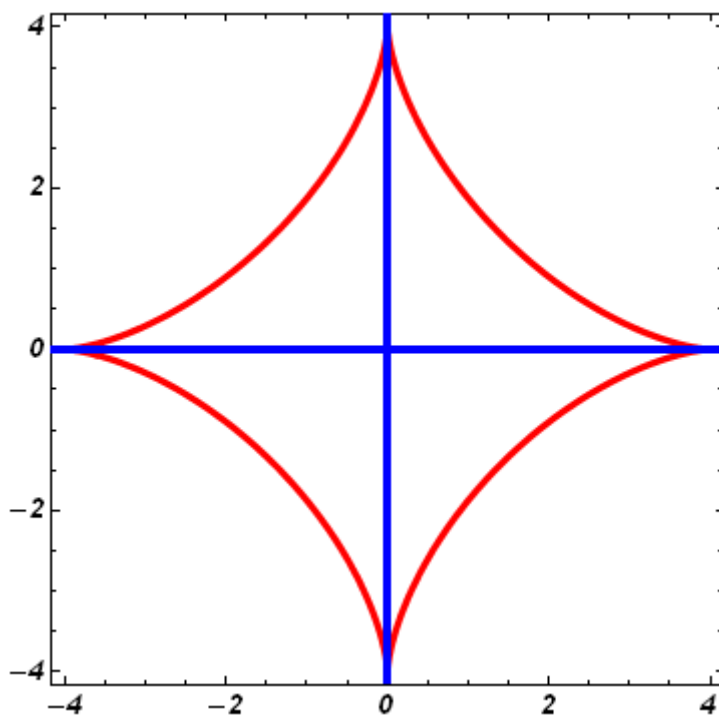


**V Курс**  
**Система компьютерной математики Mathematica**

**Контрольная работа**  
**Вариант № 7**

**Задание №1**

Построить график функции, заданной параметрически  $x(t)=b\cdot\cos^3(t)$ ,  $y(t)=b\cdot\sin^3(t)$ . Значение переменной  $b$  присваивается перед построением ( $b=4$ ). Пример оформления графика показан на Рис. 1.



*Рисунок 1. Пример оформления графика*

**Задание №2**

Условным экстремумом функции  $z=f(x, y)$  называется экстремум этой функции, достигнутый при условии, что переменные  $x$  и  $y$  связаны уравнением  $\varphi(x, y)=0$  (условие связи).

Отыскание условного экстремума можно свести к исследованию на обычный экстремум так называемой функции Лагранжа:

$$u=f(x, y)+\lambda \varphi(x, y),$$

где  $\lambda$  — неопределенный постоянный множитель.

Необходимыми условиями экстремума будут:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} & \equiv \frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \equiv \frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \\ \varphi(y, x) & \equiv 0. \end{cases}$$

Из этой системы трех уравнений можно найти неизвестные  $x$ ,  $y$  и  $\lambda$ . Для того, чтобы найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области, надо:

1. найти стационарные точки, расположенные в данной области, и вычислить значения функции в этих точках;
2. найти наибольшее и наименьшее значения функции на линиях, образующих границу области;

3. из всех найденных значений выбрать наибольшее и наименьшее.

Найти экстремум функции  $z = x y$  при условии, что  $x$  и  $y$  связаны уравнением  $2x + 3y - 5 = 0$ .

### Задание №3

Если кривая  $K$  задана параметрическими уравнениями  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ , где  $t_1 \leq t \leq t_2$ , то криволинейный интеграл второго рода вычисляется по формуле:

$$\int_K P(x, y) dx + Q(x, y) dy = \int_{t_1}^{t_2} (P(x(t), y(t))x'(t) + Q(x(t), y(t))y'(t)) dt$$

Вычислить  $\int_K x^2 y dy - y^2 x dx$ , если  $x = \sqrt{\cos(t)}$ ,  $y = \sqrt{\sin(t)}$  от  $t_1 = 0$  до  $t_2 = \pi/2$ .

### Задание №4

Найдите решение системы уравнений:

$$\begin{cases} (x - 1.2)^2 + (y - 0.6)^2 = 1, \\ 4.2x^2 + 8.8y^2 = 1.42, \end{cases}$$

Для локализации решений воспользуйтесь функцией ContourPlot.

### Задание №5

Для  $t \in [0, 5]$  найти численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' = Ax - Bxy, \\ y' = Cxy - Dy. \end{cases}$$

с коэффициентами:

$$A = 2, \quad B = 0.02, \quad C = 0.0002, \quad D = 0.8,$$

удовлетворяющее таким начальным условиям:

$$\begin{aligned} 1). \quad & x(0) = 3000, \quad y(0) = 120, \\ 2). \quad & x(0) = 5000, \quad y(0) = 100. \end{aligned}$$

Построить графики. Построить таблицу значений функций  $x$  и  $y$  для различных моментов времени  $t$ .