

V Курс
Система компьютерной математики Mathematica

Контрольная работа
Вариант № 10

Задание №1

Графическим образом локализовать корни уравнения $3 - 3x - 7x^2 - x^3 + 2x^4 = 0$. Пример оформления графика приведен на Рис. 1.

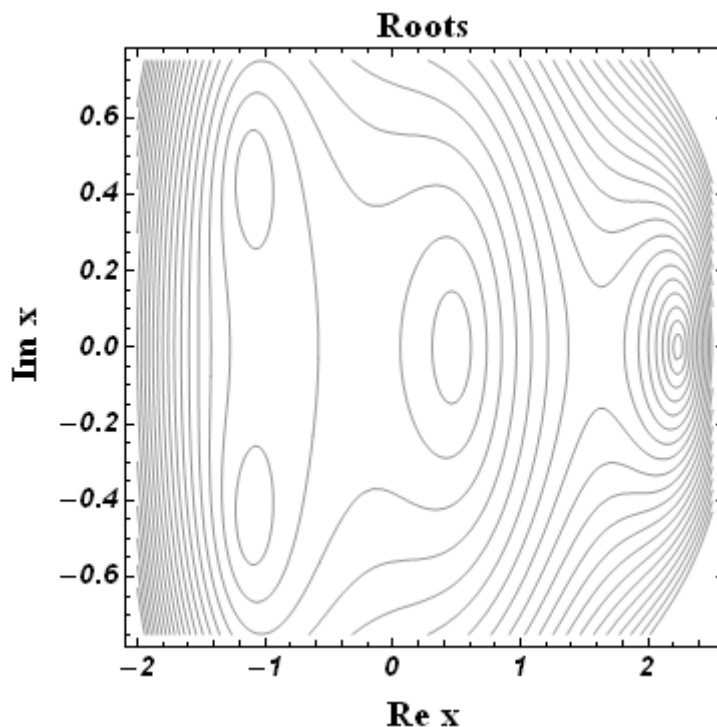


Рисунок 1. Пример оформления графика

Задание №2

Показать, что функция $z = y \ln(x^2 - y^2)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}.$$

Задание №3

Если гладкая кривая задана в полярных координатах уравнением $\rho = \rho(\theta)$ ($\alpha \leq \theta \leq \beta$), то длина дуги равна:

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\rho^2 + (\rho')^2} d\theta.$$

Найти длину дуги кривой $\rho = \sin^3(\theta/3)$ от $\theta_1 = 0$ до $\theta_2 = \pi/2$.

Задание №4

Найти решение системы уравнений:

$$\begin{cases} e^{xy} - x^2 + y &= a, \\ (x + 0.5)^2 + y^2 &= k, \end{cases}$$

где $a = 1.3$, $b = 0.7$. Для локализации корня используйте функцию ContourPlot.

Задание №5

Получить аналитическое решение дифференциального уравнения

$$y' + y = t^2.$$

Получить зависимость константы интегрирования от начального условия $y(0)$. Получить аналитические решения уравнения при:

$$1.) y(0)=0; \quad 2.) y(0)=1 \quad 3.) y(0)=2.$$

Построить график для $t \in [0, 2]$.