

Контрольная работа
Вариант №11

Задание №1

Вычислить значение суммы в заданных точках x ($0 < x < \pi$) и N по формуле:

$$S_N = \sum_{k=1}^N \frac{(-1)^{k+1} \cos(kx)}{k^2 - 0.25}$$

Сравнить со значениями функции $f(x) = \pi \cos(x/2) - 2$ в тех же точках.

Задание №2

Решить систему линейных уравнений, выполнить проверку:

$$\begin{cases} 8x_1 + 22x_2 = 22, \\ 14x_1 + 21x_2 = 15, \\ 19x_3 + 11x_4 = 0, \\ 16x_3 + 23x_4 = 1, \\ 36x_5 + 16x_6 = 22, \\ 15x_5 + 18x_6 = 33 \end{cases}$$

Задание №3

Плотность некоторой величины задана уравнением $f(x, y) = (1-x)^2 + 100(y-x^2)^2$. Построить график плотности при $x \in [-1.5; 1.5]$, $y \in [-0.5; 1.5]$. Пример оформления графика приведен на Рис. 1 на стр. 1.

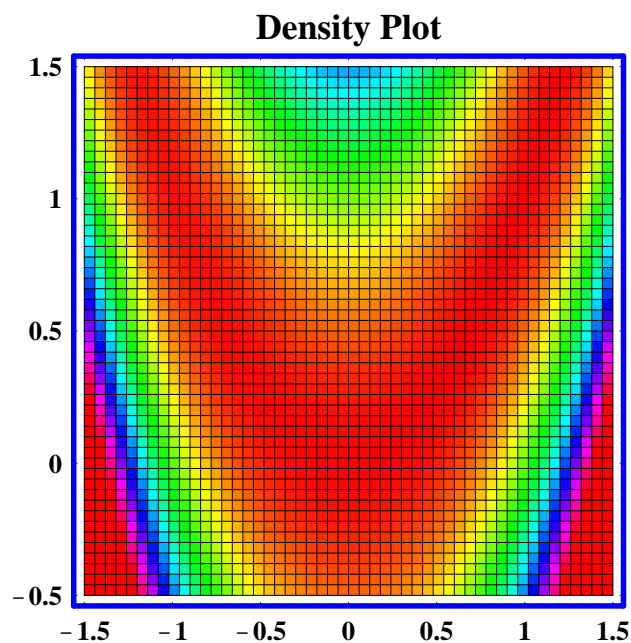


Рис. 1: Пример оформления графика

Задание №4

Исследовать на экстремум функцию $y = x\sqrt{1 - x^2}$.

Задание №5

Если кривая K задана параметрическими уравнениями: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ ($t_1 \leq t \leq t_2$), то криволинейный интеграл первого рода вычисляется по формуле:

$$\int_K f(x, y, z) ds = \int_{t_1}^{t_2} f(x(t), y(t), z(t)) \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2 + (z'(t))^2} dt.$$

Если $f(x, y, z) > 0$, то криволинейный интеграл первого рода $\int_K f(x, y, z) ds$ физически есть масса кривой K , имеющей переменную линейную плотность $\gamma = f(x, y, z)$.

Найти массу M дуги кривой $x = t$, $y = t^2/2$, $z = t^3/3$ ($0 \leq t \leq 1$), линейная плотность которой меняется по закону $\gamma = \sqrt{2y}$.

Задание №6

Численно найти все решения полиномиального уравнения:

$$x^8 + 5x^7 + 3x^5 - 2x^4 - 7x^3 + 9x - 10 = 0.$$

Выполнить проверку.

Задание №7

Решить на отрезке $0; 1$ задачу Коши

$$\frac{d y}{d t} = (4 + \sin(y))(1 + t)$$

с двумя наборами начальных условий:

$$1.) y(0) = 0; \quad 2.) y(0) = 1.$$

Построить таблицу значений решений, при $t = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1.0$. Построить графики.