n = 3, 4, 5 \ldots$

$\frac{4}{B} = R$ - постоянная Ридберга

$R = 1,1 \cdot 10^5$ см$^{-1}$ - Только для водорода - ?

$k_{б\,тех.}$

Серия Бальмера $k_б = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 3, 4, 5$ — 1 линия, 2 линия, 3 линия.

$k_{б(min)}$ — спектроскопия — волновое число

$k_{б\,min} \to n = 3$ $k_б = 1,1 \cdot 10^5 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = \frac{5}{36} R$

$k_{б\,max} \to n \to \infty$ $k_б = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{4} R$ — Граница серии Бальмера

Что происходит при $n \to \infty$?

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right)+\frac{2m}{\hbar^2}[E-U(r)]r^2=l(l+1) \quad |\times R.$$

Зависит только от r

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right)+\frac{2m}{\hbar^2}[E-U(r)]r^2=l(l+1)$$

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\cdot\frac{dR}{dr}\right)+\frac{2mr^2}{\hbar^2}\left[E-U(r)-\frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]R(r)=0$$

$$\Psi(r,\varphi,\theta)=R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi)$$

$$R(r)(\sin\theta)^{|m_e|}\sum_{i=0}^{e-|m_e|}a_i(\cos\theta)^i A e^{im_e\varphi}$$

33 Оператор момента импульса (орбитальной механики)

Классика $\vec{L}=[\vec{r}\vec{p}]$

$$\vec{L}=[\vec{r}\hat{\vec{p}}]$$

$$\hat{\vec{p}}=\frac{\hbar}{i}\left(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$$\hat{L}=\frac{\hbar}{i}\begin{vmatrix} i & k & e \\ x & y & z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\end{vmatrix}$$

Тогда

$$\hat{L}_x=\frac{\hbar}{i}\left(y\frac{\partial}{\partial z}-z\frac{\partial}{\partial y}\right)$$

$$\hat{L}_y=\frac{\hbar}{i}\left(z\frac{\partial}{\partial x}-x\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$$\hat{L}_z=\frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y}-y\frac{\partial}{\partial x}\right).$$

1. 11.11

Уравнение Шредингера в сферических координатах

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2}+\frac{2m}{\hbar^2}[E-U(r)]$$

$\Psi(r,\theta,\varphi)$

Решим это уравнение разделением переменных

$$\Psi(r,\theta,\varphi)=R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi),\ \frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}+m_e^2\Phi=0,\ \Phi=Ae^{im_e\varphi},\ m_e=0,\pm1,\pm2,\pm3$$

$$\frac{m_e^2}{\sin^2\theta}\Theta-\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right)=l(l+1)\Theta$$

$l=0,1,2,3$ - некое число

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right)+\frac{2m}{\hbar^2}\left[E-U(r)-\frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]R=0$$

33. Оператор момента импульса (орбитального момента)

$\vec{L}=[\vec{r}\vec{p}]$ $\quad\hat{\vec{L}}=(\hat{\vec{r}}\hat{\vec{p}})$ - оператор

Проекции наблюдаемой момента импульса.

$\hat{L}_x,\hat{L}_y,\hat{L}_z$ - в декартовых координатах

$$\hat{L}_x=\frac{\hbar}{i}\left(-\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}+\cot\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)$$

$$\hat{L}_y=\frac{\hbar}{i}\left(\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}+\cot\theta\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)$$

$$\hat{L}_z=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

Одновременное определенное значение всех трех проекций мом. хотя бы двух квант.-мех. систем не существуют

Если операторы не коммутируют между собой, то одновременное определение соотв. величин не существует.

Оператор квадрата момента импульса (орбит.)

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2$$

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_x\hat{L}_x + \hat{L}_y\hat{L}_y + \hat{L}_z\hat{L}_z$$

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]$$ - оператор квадрата момента импульса

$$\hat{L}_z = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}$$ Можно, что $\hat{L}^2$ и $\hat{L}_z$ коммутируют.

Подействуем оператор $\hat{L}^2$ на функцию $\Psi(r,\theta,\varphi)$.

34. Определение собственных значений операторов $\hat{L}^2$ и $\hat{L}_z$

$$\hat{L}^2\Psi(r,\theta,\varphi) = \hat{L}^2(R,\Theta,\Phi) = -\hbar^2\left[\frac{R\Phi}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right) + \frac{R\Theta}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}\right] = -\hbar^2\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right) - \frac{m^2}{\sin^2\theta}\Theta\right]R\Phi$$

$$\left(-m^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}\right)$$

$$\hat{L}^2\Psi(r,\theta,\varphi) = \ell(\ell+1)\hbar^2 R\Theta\Phi$$

В соответствии с видом оператора вида функции уравнение на оператор даёт волновую функцию

Значит:

$$L^2 = \ell(\ell+1)\hbar^2, \text{ где } \ell \text{ - орбитальное квантовое число.}$$

$$\ell = 0, 1, 2, 3$$

$|L| = \sqrt{\ell(\ell+1)}\,\hbar$ - длина вектора L

В квантовой механике $\hat{L}^2 \neq \hat{L}^2(r) = \hat{L}^2(\theta,\varphi)$ - зависит только от углов

Что такое m_ℓ?

Определение собственных значений проекции орбитального момента

1.11.11

Уравнение Шредингера в сферических координатах

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2}+\frac{2m}{\hbar^2}[E-U(r)]$$

$\Psi(r,\theta,\varphi)$.

Решение это уравнение разделением переменных

$$\Psi(r,\theta,\varphi)=R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi),\ \frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}+m_e^2\Phi,\ \Phi=Ae^{im_e\varphi},\ m_e=0,\pm1,\pm2,\pm3$$

$$\frac{m_e^2}{\sin^2\theta}\Theta-\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right)=l(l+1)\Theta$$

$l=0,1,2,3$ ... некое число.

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right)+\frac{2mr^2}{\hbar^2}\left[E-U(r)-\frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]R=0$$

33. Оператор момента импульса (орбитального момента)

$\vec{L}=[\vec{r}\vec{p}]$ $\quad\hat{\vec{L}}=(\hat{\vec{r}}\hat{\vec{p}})$ - оператор

Полезность заключается в моменте пары.

$\hat{L}_x,\hat{L}_y,\hat{L}_z$ - в декартовых координатах

$$\hat{L}_x=\frac{\hbar}{i}\left(-\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}+\cot\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)$$

$$\hat{L}_y=\frac{\hbar}{i}\left(\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}+\cot\theta\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)$$

$$\hat{L}_z=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

Одновременное определенное значение всех трех проекций мом. хотя бы двух квантово-мех. систем не существуют

Если операторы не коммутируют между собой, то одновременные определенные знач. величин не существуют.

Орбитальное квантовое число задаёт форму орбитали.

35. Оператор кинетической энергии в сферических координатах

$$\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$$

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{\hbar^2}{2mr^2}\left[\frac{1}{\sin\Theta}\frac{\partial}{\partial\Theta}\left(\sin\frac{\partial}{\partial\Theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\Theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\right\}$$

$$\hat{K}\Psi(r,\Theta,\varphi) + U(r)\Psi = E\Psi$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{L^2}{2mr^2}\right]\Psi(r,\Theta,\varphi) + \underset{\hat{U}}{U(r)}\Psi = \underset{\hat{E}}{E\Psi}$$

$\hat{K}$

$$\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2}$$ - оператор кин. энергии орбитального движ.

$\hat{K}$ оператор радиального движения.

$\hat{K}_p = -\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)$ - оператор кинетической энергии радиального движения

$\hat{K}_o = \frac{\hat{L}^2}{2mr^2}$ - оператор кинетической энергии орбитального движения

36. Решение ур. Шредингера в сферических координатах для электрона, находящегося в кулоновском поле ядра (для водород подобн.)

$$U(r) = -\frac{ze^2}{r}$$ при $l=0$, $n=1$.

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right) + \cancel{\frac{\partial R}{\partial r}} \frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(E + \frac{ze^2}{r}\right)R = 0$$

Подействуем $\hat{L}_z$ на $\Psi(r,\theta,\varphi)$.

$$\hat{L}_z \Psi(r,\theta,\varphi) = \hat{L}_z (R\Theta\Phi) = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}(R\Theta A e^{im_e\varphi}) =$$

$$= \frac{\hbar}{i} \cdot im_e R\Theta A \cdot e^{im_e\varphi} = = m_e\hbar (R\Theta\Phi) = m_e\hbar\,\Psi(r,\theta,\varphi)$$

тогда $\hat{L}_z = m_e\hbar$.

Ось z всегда берется для расчёта удобно

Вектор напряжённости - это напряжение градиентной неоднородности

$$\boxed{\hat{L}_z = m_e\hbar}$$

проекция L на вектор ось

Это напряжение вектора магнитного поля.

Поэтому m_e - магнитное (магнитное) квантовое число

$$m_e = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$L^2 = l(l+1)\hbar^2, \quad l = 0, 1, 2, 3 \quad \Big| \quad L_z^2 = L^2$$

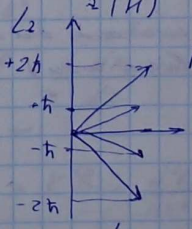
$$L_z = m_e\hbar, \quad m_e = 0, \pm 1, \pm 2$$

$$m_e^2\hbar^2 \leq l(l+1)\hbar^2$$

$$m_e^2 = l(l+1)$$

$$m_e = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots \pm l$$

Магнитное квантовое число имеет целые значения от 0 до l.



$|L| = \sqrt{6}\hbar$

$l = 2 \quad |L| = \sqrt{l(l+1)}\hbar =$

$= \sqrt{6}\hbar$

$m_e = 0, \pm 1, \pm 2$

$L_z = \pm\hbar, \pm 2\hbar, 0$

Это квантовые магнитные (пространственные)

Прежде на это время время орбитальное значение $\hbar$ у Бора.

В конце сегодня $\sqrt{6}\hbar$.

Орбитальное квантовое число задаёт длину вектора.

35. Оператор кинетической энергии в сферических координатах

$$\hat{K} = \frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2$$

$$\left\{ \frac{-\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{\hbar^2}{2mr^2}\left[\frac{1}{\sin\Theta}\frac{\partial}{\partial\Theta}\left(\sin\frac{\partial}{\partial\Theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\Theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\right\}$$

$$\hat{K}\Psi(r,\Theta,\varphi) + \hat{U}(r)\Psi = E\Psi$$

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2}\right]\Psi(r,\Theta,\varphi) + \hat{U}(r)\Psi = \hat{E}\Psi$$

$\hat{K}$

$$\hat{K} = \frac{-\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2}$$ — оператор кин. энергии орбитального движения

оператор радиального движения $\hat{K}$

$$\begin{cases} \hat{K}_p = \frac{-\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) \text{ — оператор кинетической энергии радиального движения} \\ \hat{K}_o = \frac{\hat{L}^2}{2mr^2} \text{ — оператор кинетической энергии орбитального движения} \end{cases}$$

36. Решение ур. Шредингера в сферических координатах для электрона, находящегося в кулоновском поле ядра (для водородоподобных)

$$U(r) = -\frac{ze^2}{r} \quad \text{при } l=0$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(E + \frac{ze^2}{r}\right)R = 0$$

$n=1$

Подействуем $\hat{L}_z$ на $\Psi(r,\theta,\varphi)$

$$\hat{L}_z \Psi(r,\theta,\varphi) = \hat{L}_z (R\Theta\Phi) = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}(R\Theta A e^{im_e\varphi}) =$$

$$= \frac{\hbar}{i} \cdot im_e R\Theta A \cdot e^{im_e\varphi} = = m_e\hbar (R\Theta\Phi) = m_e\hbar\, \Psi(r,\theta,\varphi)$$

тогда $\hat{L}_z = m_e\hbar$.

Ось z всегда берется для расчёта удобно

Вибрация квантования - это квантование проекции квантовой координаты

$$\boxed{\hat{L}_z = m_e\hbar}$$ проекция L на вибрацию ось

Это квантование вектора магнитного поля.

Поэтому m_e - магнитное (магнитное) квантовое число

$$m_e = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$L^2 = l(l+1)\hbar^2,\ l = 0, 1, 2, 3 \quad \Big| \quad L_z^2 = L^2$$

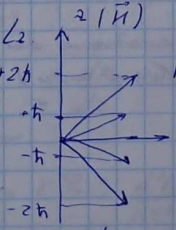
$$L_z = m_e\hbar,\quad m_e = 0, \pm 1, \pm 2$$

$$m_e^2\hbar^2 \le l(l+1)\hbar^2$$

$$m_e^2 = l(l+1)$$

$$m_e = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots \pm l$$

Квантовое магнитное число имеет целые значения от 0 до l.



$|L| = \sqrt{6}\hbar$ $\quad l = 2$ $\quad |L| = \sqrt{l(l+1)}\hbar =$

$= \sqrt{6}\hbar$

$m_e = 0, \pm 1, \pm 2$

$L_z = \pm\hbar, \pm 2\hbar, 0$

Это квантование магнитного (пространственного)

Похоже на это правило принцип целочисленности n у Бора.

В нашем случае $\sqrt{6}\hbar$.

Орбитальное квантовое число задаёт форму.

35. Оператор кинетической энергии в сферических координатах

$$\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$$

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{\hbar^2}{2mr^2}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\right\}$$

$$\hat{K}\Psi(r,\theta,\varphi) + U(r)\Psi = E\Psi$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2}\right]\Psi(r,\theta,\varphi) + \underset{\hat{U}}{U(r)}\Psi = \underset{\hat{E}}{E\Psi}$$

$\hat{K}$

$$\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\hat{L}^2}{2mr^2}$$ - оператор кин. энергии орбитального движения

" $\hat{K}$

оператор радиального движения

$$\begin{cases} \hat{K}_p = -\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) \text{ - оператор кинетической энергии радиального движения} \\ \hat{K}_o = \frac{\hat{L}^2}{2mr^2} \text{ - оператор кинетической энергии орбитального движения} \end{cases}$$

36. Решение ур. Шредингера в сферических координатах для электрона, находящегося в кулоновском поле ядра (для водорода или H^+)

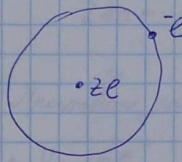
$$U(r) = -\frac{ze^2}{r} \quad \text{при } l=0$$

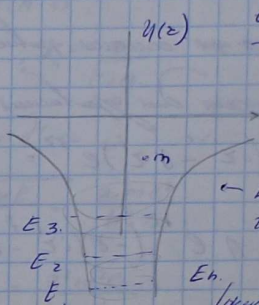
$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(E + \frac{ze^2}{r}\right)R = 0$$

$n=1$.

36. Решение уравнения Шредингера для водородоподобных атомов

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right) + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - U(r) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]R = 0$$





$l = 0, 1, 2, 3$ - орбитальное квантовое число

← комплексный гармонический осциллятор

$U(r) = -\frac{Ze^2}{r}$

$E_n = -\frac{me}{2}\frac{Z^2e^4}{\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}$ (оси энергии с E_n)

далее вид функции R_n

Рассмотрим случай, когда $l = 0$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E + \frac{Ze^2}{r}\right]R = 0$$

$r_1 = 0{,}53\cdot10^{-8}$ см - первый боровский радиус

$$\frac{2}{r}\frac{dR}{dr} + \frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2mZe^2}{\hbar^2 r}R = -\frac{2mE}{\hbar^2}R$$

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{me^2}\ ;\quad \gamma = \sqrt{-\frac{2mE}{\hbar^2}}\ ;\quad \gamma^2 = -\frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR}{dr} + \frac{2Z}{r r_1}R = \gamma^2 R$$

при $r \to \infty$

$$\frac{d^2R}{dr^2} = \gamma^2 R\ ;\quad \frac{d^2R}{dr^2} - \gamma^2 R = 0$$

Решение:

$$R_\infty = Ae^{\alpha t} + Be^{-\alpha t}\ \Big\{\ -\alpha^2 B = 0\ \Big\}\ R_\infty = Ae^{-\gamma t}$$

Далее определяется нижеследующая часть волновой функции.

1908 г. Лаймен обнаружил свою серию

$$k_л = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right);\ n = 4, 5, 6 \quad (\text{ИК-обл.})$$

1906 г. Майкельсон обнаружил серию, лежащую в ультрафиолетовой обл.

$$k_м = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right),\ n = 2, 3, 4 \quad (\text{УФ обл.})$$

$$\lambda = \frac{4}{3} R_n = 121{,}56\ \text{нм} - \text{Линия водорода.}$$

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = T(m) - T(n) = \frac{R_n}{1} - \frac{R_n}{n^2} = R_n\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

1922 Брэкэт 1922 $k_{бр} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right),\ n = 5, 6, 7.$

1926 Пфунд $k_п = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right),\ n = 5, 6, 7, 8 \ldots$

Все серии излучения атома H можно описать с помощью обычной формулы Бальмера

$$k = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \text{ где } m \text{ и } n$$

5. Комбинационный принцип Ритца

В любой серии есть постоянный множитель - терм.

Ритц переписал обобщённую ф-лу Бальмера в виде "правила термов"

$$k = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{R}{m^2} - \frac{R}{n^2} \quad \frac{R}{m^2} = T(m)$$

$$k = T(m) - T(n). \qquad m < n \Rightarrow T_m > T_n$$

Комбинационный принцип

Если известны волновые числа двух спектральных линий одной и той же серии k_1 и k_2, то их разность $k = k_2 - k_1$ тоже будут волновым числом некоторой спектральной

z - комплекс

$$R_n = \sum_{i}^{n-1} C_i z^i A e^{-\gamma z}$$

Число узлов кар-ых сплайна равно $(n-1)$

Определим коэффициенты для уравнения

$$\frac{\partial R_n}{\partial z} = \sum_{i=0}^{n-1} C_i A \left(i z^{i-1} - \gamma z^i\right) e^{-\gamma z} =$$

$$\frac{d^2 R_n}{dz^2} = \sum_{i=0}^{n-1} C_i A e^{-\gamma z}\left(-\gamma\left(i z^{i-1} - \gamma z^i\right) + i(i-1) z^{i-2} - \gamma i z^{i-1}\right)$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} C_i A e^{-\gamma z}\left[i^2 z^{i-1} + \gamma^2 z^i - 2\gamma i z^{i-1} + i(i-1) z^{i-2}\right]$$

Уравнение Шредингера

$$\sum_{i=0}^{n-1} C_i A e^{-\gamma z}\left[i(i-1) z^{i-2} - 2i\gamma z^{i-1} + \gamma^2 z^i + 2i z^{i-2} - 2\gamma z^{i-1} + \gamma^2 z^i\right]$$

$$+ \frac{2z}{z_1} z^{i-1} - \gamma^2 z^i\Big] = 0$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} C_i A e^{-\gamma z}\left[z^{i-2}\left(i^2 - i + 2i\right) + z^{i-1}\left(\frac{2z}{z_1} - 2i\gamma - 2\gamma\right)\right] = 0$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} C_i A e^{-\gamma z}\left[z^{i-2}\left(i(i+1)\right) - z^{i-1}\left(\frac{2z}{z_1} - (1+2i)2\gamma\right)\right]$$

$$C_{i+1}\left[(i+1)(i+2)\right] z^{i-1} - C_i\left[2\gamma(i+1) - \frac{2z}{z_1}\right] z^{i-1} = 0$$

$$C_{i+1}\left((i+1)(i+2)\right) - C_i\left(2\gamma(i+1) - \frac{2z}{z_1}\right) = 0$$

$$C_{i+1} = \frac{C_i\left(2\gamma(i+1) - \frac{2z}{z_1}\right)}{(i+1)(i+2)}$$

$c_{n-1} \neq 0$

$c_n = 0$

$$c_n = c_{n-1} \frac{2\gamma(n-1+1) - \frac{2z}{\tau_1}}{n(n-1)}$$

$$2\gamma n - \frac{2z}{\tau_1} = 0, \quad \gamma_n = \frac{z}{\tau_1 n}$$

Приравняем значения гамма γ

$$\gamma = \sqrt{-\frac{2mE}{\hbar^2}} \qquad \sqrt{-\frac{2mE}{\hbar^2}} = \frac{z \cdot me^2}{\hbar^2 \cdot n}$$

$$\tau_1 = \frac{\hbar^2}{me^2}$$

$$-\frac{2mE}{\hbar^2} = \frac{z^2 m^2 e^4}{\hbar^4 \cdot n^2}$$

$$E = -\frac{z^2 m^2 e^4 \cdot \hbar^2}{\hbar^4 \cdot n^2 \cdot 2m} \cdot \cancel{2\pi\hbar} = \frac{z^2 \cdot me^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$\boxed{E_n = -\frac{m}{2} \frac{z^2 e^4}{\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}}$$

Получен тот же самый ответ, что и у Бора.

Энергия на n-том уровне.

Квантовая энергия электрона в водородоподобном атоме.

37. Найти волновую функцию и вероятность для водородоподобного атома

$$R_n = \sum_{i=0}^{n-1} c_i \rho^i e^{-\gamma_n \rho}$$

Волновая функция в состоянии $n = 1$.

$$R_1 = \sum_{i=0}^{0} c_i \rho^i e^{-\frac{\gamma_n}{2}\rho} = c_0 e^{-\frac{\gamma}{2}\rho}, \quad \gamma = \frac{z}{\tau_1 n}; \text{ тогда } \gamma_1 = \frac{z}{\tau_1}$$

$$R_1 = c_0 e^{-\frac{z}{2\tau_1}\rho}$$

$n = 2$

$$R_2 = \sum_{i=0}^{1} c_i \rho^i e^{-\gamma_n \rho} = \left(c_1 \cdot \rho \cdot e^{-\frac{z}{2\tau_1}\rho} + c_0 e^{-\frac{z}{2\tau_1}\rho}\right), \text{ т.к. } \gamma_2 = \frac{z}{2\tau_1}$$

$$R_2 = C_0 e^{-\frac{z}{2\tau_1}} + C_1 z e^{-\frac{z}{2\tau_1}} = e^{-\frac{z}{2\tau_1}} \left(C_0 + C_1 z \right)$$

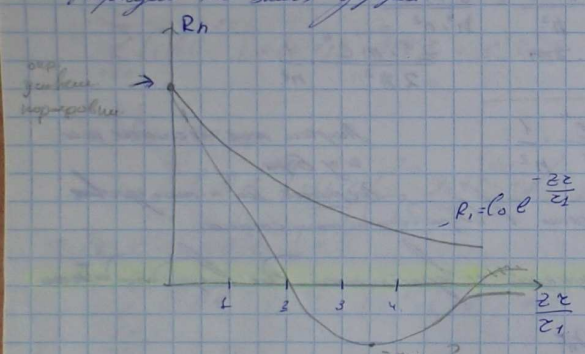
C_0 - определяется жёсткими (из условий нормировки).

C_1 - решение системы

$$C_1 = \frac{C_0 2\tau_2 - \frac{z z}{\tau_1}}{z} = C_0 \left(\frac{z}{2\tau_2} - \frac{z}{\tau_1} \right) = \frac{C_0 z}{2\tau_1}$$

$$R_2 = e^{-\frac{z}{2\tau_1}} z \left(C_0 \left(1 + \frac{z z}{2\tau_1} \right) \right)$$

Нарисуем вид этих функций



Вероятность нахождения электрона в данном ядре

$$W_n = \int_0^{\infty} |R_n|^2 \cdot dV = 1$$ Вероятность нахождения электрона n-ном ядре должна равна 1

где $dV = 4\pi z^2 dz$

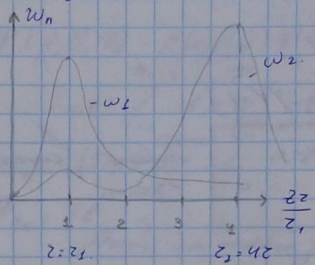
$$W_n = \int_0^{\infty} |R_n|^2 \cdot 4\pi z^2 dz = 4\pi \int_0^{\infty} |R_n z|^2 dz = 1$$

{ Условие - полнота функции $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$ }

Тогда $w_n = |R_n z|^2$ - плотность вероятности нахождения

Электрон в данной точке z

Тогда $w_1 = |R_1 z|^2 = C_0^2 e^{-\frac{2z}{z_1}} z^2$



$w_2 = |R_2 z|^2 = C_0^2 e^{-\frac{z}{z_1}} z^2 \left(1 - \frac{z}{2z_1}\right)^2$

имеет два максимума (по теории уравнение 2-го порядка имеет две экстремали)

08.11.2011.

38 Анализ решения ур. Шредингера для H_n атомов при $\ell = 0$

(по аналогии с $\ell = 0$)

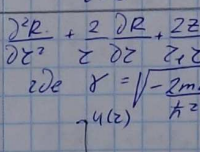
$$\frac{1}{z^2}\frac{\partial}{\partial z}\left(z^2 \frac{\partial R}{\partial z}\right) + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - U(z) - \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mz^2}\right]R = 0$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} + \frac{2}{z}\frac{\partial R}{\partial z} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - \left\{U(z) + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mz^2}\right\}\right]R = 0$$

$\ell = 0$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} + \frac{2}{z}\frac{\partial R}{\partial z} + \frac{2z}{z_1 z}R = \gamma^2 R$$

где $\gamma = \sqrt{-\frac{2mE}{\hbar^2}}$



$$R = \sum_{i=0}^{n-1} C_i z^i e^{-\gamma z}$$

$$C_{i+1} = C_i \frac{2\gamma(i+1) - \frac{2z}{z_1}}{(i+1)(i+2)}$$

$$\gamma_n = \frac{z}{n z_1}$$

$$E_n = -\frac{m}{2\hbar^2}\frac{z^2 e^4}{n^2}$$

n - главное кв. число - дискретно

$\ell > 0$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} + \frac{2}{z}\frac{\partial R}{\partial z} + \frac{2z}{z_1 z}R - \frac{\ell(\ell+1)}{z^2}R = \gamma^2 R$$

$n_z = n - 1 - (\ell+1)$

$$R_{n\ell} = \sum_{i=0}^{n_z} b_i z^{i+\ell} e^{-\gamma z} \rightarrow R_n = R_{n,\ell}$$

$$b_{i+1} = b_i \frac{2\gamma(i+\ell+1) - \frac{2z}{z_1}}{(i+\ell+1)(i+\ell+2) - \ell(\ell+1)}$$

$b_{n_z} \neq 0$; $(A_{n_z} + 1) = 0$ тогда - знаки = 0.

$$b_{n_z+1} = b_{n_z} \frac{2\gamma(n_z+\ell+1) - \frac{2z}{z_1}}{(n_z+1+\ell)(n_z+2+\ell) - \ell(\ell+1)}$$

$$2\gamma(n_z + \ell + 1) - \frac{2z}{z_1} = 0$$

$$\gamma = \frac{2z}{z_1(n_z + \ell + 1)}.$$

$n = n_r + l + 1$

n - главное кв. число $n = 1, 2, 3 \dots$

l - орбитальное кв. число $l = 0, 1, 2 \dots$

n_r - рад. кв. число $n_r = 0, 1, 2 \dots$

1) Предел суммирования $n_r = n - (l+1)$

$$R_{n,l} = \sum_{i=0}^{n_r = n-(l+1)} b_i r^{i+l} e^{-\varkappa r}$$

Целое число $l > 0$.

$n - (l_{max} + 1) = 0$

$l_{max} = n - 1$

Если $r \to 0$

$$\frac{\partial R}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial R}{\partial r} - \frac{l(l+1)}{r^2} R = 0$$

эффективный

$R_0 = r^{\varkappa}$ - такая функция, чтобы сумма $\left\{ U(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} \right\}$ на ∞ не ко себе тянула - чтобы не $\to 0$ р. в ∞.

Дифф.

$$\varkappa(\varkappa-1) r^{\varkappa-2} + \frac{2}{r} \varkappa r^{\varkappa-1} = \frac{l+1}{r^2} r^{\varkappa}$$

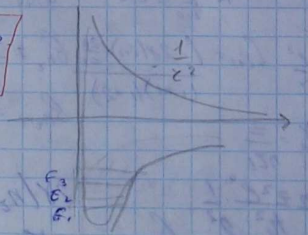
$$\varkappa(\varkappa-1) r^{\varkappa-2} + 2\varkappa r^{\varkappa-2} = (l+1) r^{\varkappa-2}$$

$$\varkappa(\varkappa-1) + 2\varkappa = l+1$$

$$\varkappa^2 + \varkappa = l + 1$$

$$\varkappa = l$$

$$U_{эфф} = U(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}$$



39 Атомные волновые функции и термы для e^- в атомах

$$\psi_{n,l,m_e} = \psi(r,\theta,\varphi) = R(r)\,\Theta(\theta)\,\Phi(\varphi)$$

$$\begin{cases} R_{n,l} = \sum_{i=0}^{n_r = n-(l+1)} b_i\, z^{l+i}\, e^{-\delta_n z}, \quad z = \frac{2r}{n\,a_0} \\ \Theta_{l,m_e} = (\sin\theta)^{|m_e|} \sum_{i=0}^{l-|m_e|} a_i\,(\cos\theta)^i \\ \Phi_{m_e} = A\,e^{i m_e \varphi} \end{cases}$$

Тогда мы можем записать вид полной волновой функции.

Главное квантовое число – определяет n.

$l = 0, 1, 2 \ldots (n-1)$ – орбитальное кв. число

m_e магнитное кв. число $m_e = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \pm l$.

Возьмем $n=1$, тогда $l=0$, $m_e=0$.

Волновая функция $\psi_{1,0,0}$? $\psi_{1,0,0} = R_{1,0}\,\Theta_{0,0}\,\Phi_0$

$R_{1,0} = b_0\, e^{-\frac{z}{2}}$, $z = \frac{2r}{a_0}$

$\Theta_{0,0} = a_0$

$\Phi_0 = A$

$$\psi_{1,0,0} = b_0\, e^{-\frac{z}{2}}\, a_0 A$$

$n=2$; $l=0$, $m_e=0$

$$\psi_{2,0,0} = R_{2,0}\,\Theta_{0,0}\,\Phi_0 = b_0\left(1+\frac{z}{2}\right) e^{-\frac{z}{2}}\, a_0 A$$

$n=2$, $l=1$, $m_e=0$ $\psi_{2,1,0} = R_{2,1}\,\Theta_{1,0}\,\Phi_0 = b_0\, z\, e^{-\frac{z}{2}}\,(a_1\cos\theta + a_0) A$

$n=2$ $l=1$; $m_e = \pm 1$

$$\psi_{2,1,\pm 1} = R_{2,1}\cdot\Theta_{1,\pm 1}\,\Phi_{\pm 1} = b_0\, z\, e^{-\frac{z}{2}}\cdot a_0 \sin\theta\, A\, e^{\pm i\varphi}$$

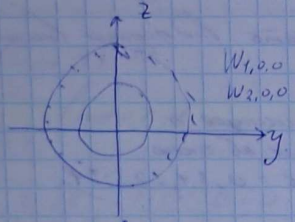
Найдем вероятности.

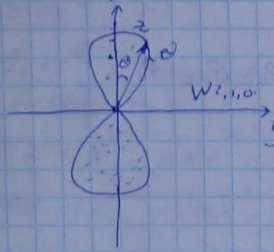
$n=1,\ W_{1,0,0} = |\Psi_{1,0,0}|^2 r^2 = b_0^2 e^{-\frac{2r}{r_1}} r^2 a_0^2 A^2$

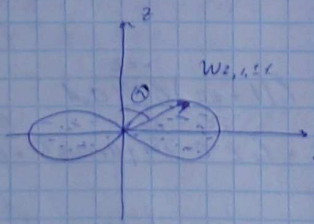
$W_{2,0,0} = |\Psi_{1,0,0}|^2 r^2 = b_0^2 \left(1 - \frac{2r}{2r_1}\right)^2 e^{-\frac{r^2}{r_1}} a_0^2 A^2 \cdot r^2$

$W_{2,1,0} = b_0 r^4 e^{-\frac{2r}{r_1}} a_1^2 (\cos^2\Theta) A^2$

$W_{2,1,\pm1} = b_0^2 r^4 e^{-\frac{2r}{r_1}} \cdot a_0^2 (\sin^2\Theta) A^2$







Состояние с различным l имеют свои обозначения

1) если $l=0$ — s-состояние
2) если $l=1$ — p-состояние
3) если $l=2$ — d-состояние
4) если $l=3$ — f-состояние
5) $l=4$ — g-состояние

Если $n=1$, $l=0$ — 1s-сост
$n=2$, $l=0$ — 2s-сост
$n=2$, $l=1$ — 2p-сост
$n=3$, $l=0$ — 3s-сост
$n=3$ $l=1$ — 3p-сост
$n=3$ $l=2$ — 3d-сост

4). Анализ полных энергий состояний в/п атомов и их различий между собственными

$$E_n = -\frac{m}{2}\frac{z^2 e^2}{\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2} = -13{,}6\ эВ\cdot\frac{z^2}{n^2}$$

10.11.11

$n=4$ ——— $E_4 = \frac{E_1}{16}$

$n=3$ ——— $E_3 = \frac{E_1}{9}$

$n=2$ ——— $E_2 = \frac{E_1}{4}$

$n=1$ ——— $E_1 = -13{,}6\ эВ\cdot z^2$

Энергия зависит только от кв. числа n.

Будем описываться $\Psi_{2,0,0}$, $\Psi_{2,1,0}$, $\Psi_{2,1,+1}$, $\Psi_{2,1,-1}$

Случаи в форме, когда одному

Энергетическое состояние называется **вырожденным** по числу кв. числу

$n=3$ $l=0$ — 3s-состояние; $l=1$ — 3P; $l=2$ — 3d.

$n=1$, $l=0$ — 1s-состояние

$n=2$ $l=0$ 2s; $l=1$ 2P — одинаковая энергия, но разные волновые функции $\Psi(2,0,0)$ $\Psi(2,1,\pm1)$

$n=1$ $l=0$ 1s $\Psi(1,0,0)$

При $n=3$, $n=2$ — состояния вырождены по всему числу l

Точки зрения квантовой механики переходы (излучения) при любых значениях n

Правило отбора по кв. числу l — $\Delta l = \pm 1$ — переходы происходят

(С учетом тонкой структуры электронного спектра)

Электрон может занять несколько энергетических уровней (т.к. электр. конфиг. - конечная) - побочного

1S → 2S
2S → 3S } - Запрещено
3S → 1S

11. Уровни в одноэлектронных системах. Квантовая теория водородоподобного иона

Кол-во электронов, действующее между ядром и данным электроном - эффективный заряд.

Центр масс ядра и центр масс электронного облака не будет совпадать

тогда будет действовать поле диполя

$$U(r) = -\frac{z\cdot e^2}{r} \quad \text{- кулоновский потенциал}$$

$$U_{эфф} = +\frac{e^2}{r} - \frac{e^2}{r^2}\cdot l + \frac{e^2}{r^3}\cdot e_2^+$$

В экспериментах было установлено, что $E_{ион}(n) = \frac{13{,}6\ эВ}{(n-\delta)^2}$

δ - поправка одинаковая для каждых серий одинаковая, но разная для разных частиц и серий.

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - U(r) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]R = 0$$

$U_{ядро} = -\frac{e^2}{r} - \frac{e^2}{r^2}C_1$ — здесь дано, чтобы получить решение

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E + \frac{e^2}{r} + \frac{e^2}{r^2}C_1 - \frac{\hbar^2}{2mr^2}l(l+1)\right]R = 0$$

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E + \frac{e^2}{r} - \frac{\hbar^2}{2mr^2}\left\{l(l+1) + \frac{2me^2}{\hbar^2}C_1\right\}\right]R = 0$$

$l'(l'+1)$

полная энергия — обм. часть U

$l'(l'+1) = l(l+1) + \frac{2me^2}{\hbar^2}C_1$ — эффективное обобщ. квантовое

$l'^2 + l' = \left[l(l+1) - \frac{2me^2}{\hbar^2}C_1\right] = 0$

$l' = l - \frac{me^2}{\hbar^2(l+\frac{1}{2})}C_1$ ← Лекция дифф. уравнения

$n = l+1$ (для $\ell(n)$)

$n^* = l'+1$ (для кулоновских полей)

$$n^* = l - \frac{me^2}{\hbar^2(l+\frac{1}{2})}C_1 + 1$$

$$\boxed{n^* = n - \frac{me^2}{\hbar^2(l+\frac{1}{2})}C_1}$$

$$\boxed{n^* = n - \delta_l}$$

Потенциал отличается от кулоновского поля

Электрон движется в поле ядра — — он в первой сфере — поляризует и поляризует его обобщ. кулоновский (эффективный)

$$\delta_l = \frac{me^2}{\hbar^2(l+\frac{1}{2})}C_1$$

линии, принадлежащей какой-то другой серии того же атома.

Пример: $k_{\Delta}^{1} = T(1) - T(4)$ - серия Лаймана $m=1, n=4$ третья линия

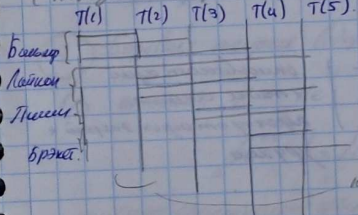
$k_{\Delta}^{2} = T(1) - T(2)$, $m=1, n=2$ - первая линия

Соотв. с пр. комб. Ритца. - Правил отбора - ?

$$k = k_2^{\wedge} - k_1^{\wedge} = T(1) - T(2) - T(1) + T(4) = T(4) - T(2) \quad (*)$$

$k = k_1^{\wedge} - k_2^{\wedge} = T(2) - T(4)$ - $m=2, n=4$. вторая линия серии Бальмера

Постулируем что линии И хар-тся некоторыми пост термами, с помощью которых можно получать и предсказ этих атомов



Комбинации всех термов дают все линии всех термов.

переходу между этими состояниями → испускание кванта света

б. Постулаты Бора. (1913) нов. рс. 1923

Что было известно Бору?

а) Модели Модель Резерфорда

б) Наличие некоторых чисел, хар-х состояние атомов

в) 1900 г. Планк Ввел пост квантования (h)

г) 1905 г. Эйнштейн Ввел понятие кванта света $E_0 = h\nu = \hbar\omega$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$

Постулаты

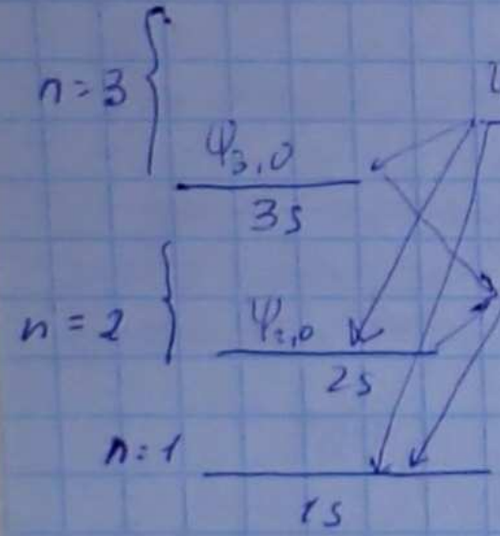
1. Из бесконечного множества электронных орбит возможных с точки зрения классической механики, в атоме осущ. только некоторые дискретные орбиты, удовлетворяющие опр. квантовым условиям, а именно осущ. только те орбиты для которых момент импульса электрона

Щелочной	δ_ℓ		
	$\ell=0$	$\ell=1$	$\ell=2$
$_3Li$	0,41	0,04	0,00
$_{11}Na$	1,37	0,88	0,01
$_{19}K$	2,23	1,77	0,15

Попробуем с гелием и убедимся. Более сложно искусственно квантовых чисел между эл и водор.

$$E_{уд}(n) = -\frac{13,6\ эВ}{(n-\delta_\ell)^2}$$

$$E^{уд}_{n,\ell} = -\frac{13,6\ эВ}{(n-\delta_\ell)^2}$$



$$E(1) = -\frac{13,6}{(1-0,41)} \quad \ell=0$$

$$\begin{cases} E(2) = -\dfrac{13,6\ эВ}{(n-\delta_1)^2} & \ell=1 \\ E(2) = -\dfrac{13,6}{(n-\delta_0)^2} & \ell=0 \end{cases}$$

Вырождение по ℓ снимается.

переходы $\Delta\ell = \pm 1$.

т.к. уровни с разными ℓ расщепляются и вырождение - это уровни соответствующие одному и тому же набору энергий

15.11.11

42 Орбитальный магнетизм и спин электрона

3d

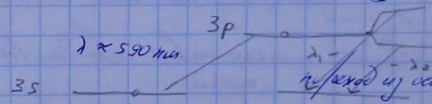
3p 6эл.

n=3	3s	3p	3d	n=3	3s 2эл
n=2	2s	2p		n=2	2s 2эл
n=1	1s			n=1	1s 2эл

2p 6эл
спектр

Если посмотреть на атом Na (1эл. будет в 3s)

Q-сп. - тонкое расщепление (уровней)



$\lambda_1 \approx 589{,}0$ нм
$\lambda_2 = 589{,}6$ нм

В 1925 г Уленбек и Гаудсмит теоретически объяснили наличие тонкого расщепления с введением собственного мех. момента электрона = спина

$\vec{L}$ - обычный электронный орбит. момент (l=1)
$\vec{S}$ - новый спиновый момент

Вращ ориентация $\vec{L}$ и $\vec{S}$ приводит к появлению дополнит энергии расщепления

$\vec{L} \to \hat{L}^2 \Psi = l(l+1)\hbar^2 \Psi$, $l = 0, 1, 2, 3$

$L_z \to \hat{L}_z \Psi = m_l \hbar \Psi$, $m_l = -l, -l+1, \dots, 0, 1, \dots l-1, l$



N(ml) = 2l+1 - число возможных ориентаций ml

- число ориентаций будет 2l+1

$\vec{S} \to \hat{S}^2 \Psi = s(s+1)\hbar^2 \Psi$

$S_z \to \hat{S}_z \Psi = m_s \hbar \Psi$



Вектор $\vec{L}$ создает напряжение

$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar$ Время ориентации - малый доп. энергии.

Проекции S на направление $\vec{L}$

$N(m_s) = 2$ - эксперимент. число, на 2 конца.

теор - $N(m_s) = 2s+1$.

Приравняем теор и эксп.

$2s+1 = 2$.

$s = \frac{1}{2}$ - спиновое квантовое число

$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)}$, $s = 1/2$ - квантовое

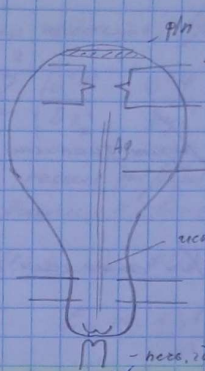
$S_z = m_s \hbar$, $m_s = \pm \frac{1}{2}$ - проекция вектора $\vec{S}$ на выбранное направление составляет два ориентации.

Электрон.

Электрон в атоме O будет характеризоваться $(n(3), \ell(1), m_\ell(?), m_s(\pm\frac{1}{2}))$ набор кв. чисел.

13. Опыт Штерна и Герлаха (Н.и., 1943 г.)

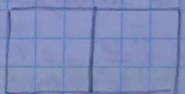
В опытах Штерна и Герлаха было доказано наличие спина и магнитного момента у электрона, дискретное ориентирование относительно внешнего магнитного поля (сев. проект. квант.)



$Ag\ (Na)$, 1 валентн. электр.
$\ell = 0$

Спин - это внутренний угловой момент => имеет магнитн. поле => магнитный момент электрона

$\vec{M}_s$ - магнит. момент. электрона. Напишем $\vec{S}$

а) Поле $H = 0$  ф/п

б) Внешн. неодн. поле $F = -(\vec{M}_s \frac{\partial \vec{H}}{\partial z}) = -M_s \frac{\partial H}{\partial z} \cos(\vec{M}\vec{H}) =$

$= -M_s \frac{\partial H}{\partial z} \cos(\theta)$

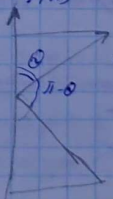


Для классич. случая $-1 \le \cos(\theta) \le +1$

с) Из-за пространственного квантования будет только 2 полоски



Знаки нужны при этапе движения



$\cos\theta = \frac{\frac{1}{2}\hbar}{\sqrt{S(S+1)}\hbar} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\cos(\pi - \Theta) = -\frac{-1/2\pi}{\sqrt{1/2\,(1/2+1)}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

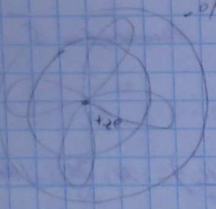
$$F_1 = -M_S \frac{\partial H}{\partial z}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

Эксперимент - с группами значений (состояние

$$F_2 = -M_S \frac{\partial H}{\partial z}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$ пучности + и -.

Существует определенный угол прецессии спина и сохр. момент будут - расщепляться отн. выбр. оси)

44. Проблема построения многоэлектронных атомов



- орбитали

Для n-электронов

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x_k^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y_k^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z_k^2}\right) +$$

$$+\frac{2m}{\hbar^2}\left[\frac{Ze^2}{r_k} - U_k\right]\Psi + \frac{2mE}{\hbar^2}\Psi = 0$$

$\Psi(1,2,3\ldots n)$ - описывает электроны в состоянии 1, второй в состоянии 2, третий в состоянии 3 и т. д

$|\Psi(1,2,3\ldots n)|^2$ - плотн. вероятности и их. счет 1 эл. в пространстве 1

$\frac{Ze^2}{r_k}$ - потенциал взаимодействия k-го электрона с ядром

$U_k = \sum_{i=1}^{n}\frac{e^2}{r_{ki}}$, r_{ki} - расстояние между k-тым электроном и i-тым

Общее уравнение Шредингера между электронами

$$\sum_{i=1}^{z}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x_k^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y_k^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z_k^2}\right)+\frac{2mze^2\psi}{2k\hbar^2}+\frac{2mE}{\hbar^2}\psi=0.$$

E - полная энергия атома

Решение в водородоподобном атоме

$$\psi(1,2,3,\dots z)=\psi(1)\psi(2)\dots\psi(z)$$

$$E_n=-\frac{13{,}6\ эВ}{n^2}z^2$$

Ртуть $z=80$

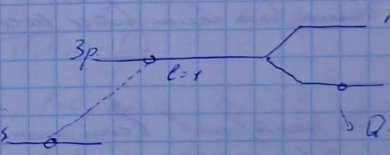
$$E_{св}=|E_n|=13{,}8\cdot эВ\cdot(10)^2=78\ кэВ$$

Интервал между K-, L-, M-краями не менее K-края.

$E_{св}(эксп)\approx 10\ кэВ$

22.11.11

45. Принцип запрета Паули (Ф. в. 1945 г.)



Q-сост., n, l, m_l, m_s

Вероятность нахождения электр. в состоянии характеризуется 4 кв. числами (n, l, m_l, m_s) равна нулю.

Только один электрон

Возможен двухэлектронный атом

набор 2 набор 4 кв. чисел e^-

e^- $\psi_2(2)$

e^- набор координат (x_1, x_2, x_3) (1)

набор 4 кв. чисел α (4) $\Big\}\ \psi_\alpha(1)$

Для невзаимодействующих электронов

$$\Psi(1,2) = \Psi_a(1)\,\Psi_b(2)$$

$\Psi(2,1) = \Psi_a(2)\,\Psi_b(1)$ - простейшая перестановка

$$|\Psi(2,1)|^2 = |\Psi(1,2)|^2$$

$$\Psi(2,1) = \pm \Psi(1,2)$$

Если волновая функция при перестановке двух частиц не меняет $\Rightarrow$ $\begin{cases} \text{четная} \\ \text{симметричная} \end{cases}$

Если волновая функция при перестановке двух частиц меняет знак на обр $\begin{cases} \text{нечетная} \\ \text{антисимметричная} \end{cases}$

$$\Psi_S = \left[\Psi_a(1)\,\Psi_b(2) + \Psi_a(2)\,\Psi_b(1)\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$ - симметричная Ψ

$$\Psi_A = \left[\Psi_a(1)\,\Psi_b(2) - \Psi_a(2)\,\Psi_b(1)\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$ антисимметричная Ψ

Экспериментально доказано, что электроны описываются нечетной волновой функцией ($P \wedge P$).

Вероятность нахождения 2х электронов в состоянии, описываемом (a=b) - один набор.

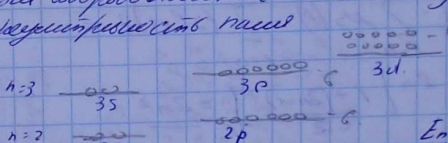
$$\Psi_A^{(a)} = \left[\Psi_a(1)\,\Psi_a(2) - \Psi_a(2)\,\Psi_a(1)\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

Волновая функция будет тождественно равна нулю, если нечетная волновая функция обращается в нуль (тождественно).

46 Обозначения структуры атомов

В основу рассмотрения структуры атома положены 2 утверждения.

1. Система энергетических уровней, полученная из решения для водородоподобных атомов с учётом поправки на корпускулярность света



Энергия уровней дана подробно соотношением кв. числ

$$E_{nl} = -\frac{13{,}6\, z^2_{эф}}{(n-\delta_l)^2}\ эВ$$

n: $l = 0, 1, 2 \ldots (n-1)$

l: $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \pm l$

~~$m_l = m$~~

2. Учёт принципа запрета Паули

$n=1$ - состояние, $l=0$

$m_l = 0$, $m_s = \pm \frac{1}{2}$

Два набора квантовых чисел.

$(1, 0, 0, \frac{1}{2})$

$(1, 0, 0, -\frac{1}{2})$ — только два электрона

$n=2$, $l=0$, $m_l=0$; $m_s = \pm \frac{1}{2}$ - 2 электр

$l=1$, $m_l=+1$; $m_s = \pm \frac{1}{2}$ - 2 эл

$l=1$, $m_l=-1$, $m_s = \pm \frac{1}{2}$ - 2 эл

$l=1$, $m_l=0$, $m_s = \pm \frac{1}{2}$ - 2 эл

$l=1$ - p состояние. 6 электр.

Состояние с данным n образует оболочку $n=1$, K-об

$n=2$, L-об

$n=3$, M-об

$n=4$, O-об

Состояние с данным l образует подоболочку.

$l=0$ s - подобол.

$l=1$ p - подобол.

$l=2$ d - подобол

(Максимальное кол-во электронов в данной подоболочке (l)

$N_э(l) = (2l+1)\cdot 2$ — т.к. учитываем m_s

Максимальное кол-во электронов в данной оболочке (n)

$$N_э(n) = \sum_{l=0}^{n-1} N_э(l) = \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1)2 =$$

$$= 2\left[1+3+5+\ldots+(2(n-1)+1)\right] = 2n\left[\frac{1+(2n-1)}{2}\right] = 2n^2$$

n	Мар. обол.	подоболочки (l=0 (s))	(l=1 (p))	(l=2 (d))	(l=3 (f))	(l=4 (g))	Число электр. об.	Число электр. с нач.
1	K	2	–	–	–	–	2	2
2	L	2	6	–	–	–	8	10
3	M	2	6	10	–	–	18	28
4	N	2	6	10	14	–	32	60
5	O	2	6	10	14	18	50	110

Ученик местный $Z_{эф} = 1$.

$$E_{n,e} = \frac{-13,6 \cdot 1^3}{(n-S_2)^2} \text{ эВ} \quad \text{— обозначение}$$

Почему для K не делается 3 ед. а делается 3S

$$E_{3,2} = \frac{-13,6}{(3-S_2)^2} \cdot 1^3 = \frac{-13,6}{(3-0,15)^2} = -1,7 \text{ эВ}$$

$$E_{4,0} = \frac{13,6 \cdot 1^3}{(4-2,23)^2} = -4,3 \text{ эВ} \quad \text{— самый будет делаться (4S) и потом (3d)}$$

Число электр.	Элемент	K	L		M			N				O	Электр. конфигур.	Спектр. терм.
		1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s		
1	H	1											$1s^1$	$^2S_{1/2}$
2	He	2											$1s^2$	$^1S_0$ −1,7 В
3	Li	2	1										$1s^2 2s^1$	$^2S_{1/2}$
4	Be	2	2										$1s^2 2s^2$	$^1S_0$ $(3-S_e)^2$
5	B	2	2	1									$1s^2 2s^2 2p^1$	$^2P_{1/2}$; $^2P_{3/2}$
6 9	F	2	2	5									$1s^2 2s^2 2p^5$	
7 10	Ne	2	2	6									$1s^2 2s^2 2p^6$	
8 11	Na	2	2	6	1								$Ne\ 3s^1$	
9 17	Cl	2	2	6	2	5							$Ne\ 3s^2 3p^5$	
10 18	Ar	2	2	6	2	6							$Ar(10 3s^2 3p^6)$	
19	K	2	2	6	2	6							$Ar\ 4s^1$	
28	Ni	2	2	6	2	6	10	1						
29	Cu	2	2	6	2	6	10	1						

обычно

$L_e = n\frac{h}{2\pi}$

$L_e = m_e v r$; $\frac{h}{2\pi} = \hbar$.

$$\boxed{m_e v r = n\hbar}$$ Правило квантования Бора

2. Атом излучает или поглощает энергию в виде кванта света с $E_\phi = h\nu = \hbar\omega$ (энергия) при переходе электрона из одного стационарного состояния в другое. Энергия светового кванта равна разности энергий стац. состояний

$$\boxed{E_m - E_n = h\nu}$$ Правило частот Бора.

E_n - энергия n-ого стац. состояния

E_m - энергия m-ого стац. состояния.

Сравнение:

$k = \frac{R}{m^2} - \frac{R}{n^2}$ - ф-ла Бальмера } описывают один и тот же переход от одних энергий к другим.

$h\nu = E_n - E_m$

$h\frac{c}{\lambda} = E_n - E_m$.

$hck = E_n - E_m$.

$$\begin{cases} k = \frac{E_n}{hc} - \frac{E_m}{hc} \\ k = \frac{R}{m^2} - \frac{R}{n^2} \end{cases}$$

$\frac{E_n}{hc} = -\frac{R}{m^2}$; $\boxed{E_n = -\frac{Rhc}{n^2}}$

$\frac{E_m}{hc} = -\frac{R}{m^2}$; $E_m = -\frac{Rhc}{m^2}$.

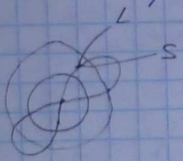
Квантовые числа энергии состояния от двух составляющих

орбитальной и собственной составляющей. Отсутствие пот энергии будет преобладать над спин-спиновым.

Вычислить какие энергии $E_{3,2}$ обозначаются большим квадратом энергии орбитального движения ($l=2$ по сравнению с $l=0$ для $E_{4,0}$)

29.11.11

47 Полный механический момент атома $l-S$ связь. Векторная модель Гассена - Сандерса.



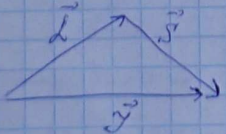
$\vec{J} = \sum_{i=1}^{z} (\vec{l}_i + \vec{s}_i)$ - полный мех. момент

$\vec{L} = \sum_{i=1}^{z} \vec{l}_i$ - полный орбит. момент атома

$\vec{S} = \sum_{i=1}^{z} \vec{s}_i$ - полный спиновый момент атома

$$\boxed{\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}}$$

Длина векторов
$$\begin{cases} |\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\,\hbar \\ |\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)}\,\hbar \\ |\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)}\,\hbar \end{cases}$$



- векторная модель сложения моментов

В силу справедливости $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$

$$|L - S| \le J \le L + S$$

В соответствии с этим получили J_1, J_2, J_3

Атом хар-ся тремя квантовыми числами
- J – кв. число полного момента атома
- L – кв. число полного орбит. мом.
- S – кв. число полного спинового мом.

Спектральный терм

$L=0$	S - сост.	– для атома
1	P - сост.	
2	D - сост.	

$(2S+1)$ = 1. [мультиплетность] синглетное
2. дублетное сост.
3 триплетное
4 квинтетное

J - входит виде абсолютного числа

$$^{2S+1}L_J$$

Для любого атома можно записать спектральный терм.

Терм многоэлектронных атомов

Правило 1: Атомы с замкнутой оболочкой или подоболочкой имеют все кв. числа = 0

$L=0, S=0, J=0$

Правило 2: ~~Два~~ атомы с одним электроном сверх замкнутой оболочки имеют кв. числа этого электрона

$L=l$

$S=s$, s - кв. число спина электрона

$J=j$, j - кв. число полного момента электрона

48. Спектральные термы атомов элементов Табл. Менделеева

H: 1 - электрон, $l=0, s=1/2$ – полностью описывает состояние атома (орбита

$L=l, S=s$

$L-S \le J \le L+S$

$\frac{1}{2} \le J \le \frac{1}{2} \Rightarrow J=\frac{1}{2}$

$^{2S+1}S_{1/2} = {}^{2}S_{1/2}$ - дублетное S

Не: 2 электрона: $l=0$, $S=0$, $J=0$ $(1s^2)$

~~$^3S_0$~~ $^1S_0$ - синглетное S

Li: 3 электрона: $(1s^2 2s^1)$ $L=l=0$, $S=s=\frac{1}{2}$, $J=1/2$.

$^2S_{1/2}$

Be: 4 электрона: $1s^2 2s^2$ $L=0$, $S=0$, $J=0$, $^1S_0$.

B: 5 электронов, $1s^1 2s^2 2p^1$ $L=l=1$, $S=1/2$, ~~$\frac{1}{2}$~~ $\leq J \leq \frac{3}{2}$.

$^2P_{1/2}$, $^2P_{3/2}$

49 Полный момент атома j-j связь

$\vec{J} = \sum_{i=1}^{Z} (\vec{l}_i + \vec{S}_i)$ Орбитальный и спиновый моменты эл. складываются

$\vec{j}_i = \vec{L}_i + \vec{S}_i$ - полный момент электрона

=) Тоже будет выполняться для операторов

$\hat{\vec{j}}_i = \hat{\vec{L}}_i + \hat{\vec{S}}_i$

$\hat{j}^2 \psi = j(j+1)\hbar^2$, $|\vec{j}| = \sqrt{j(j+1)}\hbar$ - длина вектора $\vec{j}$

j имеет два набора.

1) j - внутреннее к.в.число (к.в.число полного мом. атома).

$\hat{j}_z \psi = m_j \hbar \psi$, $j_z = m_j \hbar$ - к.в.число проекции полного момента эл. на выбр. ось.

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^{Z} \vec{j}_i$$

Рассмотрим многоэлектронный атом, состоящий из двух электронов

Пример

$n=2$, $l_1=1$ (p-сост), $s_1=1/2$

$n=3$ $l_2=2$ (d-сост) $s_2=1/2$

$\vec{j_1} = \vec{l_1} + \vec{s_1}$, для них это означает, что $|l_1 - s_1| \le j_1 \le |l_1 + s_1|$

$j_1 = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$

$\vec{j_2} = \vec{l_2} + \vec{s_2} \Rightarrow \quad j_2 = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$

$\vec{J} = \vec{j_1} + \vec{j_2}$ (Магнитное квантовое число и может принимать значения

$\frac{3}{2} - \frac{3}{2} \le J \le \frac{5}{2} + \frac{3}{2}$ $J = 0, 1, 2, 3, 4$

↖ оси и вдоль)

$n=2, l_1=1, s_1=1/2, j_1=\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ p-сост

Для описания состояния электрона даны числа n, l, s, j → они будут

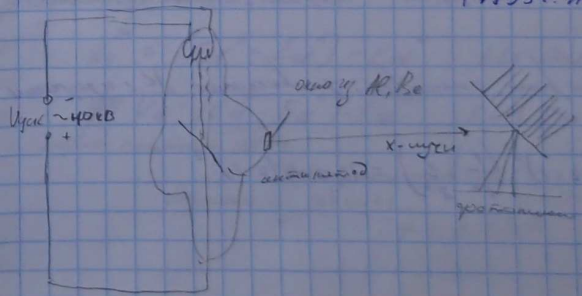
$n=2, l=1, j=\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ - это записывается как терм n, l, j есть

$2P_{1/2}$, $2P_{3/2}$ ← определяет о/с. по числу l

n

Все ↓ характеризуют состояние электрона

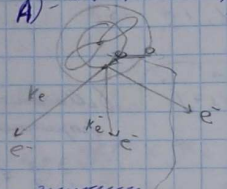
50. Природа рентгеновского излучения (1895 г. Н. пр. Рентген)



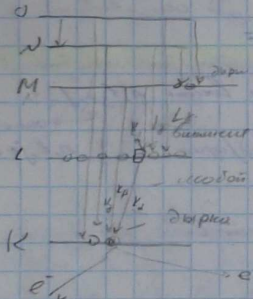


Выбивается электрон из атомов образующих дырки в электронной структуре атома

A) - характеристическое рентгеновское излучение



При переходе вышестоящего рентгеновского излучения



любой из электронов L, M, N, O обитающий переходить

K_e – электрон выбитый из внутренней оболочки эл.

K серия - это переход электрона с внешней оболочки на освобождающееся в K оболочке.

Закон Мозли, который описывает зависимость K_α излучения от Z

$$h\nu_{K_\alpha} = 13{,}6\ эВ\ (Z-1)^2 \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 10{,}2\ эВ\ (Z-1)^2$$

↑ Энергия ионизации эл.

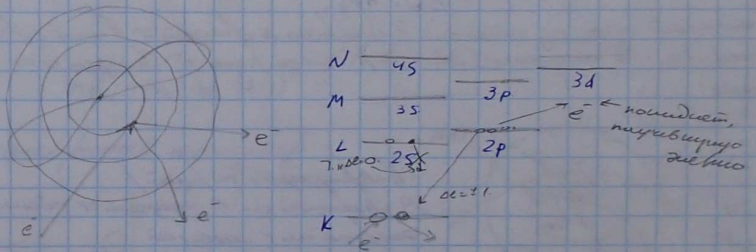
Mo - Молибден $Z = 41$, $h\nu_{K_\alpha} = 10,2 \cdot Z\ эВ\ (41-1)^2 = 16\ кэВ$ -
- энергия характеристического рентгеновского излучения перехода
Mo.
41,2 → 42.

$$\lambda = \frac{1240\ эВ \cdot нм}{16 \cdot 10^3\ эВ} = 0,07\ нм = 0,7\ Å.$$

01.12.11

50. Природа рентген. излучения (окончание)

A. Характ. рентг. излуч



Б. Оже-эффект (Auger)

Оже-эффект - это явление безизлучательной передачи энергии, освободившейся в результате перехода электрона с одной верхней оболочки на нижнюю.

Итак - сначала атом, без свободной энергии, но потом быстрый эту энергию никуда не излучает и конкурентоспособен на ℓ электрона и освобождается

$$K_\alpha^{I0} = (E_{св}^K - E_{св}^L) - E_{св}^L \quad KLL\ Оже\text{-}электрон$$

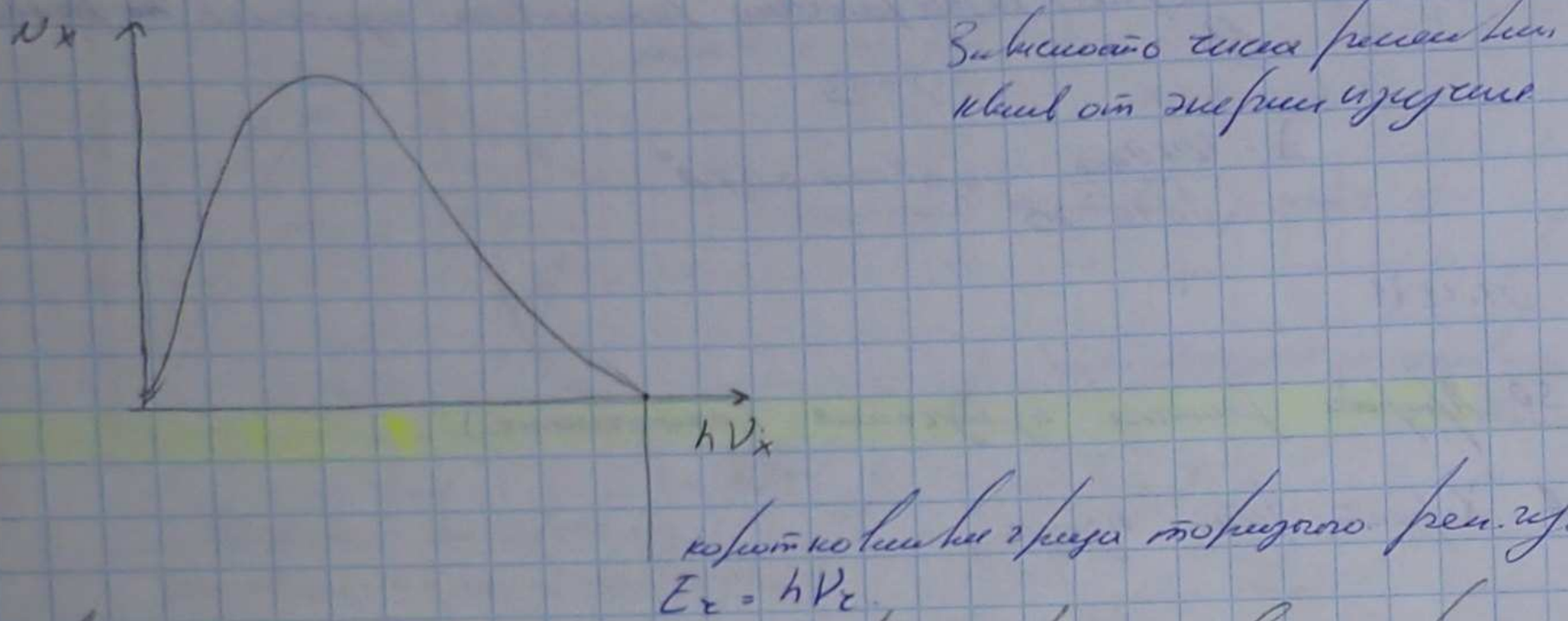
$$K_\alpha'' = (E_{св}^K - E_{св}^L) - E_{св}^M \quad KLM\ Оже\text{-}электрон. - часть$$

энергии покидает ат. M.

доступная энергия

Вылетит уд 3S или 1S.

В. Спектры рентгеновского излучения (тормозное).

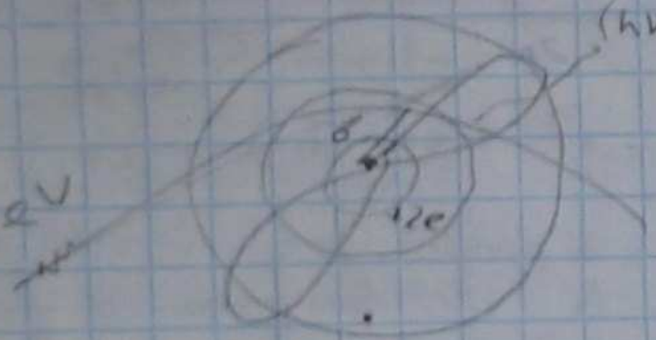


Зависимость числа рентгеновских квантов от энергии излучения

коротковолновая граница тормозного рентг. изл.

$E_г = h\nu_г$

Рентгеновское излучение возникает в вакуумной рентгеновской трубке. На ее катоде электроны тормозятся на аноде



в характеристическом спектре возникают в результате сбивания электронов с внутренней

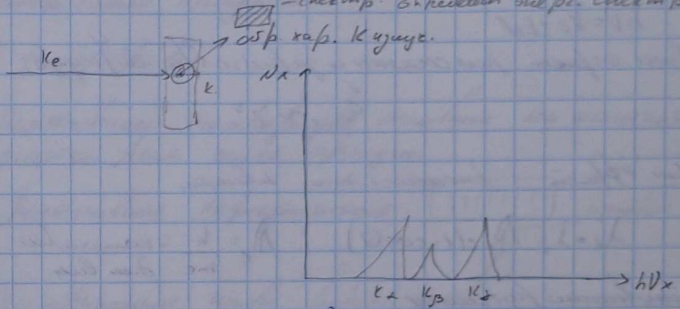
коротковолновая граница тормозного рентгеновского излучения обусловлена тем, что в одном акте торможения электрон может потерять всю свою энергию.

$$E_г = h\nu_г = eV_{уск}$$

51. Основы спектрометров на характ. рентг. излучения и Оже-эффект.

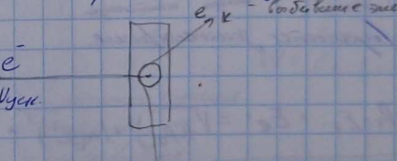
Хар. рент. изл. => рентгенов. флуоресц. анализатор

- спектр. определяет энерг. спектр



$h\nu_{min} = 10,2 \text{ эВ } (Z-1)^2$

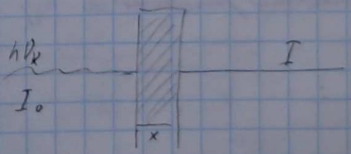
Оже-электронный анализатор



$K_a = (E^K_{св} - E^L_{св}) - E^L_{св}$

энергия K_a определяется с помощью энергет. спектр

52. Ослабление рентгеновского излучения



$I = I_0 e^{-\mu x}$, x - толщина поглотителя
$[x] = см$

μ - линейный коэффициент ослабления (поглощения) $[\mu] = см^{-1}$

$\mu = n \cdot S$, $[n] = см^{-3}$, $[S] = см^2$

$\sigma = \sigma_{ф.э} + \sigma_{к.э} + \sigma_{р.п}$

фотоэффект – полное поглощение γ-кв. электр.

$h\nu = K_e + E_{св}$

Для больших энергий рассеяние и энергия образца.

$\sigma_{ф.п} \sim Z^5$

Комптоновский эффект рассеяние энергии кванты

$\lambda'_\gamma - \lambda_\gamma = \lambda\!\!\!^{-}_c (1 - \cos\Theta)$; $\lambda\!\!\!^{-}_c = \frac{h}{mc}$ – комптоновская длина волн.

Сечение комптоновского рассеяния

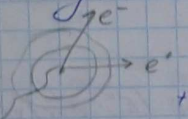
$\sigma_{к.р} \sim Z^4 \lambda^3$

рождение электрон-позитронных пар $(e^- - e^+)$

↓ ядро ↓ поле

Рождение эл.-поз. пары в свободном пространстве невозможно. Нарушается закон сохранения.

В поле ядра only!!!



$h\nu_x = E_{e^-} + E_{e^+} = \sqrt{(cp_{e^-})^2 + (m_e c^2)^2} + \sqrt{(cp_n)^2 + (m_n c^2)^2}$

$m_e = m_{e^+} = m_n$

$(h\nu_x)_{min}\Big|_{p_n = p_{e^-} = p_{e^+}} = 2m_e c^2 = 1{,}02$ МэВ

↓

Пороговая энергия, при которой возможно рождение эл.-поз. пар.

Лауфер (N. Pt. 1936)

№ 48. Физические основы работы лазеров

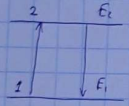
light amplification by stimulated emission of radiation = laser

В основе работы лазера лежит 2 явления.

1964г.

А. Стимулированное (индуцированное) движение Басов, Прох.

Б. Наличие инверсионности заселения ур-ней



1→2 – поглощение

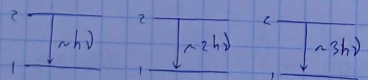
2→1 – излучение. ⇒ { спонтанное, стимулированное

① спонтанное

Время жизни в состоян. 2 $\tau = \Delta t \sim 10^{-6}$ с излучение изотропное

Согласно принципу неопр. Гайзенберга $\Delta t \Delta E \sim \hbar$ ⇒ $\Delta E = \frac{\hbar}{\tau} \approx 10^{-9}$ эВ

$h\nu = E_2 - E_1 \approx 10^{-9}$ эВ. Это показывает, что лазерное излучение очень монохроматично



$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$; $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$.

Монохроматическое, мононаправленное когерентное излучение

• Система при температуре T имеет распределение Больцмана:

$N = N_0 \cdot e^{-\frac{E}{kT}}$

$N_1 = N_0 \cdot e^{-\frac{E_1}{kT}}$

$N_2 = N_0 \cdot e^{-\frac{E_2}{kT}}$

$\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{E_1 - E_2}{kT}}$

для замкнутой системы

$E_2 > E_1$, $N_2 < N_1$

6. Излучение

$$\begin{cases} k = T(m) - T(n) - \text{обобщ. формула Ритца} \\ h\nu = E_n - E_m \end{cases}$$

$E_n = -\frac{Rhc}{n^2}$ Для энергий связи энергии всегда отрицательны

$z = 1$



$R = 1{,}1 \cdot 10^5\ см^{-1}$

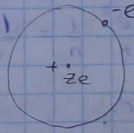
$$E_n = -\frac{1{,}1 \cdot 10^5 \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{n^2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}} = -\frac{13{,}6\ эВ}{n^2}$$

Энергия уровней, между которыми происходит излучение

7. Боровская теория водородоподобных атомов

в/п атомы: ${}_1H$, ${}_2He^+$ (однократно ионизированный атом He)

${}_3Li^{++}$ $(3Li^{2+})$



Некоторые стационарные орбиты на которых выполняется правило квантования

1. Баланс сил для стационарной орбиты

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{ze^2}{r^2}$$

2. Выражение полную энергию электрона $E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{ze^2}{r}$

3. Правило квантования Бора $m_e v r = n\hbar$

$v = \frac{n\hbar}{m_e r}$ Подставим в 1 $\frac{m_e}{2}\left(\frac{n\hbar}{m_e r}\right)^2 = \frac{ze^2}{r^2}$

$\frac{n^2\hbar^2}{2} = ze^2 \Rightarrow$ [redacted] – Радиус n-той орбиты

[redacted]

Для открытой ~~зеркальной~~ системы (с подкачкой энергии) $\frac{N_2}{N_1} > 1$

таким образом получим усиление света

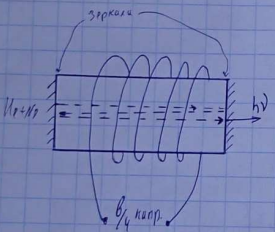
$\frac{N_2}{N_1} > 1$ – инверсная заселенность уровней

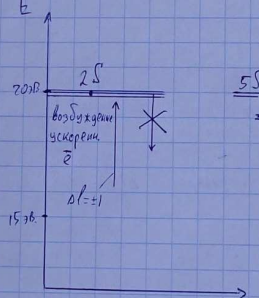
49. Типы лазеров. Гелий-неоновый лазер

По средам: газовый, жидкостный, твердотельный

По типам возбуждения: оптический, электрический, в/п, ЯМ, тепловая, токовая, рентгеновская

Газовый лазер. Гелий-неон.

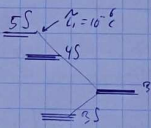




Смесь He : Ne:

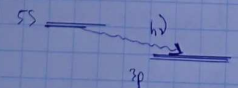
He – 133 Па

Ne – 13,3 Па.



He[$1s^2$], Ne[$1s^2, 2s^2, 2p^6$]

т.к. время жизни на 5S = 10^{-6}, а на 3P – 10^{-8} с т.е. время жизни в состоянии 3P в 100 раз меньше, чем в 5S, то сначала заселяются 5S ⇒ инверсная заселенность уровней

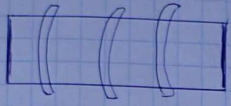


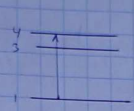
$\lambda_{лазера}$ = 632,8 нм.

Твердо-тельный лазер (рубин):

$Al_2O_3 : Cr^{3+}$ (λ = 693,8 нм)

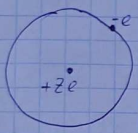
Cr^{3+} формирует систему локальных уровней





Благодаря Cr^{3+} переход происходит с 1 на 4 уровень ($\lambda = 560$ нм).
Такой лазер является импульсным.

50. Магнитные св-ва атомов



$$L_{кл} = mvr = \{v = \omega r\} = mr^2\omega$$

Согласно кв. механике: $|\vec{L}_{кв}| = \sqrt{l(l+1)}\cdot\hbar$

Создаваемый ток: $I = e\frac{\omega}{2\pi}$

Магнитный момент: $\vec{M} = \vec{B}\frac{I}{c}$, $\vec{B}$ - вектор, нормальный на контур тока

$M = B\frac{I}{c}$, где $B = \pi r^2$; $I = e\frac{\omega}{2\pi}$ $\Rightarrow$ $M = \pi r^2 \frac{e\omega}{2\pi c}\cdot\frac{m}{m} =$

$$= \frac{e(mr^2\omega)}{2mc} = \frac{e|\vec{L}_{кв}|}{2mc} = \frac{e\hbar}{2mc}\sqrt{l(l+1)}$$

$M_e = \frac{e\hbar}{2mc}\sqrt{l(l+1)}$, l - орбит. кв. число

M_e - магнит. момент, обусловленный орбитальным движением $\bar{e}$

$\frac{e\hbar}{2mc} = M_Б = 9{,}3\cdot10^{-20}\ \frac{эрг}{гс}$

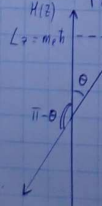
Аналогично $M_s = 2\frac{e\hbar}{2mc}\sqrt{S(S+1)}$

M_s - магнит момент, обусловленный спиновым движением

51. Нормальный эффект Зеемана. (1902 г. $^{Лоренц}_{+Зеeман}$)

Нормальный эффект Зеемана заключается в расщеплении каждой спектральной линии изуч. атома в магнитном поле (Лоренцов триплет)

Рассмотрим взаимодействие магн. момента атома с внешним магн. полем.



Запишем энергию магнитн. взаимодействия: $E_{маг.} = -(\vec{M_e}\vec{H})$ =

$= -M_e H\cdot\cos(\widehat{M_e H}) = -M_e H\cdot\cos(\pi-\theta) =$

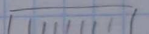
$= M_e\cdot H\cdot\cos\theta$

53. Приборы, основанные на использовании рентгеновского излучения

а) рентгенография основана на регистрации линий ослабления рентгеновского фотона.

б) флюорография

в) рентгеновская томография основана на компьютерной обработке рентгенограмм органов.

г) рентгеновская дефектоскопия  основана на

54. Физические основы работы лазера

Лазер - усиление света стимулированным излучением



1 → 2 поглощение света

2 → 1 излучение света

$\Delta N = E_2 - E_1$

Виды излучения:

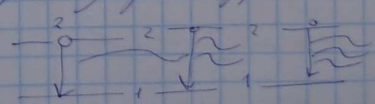
- спонтанное
- стимулированное

1) Спонтанное излучение $\Delta x \cdot \Delta p_x \sim \hbar$, $\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$

$\Delta t = 0$ - время жизни

$\Delta E = 1$ - естественная ширина уровня

2) Стимулированное излучение



Стимулированное излучение будет иметь одну и ту же энергию, импульс и фазу

$N_1 \sim e^{-E/kT}$ - Условие Больцмана

$N_1 = e^{-\frac{E_1}{kT}}$, $N_2 = e^{-\frac{E_2}{kT}}$ $\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}$

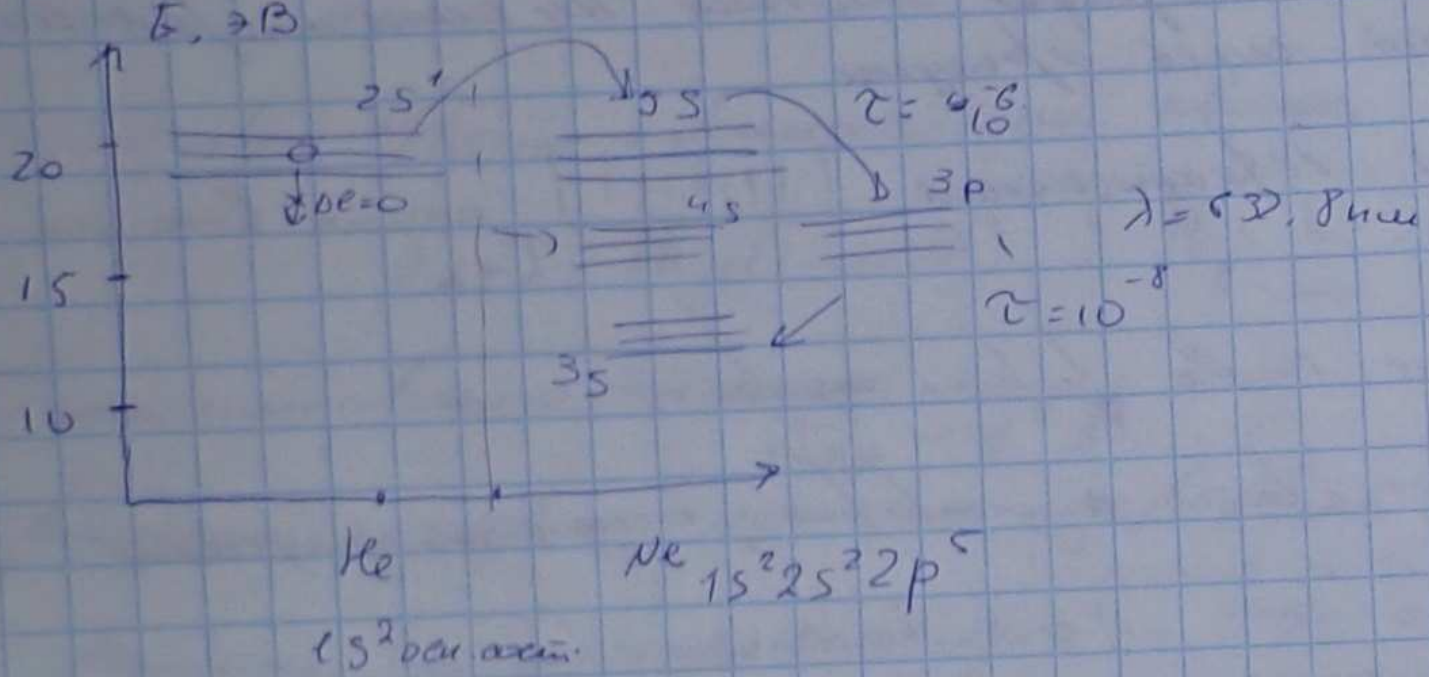
$\frac{N_2}{N_1} < 1$, т.к. $E_2 > E_1$

55. Гелий-неоновый лазер



$P_{He} \sim 133$ Па

$P_{Ne} \sim 13{,}3$ Па



13.11.17.

Лекция 5.

Структура и строение молекул

56 Типы связи в молекулах

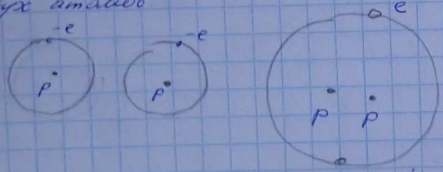
(Молекула - это стабильное (состояние) образуемое состояние

2 и 2-х или более атомов

Стаб. состояние это значит, что разрыв химической связи невозможен без затрачивания энергии - энергии диссоциации E_D

При сближении атомов (2) может происходить 3 процесса

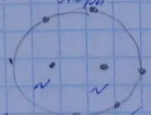
1) Одна пара неспаренных пар электронов в спин-валентной обменной для двух атомов



Гомеополярная ковалентная

$N_2 : 1s^2 2s^2 2p^3$

При обмене двух атомов



Спин-валентная обменная 3 пары электронов

2) Один или несколько электронов переходят от одного атома к другому, образуя при этом ионы, которые взаимодействуют

HF $H: 1s^1$

$F: 1s^2 2s^2 2p^5$ $H^+ - F^-$ Полярная



Гетерополярная

Ион Ионы

Ионы обладают энергией

Ионы не стремятся к переходу

$NaCl$ $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ (1) – Na.

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$ $_{17}Cl$

$Na^+ \cdot Cl^-$

Электрон переходит к Cl, образуя инертную оболочку.

$E_1 = E_{Na^+} + E_{Cl^-}$ Энергия диссоциации.

~~E_2~~

3) При сближении двух атомов их электронные облака, перекрываясь, отталкиваются и молекула не образуется

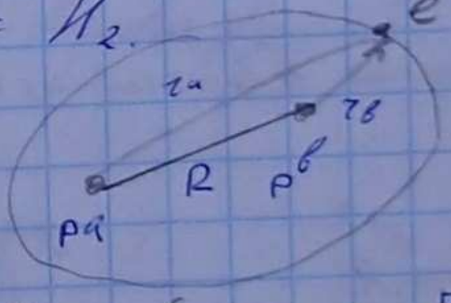
He. $1s^2$ $1s^2$

$X = 2s^4$ – это запрет Паули. Только два электрона могут находиться в области S.

He He

57. Структура и свойства молекулярного иона H_2^+

$e^- + H_2^+ = H_2$.



Нужно найти волновую функцию электронов и энергию молекулы.

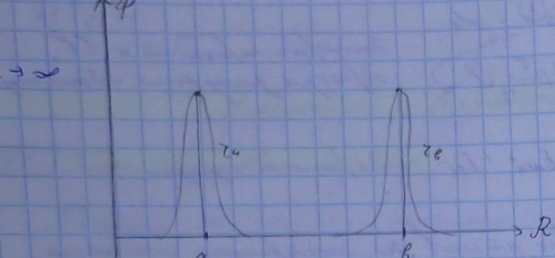
$\Psi(r_a, r_b)$

$\nabla^2\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E_{мол} - U)\Psi(r_a, r_b) = 0$

Энергия взаимодействия ρ^a, и ρ^b

$U = -\frac{e^2}{r_a} + \frac{e^2}{r_b} + \frac{e^2}{R}$ – потенциал

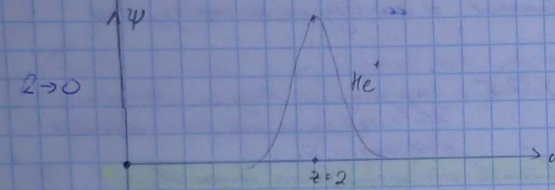
Практически вид волновой функции и энергия молекулы зависят от R.



- Экспоненциальная функция

Положим область

$$a_0 \exp\left(-\frac{R}{zz}\right)^{-1}$$

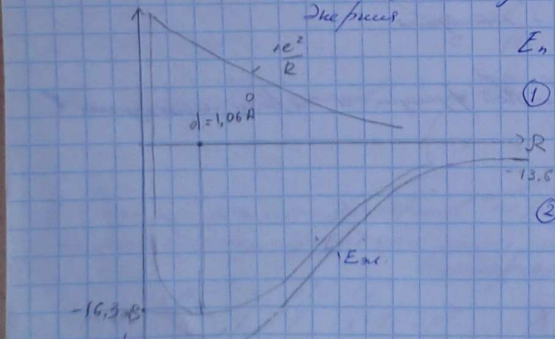


2→0



Вблизи протона вероятность нахождения протона

a - a^B - межъядерное состояние, которое может допускать переходы



$$E_n = -13,6 эВ \frac{z^2}{n^2}$$

① $R \to \infty$ $z=1$, $n=1$

$$E_1 = -1 \cdot 3,6 эВ$$

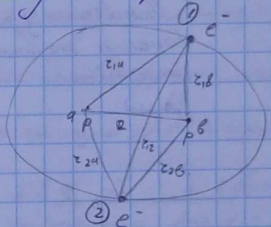
② He^+ $R \to 0$ $z=2$, $n=1$

$$E_1 = -13,6 \cdot 16 эВ =$$

$$= 54,4 эВ.$$

$E_D = |-16,3 + 13,6| эВ = 2,7 эВ$

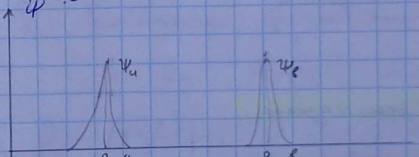
58 Молекула водорода H_2

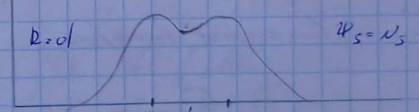


Уравнение Шредингера $\nabla^2\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E_{полн} - U)\Psi(r_A, r_B) = 0$ (M1)

Потенциал $U = -\frac{e^2}{r_{1A}} - \frac{e^2}{r_{1B}} - \frac{e^2}{r_{2A}} - \frac{e^2}{r_{2B}} + \frac{e^2}{R} + \frac{e^2}{r_{12}}$

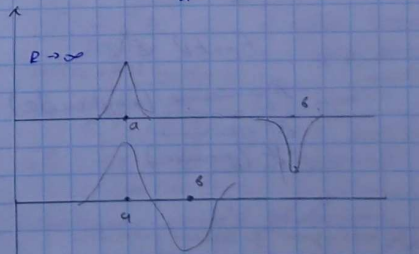
Анализ волновых функций и энергий в зависимости от R





$\Psi_S = N_S(\Psi_A + \Psi_B)$ нет узлов

– симметричная Ψ



Молекула может иметь два состояния – отталкивательное симметричное и антисимметричное в группе.

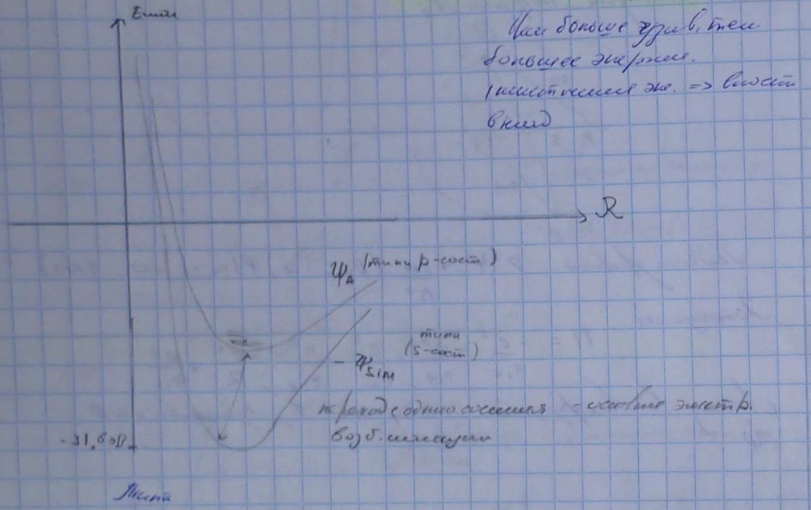
$\Psi_A = N_A(\Psi_A - \Psi_B)$

– антисимметричная Ψ

D
A
E
A
C
B

$E_{min} = 31,6 эВ$

$E_D = |-31.6 + 13,6 \cdot 2| эВ = 4,4 эВ$ – энергия диссоциации.



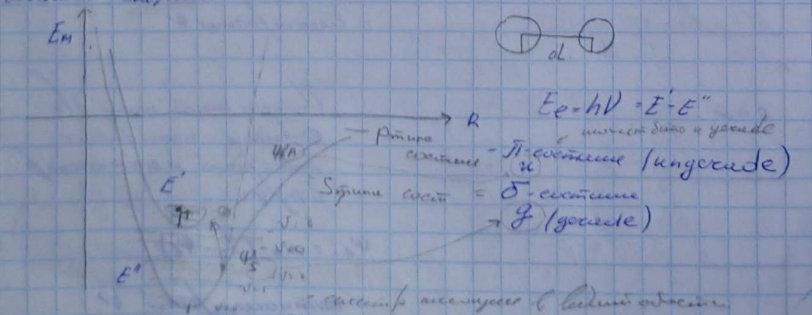
Чем больше кривиз., тем больше энергия. Кинетическая эн. => больший вклад

Переход с одного состояния – скачком электр. без изм. координаты

59 Возбуждённые состояния молекулы

А Электронное возбуждение состояний молекулы.

Свр с переходом электрона с основной орбитали электрона с большей энергией



$E_e = h\nu = E' - E''$

Ритцра состояния – Π – состояние (indigende)

Штрих сост = δ – состояние → $\mathcal{J}$ (дальше)

с минимальной энергией

Спектр испускания с первой области

Собственная волновая функция оператора энергии молекулы не является собственной волновой функцией оператора квадрата момента импульса ($\hat{L}_z^2$)

Момент импульса молекулы не имеет определенного значения

Собственная волновая функция является собств. волновой функцией оператора проекции орбитального момента на ось симметрии, где

$\hat{L}_z \Psi = \lambda \hbar \Psi$, где λ - квантовое число проекции орбит. момента на ось симметрии молекулы

молек	$\lambda = 0$,	1,	2,	3
	Σ	Π	δ	φ
атом	$\ell = 0$,	1,	2,	3
	s	p	d	f

(б) Колебательные возбуждения состояния молекулы

$F = -kx$, $U = \frac{kx^2}{2}$ Потенциальная энергия молекулы на гармонических квантово-мех. осциллятор

$E_v = \left(v + \frac{1}{2}\right) h\nu_0$

ν_0 - собственная частота колебаний осц.
v - число колебательных кв. чисел

$E_v^{\text{ан}} = \left(v + \frac{1}{2}\right) h\nu_0 \left[1 - x\left(v + 1/2\right)\right]$ x - коэффициент ангармоничности

$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ k - коэф. жесткости
m - масса молекулы

$k = 1{,}2 \cdot 10^5$ дин/см
$m = 10^{-23}$ г

$\nu_0 = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{1{,}2 \cdot 10^5}{10^{-23}}} \approx 10^{13}\ c^{-1}$

$h\nu_0 = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{13}}{1{,}6 \cdot 10^{-12}} = 0{,}04$ эВ.

Частота между уровнями $\Delta E_v^{\text{ан}} = E_v(v) - E_v(v-1) = h\nu_0$