

Контрольная работа
Вариант №13

Задание №1

Написать функцию, которая численно вычисляет значение полинома Лежандра $P_n(x)$ для заданных n в заданных точках x по формуле:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=1}^{[n/2]} \frac{(-1)^k (2(n-k))!}{k!(n-k)!(n-2k)!} x^{n-2k},$$

где $[]$ — целая часть.

Задание №2

Решить систему линейных уравнений, выполнить проверку:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0, \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$

Задание №3

Построить “точный” график функции $y \sin(x) + x \cos(y)$ при изменении переменных x, y в пределах $[-2\pi, 2\pi]$ с шагом 0.3. Пример оформления графика приведен на Рис. 1 на стр. 1.

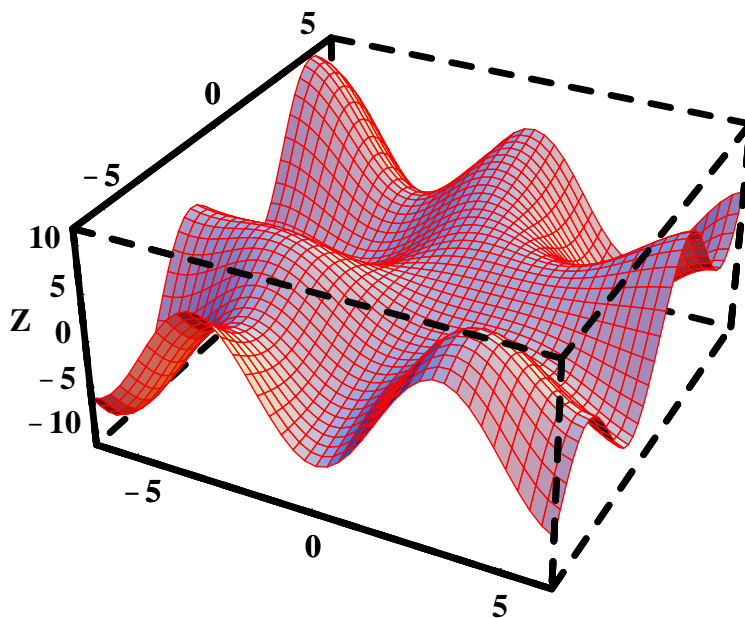


Рис. 1: Пример оформления графика

Задание №4

Найти производную y'_x от неявной функции:

$$x^{y^2} + y^2 \ln(x) - 4 = 0.$$

Задание №5

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{4}x^2, \quad y = 3x - \frac{1}{2}x^2.$$

Задание №6

Численно найти наименьший положительный корень уравнения:

$$5x - 8 \ln(x) - 8 = 0.$$

Выполнить проверку.

Задание №7

Для $t \in [0; 1]$ найти численное и аналитическое решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' &= 2x + 3y, \\ y' &= 2x + y. \end{cases}$$

удовлетворяющее начальным условиям:

$$x(0) = -2.7, \quad y(0) = 2.8.$$

Сравнить результаты численного и аналитического решения для одинаковых значений t . Построить график.