

V Курс
Система компьютерной математики Mathematica

Контрольная работа
Вариант № 5

Задание №1

Построить график разрывной функции, заданной уравнениями:

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & x < 0 \\ x^2 - x & x \in [0, 1] \\ x^2 - \sin(\pi x^2) & x > 1 \end{cases}$$

в диапазоне $x \in [-\pi, 1.5]$. Пример оформления графика приведен на Рис. 1.

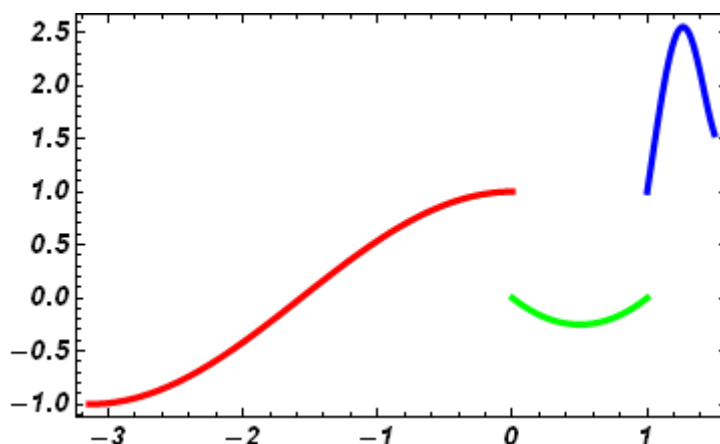


Рисунок 1. Пример оформления графика

Задание №2

Касательная к кривой $y = f(x)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$ задается уравнением:

$$y - y_0 = y'_0 \cdot (x - x_0),$$

где y'_0 — это значение производной y' в точке $M_0(x_0, y_0)$.

Нормаль задается уравнением

$$y - y_0 = -\frac{1}{y'_0} \cdot (x - x_0).$$

Составить уравнения касательной и нормали к циклоиде $x = t - \sin(t)$, $y = 1 - \cos(t)$, проведенных в точке, для которой $t = \pi/2$. Построить график.

Задание №3

Вычислить $\iint_D (x - y) \, dx \, dy$, если область D ограничена линиями: $y = 2 - x^2$, $y = 2x - 1$. Нарисовать график.

Задание №4

Найти решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2 - xy - 5x + 1 = 0, \\ x + 3 \lg(x) - y^2 = 0. \end{cases}$$

Для локализации корней воспользуйтесь функцией ContourPlot.

Задание №5

Получить аналитическое решение дифференциального уравнения

$$y' = 3y + 3t.$$

Получить зависимость константы интегрирования от начального условия $y(0)$. Получить аналитические решения уравнения при:

1). $y(0)=0$;

2). $y(0)=1$;

3). $y(0)=2$.

Построить график решений для $t \in [0, 1]$.