

V Курс
Система компьютерной математики Mathematica

Контрольная работа
Вариант № 12

Задание №1

Поверхность задана уравнением $f(x, y) = y^2 \sin(x) + x^2 \cos(y)$. Построить ее график при $x, y \in [-2\pi, 2\pi]$. Пример оформления графика приведен на Рис. 1.

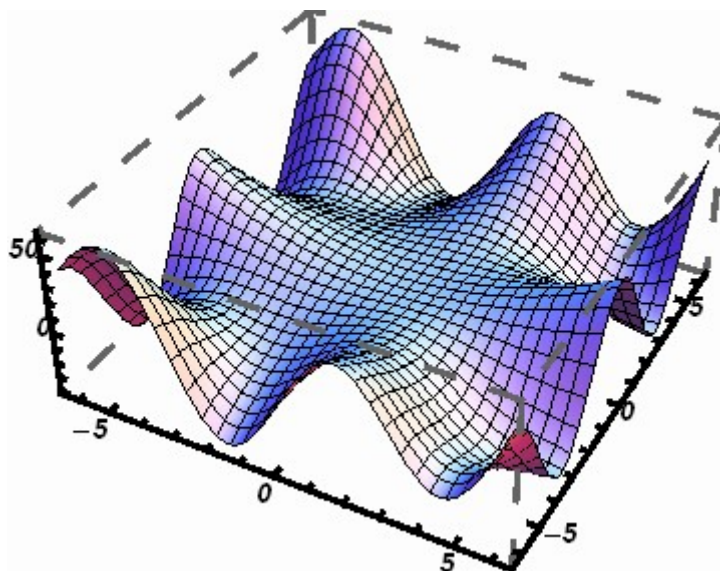


Рисунок 1. Пример оформления графика

Задание №2

Касательная к кривой $y = f(x)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$ задается уравнением:

$$y - y_0 = y'_0 \cdot (x - x_0),$$

где y'_0 — это значение производной y' в точке $M_0(x_0, y_0)$.

Нормаль задается уравнением

$$y - y_0 = -\frac{1}{y'_0} \cdot (x - x_0).$$

Составить уравнения касательной и нормали к полукубической параболе $x = t^2$, $y = t^3$, проведенных в точке, для которой $t = 2$. Построить график.

Задание №3

Если кривая задается параметрическими уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$, $(t_1 \leq t \leq t_2)$, то площадь поверхности вращения вычисляется по формуле:

$$S_x = 2\pi \int_{t_1}^{t_2} y \sqrt{(x')^2 + (y')^2} dt.$$

Найти площадь поверхности, образованных вращением вокруг оси Ox , дуги кривой: $x = t - \sin(t)$, $y = 1 - \cos(t)$ (одной арки).

Задание №4

Найти решение системы уравнений:

$$\begin{cases} e^{x^2-1-y}-x^2-(y+a)^2 &= -0.4, \\ x^2+y^2 &= k, \end{cases}$$

где $x>0$, $y>0$, $a=0.1$, $b=0.4$. Выполните проверку. Для локализации корня используйте функцию ContourPlot.

Задание №5

Для $t \in [0, 4]$ найти численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' &= -3x - 2y - 2xy^2, \\ y' &= 2x - y + 2y^3. \end{cases}$$

удовлетворяющее начальным условиям:

$$x(0)=0.8, \quad y(0)=0.6.$$

Построить график. Построить таблицу значений функций x и y при $t=0, 0.2, 0.4, \dots, 4.0$.