

Контрольная работа
Вариант №3

Задание №1

Написать функцию, которая для заданных значений x и n численно вычисляет выражение:

$$\prod_{k=1}^n \left(\frac{k}{k+1} - \cos^k(|x|) \right).$$

Задание №2

Вычислить собственные значения и собственные векторы матрицы A и выполнить проверку.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Задание №3

Построить “точечный” график функции $\sin(7x) \cdot \exp(-x^2)$ при x изменяющемся в диапазоне $[-3; 3]$ с шагом 0.02. Пример оформления графика приведен на Рис. 1 на стр. 1.

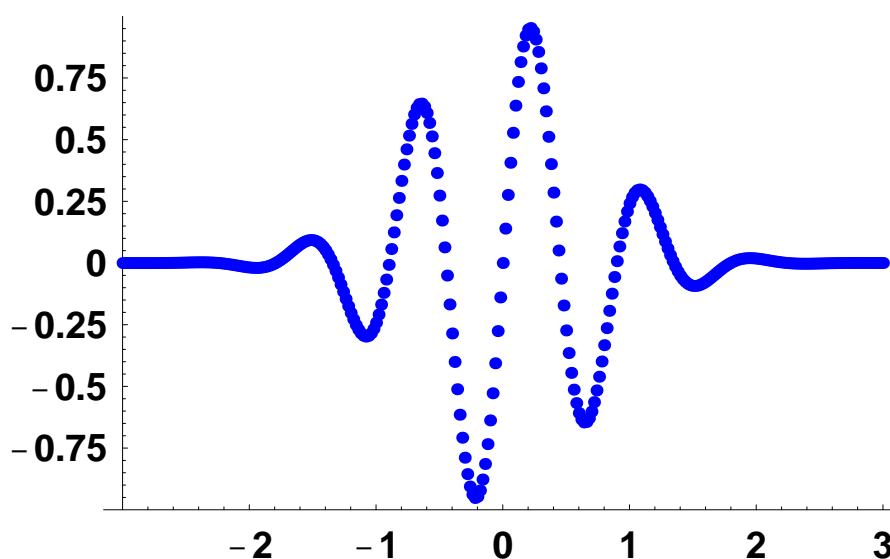


Рис. 1: Пример оформления графика

Задание №4

Найти производную y'_x от неявной функции:

$$x^y - y^x = 0.$$

Задание №5

При параметрическом задании кривой $x = x(t)$, $y = y(t)$, ($x(t)$ и $y(t)$ — непрерывно дифференцируемые функции) то площадь криволинейной трапеции, длина дуги кривой, соответствующая монотонному изменению параметра t от t_1 до t_2 выражается интегралом:

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(x')^2 + (y')^2} dt.$$

Найти длину дуги кривой $x = \cos^5 t$, $y = \sin^5 t$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \pi/2$.

Задание №6

Численно найти все корни уравнения:

$$x^2 - \sin(5x) = 0.$$

Выполнить проверку.

Задание №7

Получить аналитическое решение дифференциального уравнения

$$y' + 2y = e^{-2t}.$$

Получить зависимость константы интегрирования от начального условия $y(0)$. Получить аналитические решения уравнения при:

$$1.) y(0) = 0; \quad 2.) y(0) = 1, \quad 3.) y(0) = 2.$$

Построить график для $t \in [0; 2]$.