

Mathematica 4.2

Занятие №3

20 октября 2008 г.

Аннотация

На первом занятии необходимо познакомиться с графическими возможностями системы. Необходимо рассмотреть основные графические функции двумерной и трехмерной графики. Познакомится с основными возможностями их настройки.

2D графика

Графики функций

Задание №1

Построить график функции, заданной формулой

$$f(x) = \sin(7x) \cdot \exp(-(x-2)^2).$$

Оформить его согласно примеру (файл Fig1.eps).

Задание №2

Графическим способом локализовать корни уравнения $3 * \cos(x) - \log(x) = 0$. Пример выполнения — файл Fig2_5.eps.

Задание №3

На одном графике отобразить две функции, заданные формулами: $y_1(x) = \sin(x)$ и $y_2(x) = \cos(x)$. Оформить график, как показано на рисунке в файле Fig6.eps.

Задание №4

Касательная как предельное положение секущей. Постройте совместные графики функции $f(x) = \sin(x)$, касательной к графику этой функции в точке $x = 1.0$ и пяти секущих, проходящих через точку $(1.0, f(1.0))$ и точки $(1.0 - j0.04, f(1.0 - j0.04))$, $j = 1, 2, 3, 4, 5$ на интервале от -1.0 до 2.5 . Окрасьте график функции $f(x)$ в синий, касательную в красный и секущие в зеленый цвета. Подберите толщину кривых так, чтобы рисунок был наиболее выразителен. Оформить график, как показано на рисунке в файле Fig7.eps.

Точечные графики

Задание №5

Задан одномерный набор данных $\{-1.3, 0.1, 3.0, 5.0, 4.5, 2.0, -3.0\}$, представляющий собой среднюю температуру с воскресенья по субботу. Построить точечный график изменения температуры за неделю. Оформить график, как показано на рисунке в файле Fig8.eps.

Задание №6

Отобразить 5000 точек, x и y координаты которых представляют собой случайные числа, равномерно распределенные в диапазоне $[0, 1]$. Оформить график, как показано на рисунке в файле Fig9.eps.

Задание №7

Построить точечный график функции $\sin(x) \exp(-x)$. Точки, которые необходимо отобразить на графике расположены в диапазоне $[0, 6]$ с шагом 0.2. Оформить график, как показано на рисунке в файле Fig10.eps.

Задание №8

Задан диапазон значений для переменной – аргумента $x = 0, 0.2, \dots, 5.8, 6$. По списку – аргументу создать таблицу значений функции $f(x) = \sin(x) \cdot \exp(-\cos(x))$ и построить точечный график, соединив точки линиями. Оформить график, как показано на рисунке в файле Fig11.eps.

Комбинированные графики

Задание №9

Задано две функции $f(z) = \cos(z) \log(z)$ и $z(t) = \exp(it)$. Построить график функции $\text{Im}(f(z(x)))$ в точках $x = 0.0, 0.2, \dots, 2\pi$. На графике должны быть отображены точки и линии, их соединяющие. Оформить график, как показано на рисунке в файле Fig12.eps.

Задание №10

Функция задана следующим уравнением

$$f(x) = \begin{cases} x^{-2} & \text{при } x \leq -1 \\ x^2 & \text{при } -1 < x < 2 \\ 4 & \text{при } x \geq 2 \end{cases}$$

Построить график данной функции для $x \in [-3, 3]$. Оформить график, как показано на рисунке в файле Fig13.eps.

Задание №11

Функция задана следующим уравнением

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ x^2 - x + 0.5 & \text{при } 0 < x < 1 \\ x^2 - \sin(\pi x^2) & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

Построить график данной функции для $x \in [-2, 2]$. Оформить график, как показано на рисунке в файле Fig14.eps.

Примитивы двумерной графики

Задание №12

Используя “примитивы” двумерной графики создать рисунок, аналогичный рисунку в файле Fig15.eps.

Графики параметрически заданных функций

Задание №13

Построить график параметрически заданной функции $x = \cos(3t)$, $y = \sin(2t)$ и оформить согласно рисунку в файле Fig16.eps.

Задание №14

Функция задана в параметрической форме $x = a \cdot \cos^2(t) + b \cdot \cos(t)$, $y = a \cdot \cos(t) \cdot \sin(t) + b \cdot \sin(t)$. На одном графике построить графики функции со следующими параметрами: $a_1 = 6$, $b_1 = 15$; $a_2 = 6$, $b_2 = 8$; $a_3 = 6$, $b_3 = 3$ и оформить согласно примеру (рисунок в файле Fig17.eps).

Задание №15

Нарисовать график функции, заданной уравнением в полярных координатах $\rho = 3 \cdot \operatorname{Re} \left(\sqrt{2 \cdot \cos(2 \cdot t)} \right)$ и оформить согласно примеру (рисунок в файле Fig18.eps).

3D графика

Контурные графики

Задание №16

Графическим способом локализовать все корни уравнения

$$x^3 - 2x^2 + 3 = 0$$

Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig19.eps.

Задание №17

Построить контурный график по точкам функции, заданной уравнением $f(x, y) = x \sin(2y) + y \sin(3x)$, если переменные $x, y \in [-\pi, \pi]$ и изменяются с шагом 0.1. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig20.eps.

Задание №18

Построить контурный график по точкам функции, заданной уравнением $f(x, y) = x^3 + y^3$, если переменные $x, y \in [-2, 2]$, и изменяются с шагом 0.1. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig21.eps.

Графики плотности

Задание №19

Построить график плотности по точкам функции, заданной уравнением $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$, если переменные $x, y \in [-3, 3]$. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig22.eps.

Задание №20

Построить график плотности по точкам функции, заданной уравнением $f(x, y) = \sin(x) \cos(y)$, если переменные $x, y \in [-3, 3]$. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig23.eps.

Задание №21

Построить график плотности по точкам функции, заданной уравнением $f(x, y) = \sin(x^{5.3}/42) + \cos(y^{4.8}/47)$, если переменная $x \in [0, 4.78]$, а переменная $y \in [0, 5.76]$. Переменные изменяются с шагом 0.2. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig24.eps.

Построение поверхностей по формулам

Задание №22

Построить график трехмерной поверхности, заданной формулой: $f(x, y) = \log(x^2 + y^2) \sin(x^2 - y^2)$. Переменные $x, y \in [-1, 1]$. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig25.eps.

Задание №23

Построить график трехмерной поверхности, заданной формулой: $f(x, y) = \operatorname{Im}(\sec(x + iy))$, если переменная $x \in [-3, 6]$, а переменная $y \in [-2, 2]$. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig26.eps.

Задание №24

Построить график трехмерной поверхности, заданной формулой: $f(x, y) = \sin(xy)$. Переменные $x, y \in [-3, 3]$. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig27.eps.

Построение поверхностей по точкам

Задание №25

Построить график трехмерной поверхности, заданной формулой: $f(x, y) = \sin(xy)$ по точкам. Точки имеют координаты $x, y \in [0, 1.5\pi]$. Координата x изменяется с шагом 0.1, а координата y — с шагом 0.2. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig28.eps.

Задание №26

Построить график трехмерной поверхности, заданной формулой: $f(x, y) = \sin(x) \cos(y)$ по точкам. Точки имеют координаты $x, y \in [-\pi, \pi]$. Координаты x и y изменяются с шагом 0.1. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig29.eps.

Задание №27

Построить график трехмерной поверхности, заданной формулой: $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2) / \sqrt{x^2 + y^2}$ по точкам. Точки имеют координаты $x, y \in [-\pi, \pi]$. Координаты x и y изменяются с шагом 0.1. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig30.eps.

Графики параметрически заданных функций

Задание №28

Функция задана параметрически уравнениями: $x(t) = \cos(t)$, $y(t) = \sin(t)$, $z(t) = t/3$. Построить ее график при $t \in [0, 15]$. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig31.eps.

Задание №29

Построить график трехмерной поверхности, параметрически заданной уравнениями:

$$\begin{cases} x(u, v) = (2 + \cos(v/2) \sin(u) - \sin(v/2) \sin(2u)) \cos(v), \\ y(u, v) = (2 + \cos(v/2) \sin(u) - \sin(v/2) \sin(2u)) \sin(v), \\ z(u, v) = \sin(v/2) \sin(u) + \cos(v/2) \sin(2u), \end{cases}$$

. Построить график поверхности, если $u, v \in [0, 2\pi]$. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig32.eps.

Задание №30

Построить график трехмерной поверхности с вырезом. Поверхность задана параметрически при помощи уравнений:

$$\begin{cases} x(u, v) = \cos(u) \cos(v), \\ y(u, v) = \sin(u) \cos(v), \\ z(u, v) = \sin(v), \end{cases}$$

Построить график поверхности ($u \in [6, 2\pi + 5]$, $v \in [-\pi/2, \pi/2]$). Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig33.eps.

Задание №31

Построить на одном графике две трехмерные поверхности. Поверхности заданы параметрически при помощи уравнений:

$$\begin{cases} x_1(u, v) = 4.8 \sin(u), \\ y_1(u, v) = 4.8 \cos(u), \\ z_1(u, v) = v, \end{cases} \quad \begin{cases} x_2(u, v) = v, \\ y_2(u, v) = 2.8 \sin(u), \\ z_2(u, v) = 2.8 \cos(u), \end{cases}$$

Построить график поверхностей, если $u, v \in [-2\pi, 2\pi]$. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig35.eps.

Комбинированные графики

Задание №32

Построить комбинированный график двух трехмерных, параметрически заданных поверхностей. Первая поверхность задана уравнениями: $x(u, v) = v \sin(u)$, $y(u, v) = v \cos(u)$, $z(u, v) = u$. Параметр $u \in [0, 12]$, а параметр $v \in [-1.5, 1.5]$. Вторая поверхность задана уравнениями: $x(u, v) = \cos(u)(2 + \cos(v))$, $y(u, v) = \sin(u)(2 + \cos(v))$, $z(u, v) = 6 + \sin(v)$. Для построения этой поверхности $u \in [0, 2\pi - 1]$, а $v \in [0, 2\pi]$. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig36.eps.

Примитивы трехмерной графики

Задание №33

При помощи “примитивов” трехмерной графики нарисовать 80 маленьких кубиков, случайным образом расположенных в большом кубе. Пример оформления графика показан на рисунке в файле Fig37.eps.

Специальные возможности

Анимация

Задание №34

Создать анимационный график функции $f(x) = n \sin(x)/x$. Переменная $x \in [-15, 15]$, а параметр $n \in [0.1, 1.0]$ и меняется с шагом 0.05. Пример оформления анимационного графика показан на рисунке в файле *Annim.nb*.

Задание №35

Создать анимационный график касательной к функции $f(x) = x \sin(x)$ при $x \in [0, 15]$. Касательная касается графика функции $f(x)$ в точках $x_0 \in [2, 14]$ с шагом 0.1. Пример оформления анимационного графика показан на рисунке в файле *Annim.nb*.