

Контрольная работа
Вариант №4

Задание №1

Вычислить значение суммы в заданных точках x ($\pi/20 < x < \pi$) и N по формуле:

$$S_N = \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \frac{k \sin(kx)}{k^2 + 1}$$

Сравнить со значениями функции $f(x) = \pi/2 \operatorname{sh}(x)/\operatorname{sh}(\pi)$ в тех же точках.

Задание №2

Решить систему линейных уравнений, выполнить проверку:

$$\begin{cases} 24x_1 - 38x_2 + 46x_3 = 26, \\ 60x_1 + \lambda x_2 + 115x_3 = 65, \\ 84x_1 - 133x_2 + 161x_3 = 91 \end{cases}$$

Задание №3

На одном графике построить график функции $J_1(x)$ и набор точек, соответствующих значениям функции при $x \in [0; 10]$ и изменяющемся с шагом 0.2. Промежуточные графики не должны отображаться в тексте документа. Пример оформления графика приведен на Рис. 1 на стр. 1.

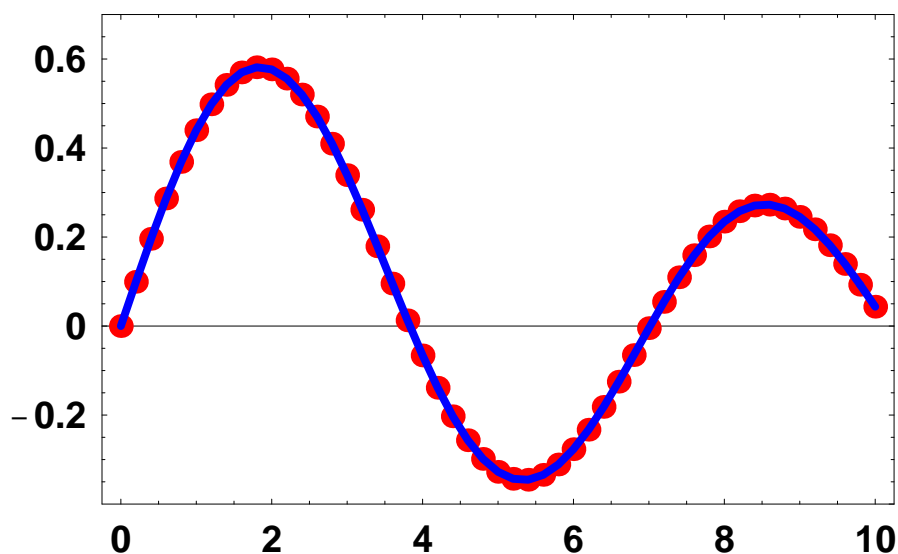


Рис. 1: Пример оформления графика

Задание №4

Углом между кривыми $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$ в точке их пересечения $M_0(x_0, y_0)$ называется угол между касательными к этим кривым в точке M_0 . Угол этот находится по формуле:

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{f_2'(x_0) - f_1'(x_0)}{1 + f_1'(x_0)f_2'(x_0)}.$$

Найти угол пересечения парабол $y = 8 - x^2$ и $y = x^2$.

Задание №5

Используя определение несобственного интеграла:

$$\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x) dx.$$

вычислить интеграл:

$$\int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{x^2}.$$

Задание №6

Аналитически получить все решения полиномиального уравнения:

$$x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0.$$

Выполнить проверку.

Задание №7

Для $t \in [0; 2]$ найти численные решения граничной задачи:

$$x'' = -4x' - 4x + 5 \cos(4t) + \sin(2t)$$

удовлетворяющее начальным условиям:

$$x(0) = 0.75, \quad x(2) = 0.25.$$

Построить таблицу значений $x(t)$. Построить график.