Практические занятия № 1, 2

Тема: Работа с одномерными и двумерными массивами.

Цель: Изучить основы работы со сложным типом данных — массивом. Рассмотреть основные методы работы с массивами — присваивание начальных значений, вывод на экран, доступ к элементам, изменение порядка следования элементов в массиве, сортировка и поиск. Кроме того, кратко познакомиться с основами передачи массивов в процедуры и рассмотреть применение некоторых встроенных функций, предназначенных для работы с массивами.

Одномерные массивы

Задание № 1:

В массиве $Z(n)$ найти количество чередований знака, то есть количество переходов с минуса на плюс и с плюса на минус. Например, в последовательности 0, -2, 1, -10, 2, -1, 0, 0, 3, 2, 3 четыре чередования (будем считать, что нуль знака не имеет).

Задание № 2:

Написать программу, которая методом прямого выбора сортирует по заданному критерию одномерный массив.

Задание № 3:

Написать программу, которая, преобразовывает массив таким образом, чтобы в первой его части располагались все нечетные элементы, а после них — все четные.

Задание № 4:

Написать программу, которая, используя метод бинарного поиска, выполняет поиск в упорядоченном по возрастанию массиве.

Двумерные массивы

Задание № 5:

В двумерном массиве X все числа различны. В каждой строке находится минимальный элемент, затем среди этих чисел выбирается максимальное. Напечатать номера строки и столбца массива X, на пересечении которых расположено выбранное число.

Задание № 6:

Дана целочисленная матрица размером $m \times n$. Найти матрицу, получающуюся из данной:
a) перестановкой столбцов — первого с последним, второго с предпоследним и т.д.
b) перестановкой строк — первой с последней, второй с предпоследней и т.д.

Задание № 7:

Дана действительная матрица размером $n \times m$. Упорядочить строки матрицы по убыванию сумм элементов строк.

Задание № 8:

Задана матрица A. Первая строка этой матрицы — представляет собой многочлен $P_n(x)$, заданный набором своих коэффициентов. Вычислить остальные строки этой матрицы — массивы коэффициентов производных этого многочлена (вторая строка матрицы — первая производная многочлена, третья строка — вторая производная многочлена и т.д.). Вычислить значение многочлена и его производных для заданного значения x.

Численные методы

Задание № 9:

Построить таблицу значений функции $f(x)=\exp(-x)\cdot\sin(x)$ в заданных пользователем интервалах с заданным шагом (для начала взять интервал $[0;2\pi]$). Полученную таблично заданную функцию численно продифференцировать и вычислить значение производной в произвольной заданной точке внутри интервала табуляции.

Для вычисления производной воспользоваться конечно – разностными формулами численного дифференцирования по трем точкам:

Конечно – разностная формула дифференцирования вперед

$$f'(x_i)=\frac{f(x_{i+1})-f(x_i)}{h}$$

Конечно – разностная формула дифференцирования назад

$$f'(x_i)=\frac{f(x_i)-f(x_{i-1})}{h}$$

Центральная конечно – разностная формула дифференцирования

$$f'(x_i)=\frac{f(x_{i+1})-f(x_{i-1})}{2h}$$

Здесь h — шаг, с которым построена исходная таблица значений.

Для вычисления значения функции, заданной таблично в точках между узлами таблицы можно воспользоваться методами интерполяции. Задача интерполяции часто формулируется так: пусть функция $y=f(x)$ известна в $N+1$ точке (x_0,y_0), (x_1,y_1), (x_n,y_n), где $y_k=f(x_k)$, а значения x_k принадлежат интервалу $[a,b]$ и удовлетворяют условиям:

$a\leqslant x_0<x_1<\ldots<x_N\leqslant b$.

Требуется вычислить значение функции $f(x)$ на интервале $[a,b]$ в промежутках между точками табуляции.

Если заданные точки (x_k,y_k) известны с высокой степенью точности, то можно построить интерполяционный полином $P(x)$, который проходит через них. Когда вычисляется значение интерполяционного полинома $P(x)$ в точке $x\in[x_0,x_N]$, то приближение $P(x)$ называется *значением интерполяции*.

Существует много способов построения интерполяционного полинома $P(x)$. Рассмотрим **интерполяционный полином Лагранжа**

Французский математик *Жозеф Луи Лагранж* (1736 – 1813) предложил использовать для нахождения интерполяционного полинома $P(x)$ следующий метод. Полином, проходящий через $N+1$ точку (x_0,y_0), (x_1,y_1), …, (x_n,y_n), степени не большей, чем N может быть записан в виде:

$$P_N(x)=\sum_{k=0}^{N} y_k L_{N,k}(x),$$

где $L_{N,k}(x)$ — коэффициенты полинома Лагранжа, основанного на этих узлах. Выражения для коэффициентов $L_{N,k}(x)$ могут быть записаны в виде:

$$L_{N,k}(x)=\frac{(x-x_0)\ldots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\ldots(x-x_N)}{(x_k-x_0)\ldots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\ldots(x_k-x_N)}=\frac{\prod_{j=0,\, j\neq k}^{N}(x-x_j)}{\prod_{j=0,\, j\neq k}^{N}(x_k-x_j)}$$

Для каждого фиксированного k коэффициенты полинома Лагранжа $L_{N,k}(x)$ обладают свойствами:

$L_{N,k}(x)=1$, когда $j=k$,
$L_{N,k}(x)=0$, когда $j\neq k$.