V Курс

Система компьютерной математики Mathematica 4.0

Контрольная работа

Вариант №7

Задание №1

Написать функцию, которая для заданных значений x и n численно вычисляет выражение:

$$\prod_{k=1}^{n} \frac{(1-x)^{k+1}+1}{((k-1)!+1)^2}.$$

Задание №2

Найти значение многочлена $P(t)$, записанного в в виде детерминанта:

$$\begin{vmatrix} 3-t & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3-t & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3-t & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3-t & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3-t & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3-t \end{vmatrix}$$

при различных значениях t ($t = 2, 3, 4$).

Задание №3

Построить график функции, заданной параметрически $x(t) = b \cdot \cos^3(t)$, $y(t) = b \cdot \sin^3(t)$. Значение переменной b присваивается перед построением ($b = 4$). Пример оформления графика приведен на Рис. 1 на стр. 1.

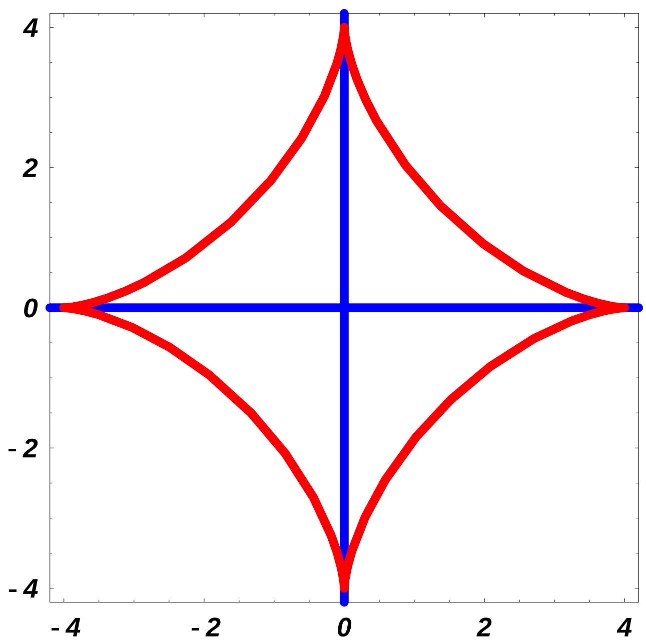

Рис. 1: Пример оформления графика

Задание №4

Условным экстремум функции $z = f(x, y)$ называется экстремум этой функции, достигнутый при условии, что переменные x и y связаны уравнением $\varphi(x, y) = 0$ (условие связи).

Отыскание условного экстремума можно свести к исследованию на обычный экстремум так называемой функции Лагранжа

$$u = f(x, y) + \lambda\varphi(x, y),$$

где λ — неопределенный постоянный множитель.

Необходимыми условиями экстремума будут:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} \equiv \dfrac{\partial f}{\partial x} + \lambda\dfrac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} \equiv \dfrac{\partial f}{\partial y} + \lambda\dfrac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \\ \varphi(x, y) = 0. \end{cases}$$

Из этой системы трех уравнений можно найти неизвестные x, y и λ. Для того, чтобы найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области, надо:

1. найти стационарные точки, расположенные в данной области, и вычислить значения функции в этих точках;
2. найти наибольшие и наименьшие значения функции на линиях, образующих границу области;
3. из всех найденных значений выбрать наибольшее и наименьшее.

Найти экстремум функции $z = xy$ при условии, что x и y связаны уравнением $2x+3y-5 = 0$.

Задание №5

Если кривая K задана параметрическими уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$, где $t_1 \leq t \leq t_2$, то криволинейный интеграл второго рода вычисляется по формуле:

$$\int\limits_K P(x, y)dx + Q(x, y)dy = \int\limits_{t_1}^{t_2} \Big(P\big(x(t), y(t)\big)x'(t) + Q\big(x(t), y(t)\big)y'(t)\Big)\, dt$$

Вычислить $\int\limits_K x^2y\, dy - y^2x\, dx$, если $x = \sqrt{\cos(t)}$, $y = \sqrt{\sin(t)}$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \pi/2$.

Задание №6

Найти решение системы уравнений:

$$\begin{cases} (x - 1.2)^2 + (y - 0.6)^2 = 1, \\ 4.2x^2 + 8.8y^2 = 1.42. \end{cases}$$

Для локализации корня используйте функцию **ImplicitPlot** из пакета расширения системы **Graphics**.

Задание №7

Для $t \in [0; 5]$ найти численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' &= Ax - Bxy, \\ y' &= Cxy - Dy. \end{cases}$$

с коэффициентами:

$$A = 2, \qquad B = 0.02, \qquad C = 0.0002, \qquad D = 0.8.$$

удовлетворяющее двум наборам начальных условий:

$$x(0) = 3000, \qquad y(0) = 120,$$

$$x(0) = 5000, \qquad y(0) = 100.$$

Построить графики. Построить таблицу значений функций x и y для различных моментов времени t.