

**Контрольная работа**  
**Вариант №12**

**Задание №1**

Вычислить значение интеграла Френеля в заданных точках  $x$  ( $|x| \leq 2.55$ ) по формуле:

$$S(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2k+1} x^{4k+3}}{(2k+1)!(4k+3)}.$$

**Задание №2**

Задана матрица  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислить определитель матрицы, составленной следующим образом:

$$\begin{pmatrix} A & A^3 \\ -A & A \end{pmatrix}$$

**Задание №3**

Поверхность задана уравнением  $f(x, y) = y^2 \sin(x) + x^2 \cos(y)$ . Построить ее график при  $x, y \in [-2\pi; 2\pi]$ . Пример оформления графика приведен на Рис. 1 на стр. 1.

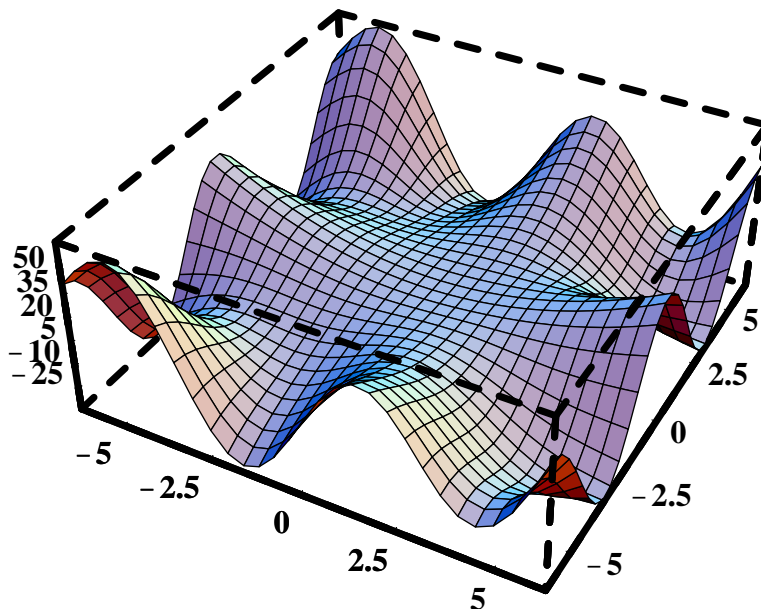


Рис. 1: Пример оформления графика

#### Задание №4

Касательная к кривой  $y = f(x)$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$  имеет уравнение

$$y - y_0 = y'_0(x - x_0),$$

где  $y'_0$  есть значение производной  $y'$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$ .

Нормаль имеет уравнение

$$y - y_0 = -\frac{1}{y'_0}(x - x_0).$$

Составить уравнения касательной и нормали к полукубической параболе  $x = t^2$ ,  $y = t^3$ , проведенных в точке, для которой  $t = 2$ . Построить график.

#### Задание №5

Если кривая задается параметрическими уравнениями  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ,  $(t_1 \leq t \leq t_2)$ , то площадь поверхности вращения вычисляется по формуле:

$$S_x = 2\pi \int_{t_1}^{t_2} y \sqrt{(x')^2 + (y')^2} dt.$$

Найти площадь поверхности, образованных вращением вокруг оси  $Ox$ , дуг кривых:  $x = t - \sin(t)$ ,  $y = 1 - \cos(t)$  (одной арки).

#### Задание №6

Найти решение системы уравнений:

$$\begin{cases} e^{x^2-1-y} - x^2 - (y+a)^2 &= -0.4, \\ x^2 + y^2 &= k, \end{cases}$$

где  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $a = 0.1$ ,  $b = 0.4$ . Для локализации корня используйте функцию **ImplicitPlot** из пакета расширения системы **Graphics**.

#### Задание №7

Для  $t \in [0; 4]$  найти численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' &= -3x - 2y - 2xy^2, \\ y' &= 2x - y + 2y^3. \end{cases}$$

удовлетворяющее начальным условиям:

$$x(0) = 0.8, \quad y(0) = 0.6.$$

Построить график. Построить таблицу значений функций  $x$  и  $y$  при  $t = 0, 0.2, 0.4, \dots, 4.0$ .