

3. Программа курса « Теоретическая механика»

Смысловой модуль 1. Описание механических систем методами Ньютона и Лагранжа.

Тема 1. Обобщенные координаты и связи.

Пределы применимости классической механики.

Описание материальной точки (частицы).

Обобщенные координаты.

Степени свободы физической системы.

Связи голономные, неголономные и склерономные, реномные.

Описание системы N материальных точек (частиц) без связей и со связями.

Тема 2 .Механические системы.

Принцип причинности в физике.

Начальные условия для материальной точки.

Полный набор физической системы.

Законы Ньютона.

Определение механической системы.

Функция Лагранжа механической системы.

Тема 3.Принцип наименьшего действия.

Принцип наименьшего действия.

Уравнение Лагранжа.

Эквивалентные функции Лагранжа.

Свойство аддитивности для функции Лагранжа невзаимодействующих механических систем.

Функция Лагранжа механической системы во внешнем поле.

Тема 4.Интегралы движения.

Определение обобщенного импульса и обобщенной силы. Обобщенное уравнение Ньютона.

Циклическая координата. Сохранение импульса, который отвечает (канонически сопряженный) циклической координате.

Определение интегралов движения механической системы.

Однородность времени.

Обратимость эволюции (движения) механической системы, когда время однородно.

Число независимых интегралов движения для механической системы с s степенями свободы, когда время однородно.

Определение энергии механической системы. Сохранение энергии при однородности времени.

Условие аддитивности энергии.

Смысловой модуль 2. Применение общей теории Лагранжа для описания материальных точек.

Тема 5. Инерциальные системы отсчета.

Определение инерциальной системы отсчета.

Преобразование и принцип относительности Галилея.

Функция Лагранжа, импульс и энергия свободной материальной точки.

Тема 6. Функция Лагранжа системы материальных точек.

Функция Лагранжа, импульс и энергия материальной точки во внешнем поле.

Второй закон Ньютона для материальной точки во внешнем поле.

Функция Лагранжа, импульс и энергия материальной точки с голономными связями.

Функция Лагранжа математического маятника в поле силы тяжести.

Малые колебания математического маятника.

Функция Лагранжа, импульс и энергия замкнутой системы материальных точек.

Функция Лагранжа системы материальных точек во внешнем поле.

Второй закон Ньютона для системы материальных точек во внешнем поле.

Функция Лагранжа, импульс и энергия системы материальных точек с голономными связями.

Тема 7. Законы сохранения.

Сохранение полного импульса замкнутой системы материальных точек в однородном пространстве.

Третий закон Ньютона.

Сохранение компоненты импульса в направлении пространственной однородности.

Сохранение момента импульса в изотропном пространстве.

Сохранение проекции момента импульса на ось симметрии пространства.

Тема 8. Преобразования энергии, импульса и момента.

Преобразование импульса при переходе от одной инерциальной системы к другой.

Система центра инерции.

Энергия системы материальных точек в различных инерциальных системах отсчета, которые движутся относительно друг друга. Внутренняя энергия.

Преобразование момента импульса при смещении и относительном движении инерциальных систем отсчета.

Тема 9. Механическое подобие и вириальная теорема.

Определение подобных движений механической системы.

Механическое подобие, когда потенциальная энергия является однородной функцией координат.

Третий закон Кеплера.

Соотношение между средними по времени значениями кинетической и потенциальной энергии, которая является однородной функцией координат, при движении в ограниченной области пространства (Вириальная теорема).

Смысловой модуль 3. Интегрирование уравнений движения.

Тема 10. Одномерное движение и задача двух тел.

Интегрирование уравнения движения механической системы с одной степенью свободы, когда время однородно.

Сведение задачи двух тел к движению одного тела с приведенной массой в центральном поле.

Тема 11. Движение в центральном поле.

Число степеней свободы при движении частицы в центральном поле.

Функция Лагранжа частицы в центральном поле.

Интегрирование уравнений движения в центральном поле.

Условие замкнутости траектории в центральном поле.

Симметрия траектории в центральном поле.

Центробежная энергия частицы в центральном поле. Условие проникновения частицы в центр поля.

Тема 12. Задача Кеплера.

Движение частицы в потенциальном поле, энергия которого обратно пропорциональна расстоянию до центра поля (Задача Кеплера).

Получение уравнения траектории в таком поле (уравнение конического сечения).

Условия движения по эллипсу, гиперболе и параболе.

Смысловый модуль 4. Рассеяние, столкновение и распад частиц.

Тема 13. Рассеяние частиц.

Рассеяние частиц. Угол рассеяния.

Прицельное расстояние и эффективное сечение рассеяния.

Рассеяние частиц в кулоновском поле. Формула Резерфорда.

Тема 14. Упругие столкновения и распад частиц.

Упругие столкновения частиц.

Соотношение между конечными и начальными значениями скорости в системе центра инерции и в лабораторной системе координат.

Распад одной частицы на две. Импульсы и скорости образовавшихся частиц.

Распад частиц на более чем две части. Верхний предел кинетической энергии, которую может иметь образовавшаяся при распаде частица.

Смысловый модуль 5. Малые колебания.

Тема 15. Свободные одномерные колебания.

Положение равновесия механической системы. Устойчивое и неустойчивое положение равновесия.

Уравнения, определяющие положение устойчивого и неустойчивого равновесия механической системы с одной степенью свободы.

Функция Лагранжа и уравнение одномерного движения механической системы вблизи положения равновесия.

Свободные одномерные колебания вблизи точки устойчивого равновесия и движение механической системы вблизи точки неустойчивого равновесия.

Тема 16. Вынужденные колебания.

Функция Лагранжа и уравнение одномерного движения механической системы вблизи положения устойчивого равновесия при наличии внешнего поля.

Общее решение, которое описывает вынужденные колебания.

Периодическое внешнее поле. Резонанс.

Биение при вынужденных колебаниях.

Тема 17. Колебания системы со многими степенями свободы.

Уравнения, определяющие положения устойчивого и неустойчивого равновесия системы со многими степенями свободы.

Система уравнений, которая описывает малые колебания механической системы со многими степенями свободы вблизи положения равновесия и ее решение.

Нормальные (главные) координаты.

Решение задачи о вынужденных колебаниях с помощью нормальных координат.

Тема 18. Затухающие колебания.

Уравнение Лагранжа для системы с одной степенью свободы при наличии силы трения.

Затухающие колебания. Аперриодическое затухание.

Уравнения Лагранжа для системы со многими степенями свободы при наличии силы трения.

Диссипативная функция и скорость изменения энергии системы за счет трения.

Уравнения малых колебаний системы со многими степенями свободы при

наличии трения и их решение.

Тема 19. Вынужденные колебания при наличии трения.

Уравнение вынужденных колебаний системы с одной степенью свободы при наличии трения и его решение для случая периодической внешней силы.

Колебания вблизи резонанса при наличии трения.

Поглощение энергии при установившихся колебаниях.

Дисперсионная зависимость поглощения от частоты.

Смысловый модуль 6. Твердое тело. Неинерциальные системы отсчета.

Тема 20. Поступательное движение и угловая скорость твердого тела.

Описание твердого тела в механике.

Скорость движения точек твердого тела как функция скорости поступательного движения и угловой скорости.

Скорость поступательного движения и угловая скорость в разных системах отсчета, жестко связанных с твердым телом.

Тема 21. Функция Лагранжа и уравнения движения твердого тела.

Функция Лагранжа твердого тела.

Определение тензора инерции. Тензор инерции тела вращения.

Момент импульса твердого тела.

Уравнения движения твердого тела.

Тема 22. Углы Эйлера и симметричный волчок.

Углы Эйлера.

Угловая скорость как функция углов Эйлера и их производных по времени.

Свободное движение симметричного волчка. *Тема 23.*

Движение в неинерциальной системе отсчета.

Неинерциальные системы отсчета.

Функция Лагранжа материальной точки в неинерциальной системе отсчета.

Ускорение частицы в неинерциальной системе отсчета. Сила Кориолиса и центробежная сила.

Энергия, импульс и момент в неинерциальной системе отсчета.

Смысловой модуль 7. Основы механики Гамильтона.

Тема 24. Уравнения Гамильтона.

Отличие метода Гамильтона от метода Лагранжа.

Преобразование Лежандра.

Функция Гамильтона (Гамильтониан).

Канонические уравнения Гамильтона. Сохранение энергии.

Тема 25. Функции Гамильтона, Лагранжа и Рауса.

Функция Гамильтона математического маятника в поле силы тяжести.

Функция Гамильтона материальной точки во внешнем поле в декартовых и сферических координатах.

Переход от формализма Гамильтона к формализму Лагранжа с помощью преобразования Лежандра.

Функция Рауса.

Тема 26. Канонические преобразования.

Преимущество метода Гамильтона при наличии циклических координат.

«

Получение канонических уравнений Гамильтона исходя из вариационного принципа.

Канонические преобразования. Производящие функции.

Тема 27. Траектория в фазовом пространстве движения вблизи точки устойчивого равновесия.

Определение фазового пространства механической системы с s степенями свободы.

Уравнения, которые определяют точки равновесия механической системы в фазовом пространстве.

Движение механической системы с одной степенью свободы вблизи точки устойчивого равновесия. Траектория в фазовой плоскости этого движения.

Тема 28. Теорема Лиувилля и скобки Пуассона.

Сохранение фазового объема при канонических преобразованиях (Общая теорема Лиувилля).

Сохранение фазового объема при эволюции (движении) механической системы (Частная теорема Лиувилля).

Определение скобок Пуассона. Запись полной производной по времени от функции координат, импульсов и времени с помощью скобок Пуассона.

Основные свойства скобок Пуассона. Теорема Пуассона.

Скобки Пуассона для координат и импульсов.

Запись канонических уравнений с помощью скобок Пуассона.

Смысловой модуль 8. Метод Гамильтона - Якоби.

Тема 29. Уравнение Гамильтона - Якоби.

Уравнение Гамильтона-Якоби. Производящая функция канонического преобразования к постоянным значениям координат и импульсов. Действие, как функция времени.

Укороченное уравнение Гамильтона - Якоби, когда время однородно.

Производящая функция преобразования к циклическим координатам и постоянным импульсам.

Решение уравнения Гамильтона - Якоби для системы с одной степенью свободы, когда время однородно.

Тема 30. Переменные « действие - угол » и адиабатические инварианты для системы с одной степенью свободы.

Периодические движения типа либрации и вращения.

Переменные « действие - угол » для системы с одной степенью свободы.

Адиабатические инварианты системы с одной степенью свободы.

Переменные « действие - угол » и адиабатические инварианты для малых одномерных колебаний.

Тема 31. Переменные « действие — угол » и адиабатические инварианты для системы с произвольным числом степеней свободы.

Разделение переменных в методе Гамильтона - Якоби.

Периодическое и условно периодическое движение в фазовом $2s$ - мерном пространстве ($s > 1$).

Переменные « действие - угол » для системы с произвольным числом степеней свободы ($s > 1$)

Адиабатические инварианты механической системы при $s > 1$.

Тема 32. Исследование движения частицы в центральном поле методом Гамильтона — Якоби.

Уравнение Гамильтона - Якоби и разделение переменных в центральном поле $U = -a/r$.

Проекции траектории в фазовом пространстве движения частицы в поле $U = -a/r$ на фазовые плоскости.

Переменные « действие - угол » и адиабатические инварианты для частицы в поле $U = -a/r$.

Квантование Бора переменных « действие ».