

Контрольная работа
Вариант №8

Задание №1

Написать функцию, которая численно вычисляет значение полинома Эрмита $H_n(x)$ для заданных n в заданных точках x по формуле:

$$H_n(x) = \sum_{k=0}^{[n/2]} \frac{(-1)^k n!}{k!(n-2k)!} (2x)^{n-2k},$$

где $[]$ — целая часть.

Задание №2

Вычислить собственные значения и собственные векторы матрицы A и выполнить проверку.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Задание №3

Построить график функции, заданной уравнением в полярных координатах:

$$\rho(\varphi) = \exp(\cos(\varphi)) - 2 \cos(4\varphi) + \sin^5(\varphi/12).$$

Пример оформления графика приведен на Рис. 1 на стр. 2.

Задание №4

Градиентом функции $z = f(x, y)$ в точке $M(x, y)$ называется вектор, выходящий из точки M и имеющий своими координатами частные производные функции z :

$$\overrightarrow{\text{grad}(z)} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \vec{j}.$$

Найти величину и направление градиента функции $u = \frac{1}{r}$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, в точке $M(x_0, y_0, z_0)$.

Задание №5

Если фигура, ограниченная кривыми $y_1 = f_1(x)$ и $y_2 = f_2(x)$ ($0 \leq f_1(x) \leq f_2(x)$) и прямыми $x = a$, $x = b$, вращается вокруг оси Ox , то объем тела вращения вычисляется по равен:

$$V_x = \pi \int_a^b (y_2^2 - y_1^2) dx.$$

Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: $y^2 = x$, $x^2 = y$. Для построения графика используйте функцию **ImplicitPlot** из пакета расширения системы **Graphics**.

Butterfly

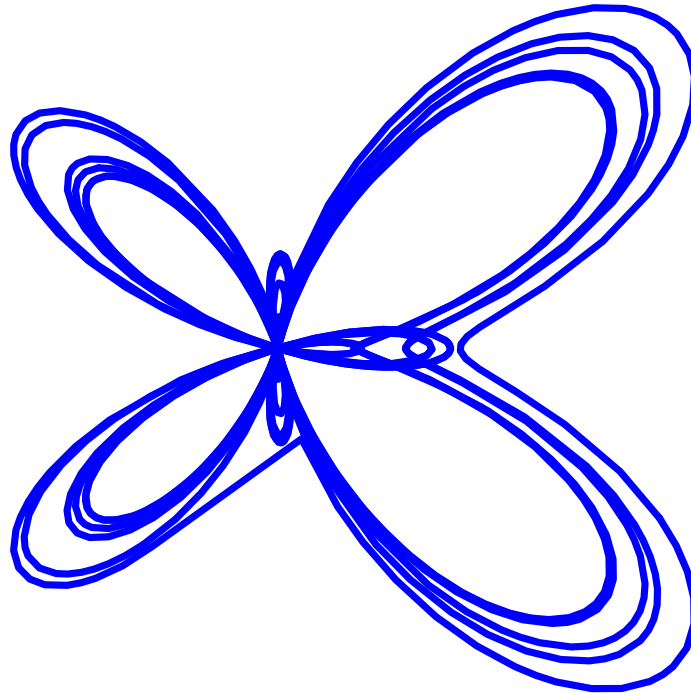


Рис. 1: Пример оформления графика

Задание №6

Численно найти все корни уравнения:

$$x \lg(3x - 1) + e^{2x-1} = 0.$$

Выполнить проверку.

Задание №7

Для $t \in [0; 3]$ найти численные решения граничной задачи:

$$x'' = -5x' - 6x + te^{-2t} + 3.9 \cos(3t)$$

удовлетворяющее начальным условиям:

$$x(0) = 0.95, \quad x(3) = 0.15.$$

Построить таблицу значений $x(t)$. Построить график.