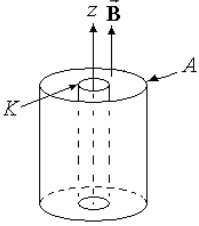
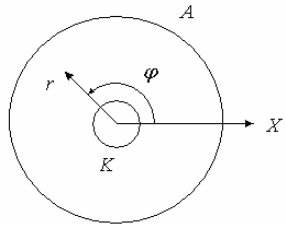
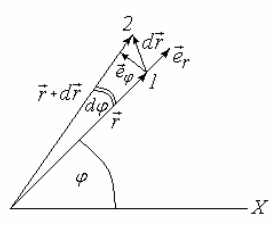


Рух електронів в магнетроні

<p>Рух електронів в магнетроні відбувається в просторі між катодом K і анодом A двохелектродної лампи. Нитка розжарення (катод) розташована уздовж осі циліндричного анода, таким чином, що електричне поле направлено по радіусу. Лампа розташована усередині соленоїда, який створює магнітне поле, направлене вздовж осі лампи.</p>	
<p>Розглянемо траєкторію електронів в такій комбінації полів. Припустимо, що початкова швидкість електрона, з якою він вилітає з катода, дорівнює нулю. Тоді при заданій конфігурації полів рух електрона відбуватиметься в площині, яка перпендикулярна магнітному полю. Скористаємося полярною системою координат. В цьому випадку положення електрона характеризується відстанню до осі циліндра r і полярним кутом φ. Позначено K - катод, A - анод.</p>	
<p>На рис. Показано орти радіус-вектора \vec{e}_r і полярного кута \vec{e}_φ.</p>	

Вектор швидкості можна записати у вигляді:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_\varphi = v_r \vec{e}_r + v_\varphi \vec{e}_\varphi = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r\omega \vec{e}_\varphi,$$

$$\vec{v} = \left(\frac{dr}{dt}, r\omega, 0 \right)$$

Сила Лоренца дорівнює:

$$\vec{F}_L = q \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\varphi & \vec{e}_z \\ v_r & v_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix}$$

Відмінні від нуля компоненти сили Лоренца:

$$F_\varphi = -qv_r B = -q \frac{dr}{dt} B$$

$$F_r = qv_\varphi B = qr\omega B$$

Запишемо рівняння руху електрона скориставшись рівнянням для моменту імпульсу електрона \vec{L} :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = q \vec{r} \times (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}),$$

де $q = -e$ - заряд електрона, \vec{E} - напруженість електричного поля між катодом і анодом, \vec{B} - індукція магнітного поля.

Так як $\vec{r} \parallel \vec{E}$, то момент сил буде зумовлений тільки силою Лоренца

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = q \vec{r} \times (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{r} \times \vec{F}_L,$$

$$\vec{F}_L = q \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\varphi & \vec{e}_z \\ v_r & v_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix},$$

Таким чином, відмінні від нуля компоненти сили Лоренца, дорівнюють

$$F_\varphi = -qv_r B = -q \frac{dr}{dt} B$$

$$F_r = qv_\varphi B = qr\omega B$$

Рівняння моментів можна записати у вигляді:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_L = q \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\phi & \vec{e}_z \\ r & 0 & 0 \\ qr\omega B & -q \frac{dr}{dt} B & 0 \end{vmatrix}.$$

Проекція рівняння $d\vec{L}/dt = \vec{M}$ на вісь z :

$$\frac{d(mr^2\omega)}{dt} = -qr \frac{dr}{dt} B = er \frac{dr}{dt} B$$

Звідси отримаємо:

$$mr^2\omega + C = \frac{1}{2} er^2 B,$$

де константа C - стала інтегрування, яка визначається з наступних міркувань. Так як радіус катода r_k - мала величина, тому на початку руху електрона радіальна координата електрона $r = r_k$ теж мала. Тому сталу інтегрування C з деякою точністю можна покласти рівною нулю. Кутова частота руху електрона в магнетроні дорівнює:

$$\omega = \omega_L = \frac{eB}{2m}$$

та співпадає з ларморівською частотою.

Якщо розглядати електроди лампи як циліндричний конденсатор, то модуль електричного поля \vec{E} змінюється з відстанню згідно з законом:

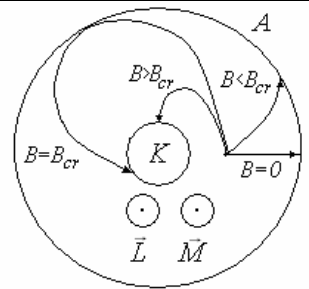
$$E = \frac{U}{\ln(r_a/r_k)} \frac{1}{r},$$

де r_a - радіус анода, r_k - радіус катода.

Так як магнітне поле не здійснює роботи над зарядом, то кінетична енергія електрона визначається роботою електричного поля, і за умови, що початкова швидкість електрона при $r = r_k$ дорівнює нулю, може бути записана у наступному вигляді:

$$eU = \frac{m(v_r^2 + v_\phi^2)}{2} = \frac{m[r^2 + (r\phi)^2]}{2} = \frac{m \left\{ r^2 + \left(\frac{reB}{2m} \right)^2 \right\}}{2}.$$

Проведемо аналіз характеру траєкторії електронів, які вилітають з катода при анодній напрузі U_a . За відсутності магнітного поля траєкторія електрона прямолінійна і направлена уздовж радіусу. При слабкому магнітному полі, траєкторія електрона стає криволінійною, але електрон все ж таки досягає анода. При збільшенні магнітного поля траєкторія настільки скривлюється, що при деякому значенні магнітного поля B_{cr} стає дотичною до анода. Це поле B_{cr} називається критичним магнітним полем. На рисунку індукція магнітного поля \vec{B} , момент імпульсу \vec{L} та момент сил \vec{M} направлені до нас.



При подальшому збільшенні магнітного поля, так що $B > B_{cr}$ електрон не потрапляє на анод і повертається на катод. Знайдемо величину B_{cr} , взявши до уваги, що радіальна швидкість електрона dr/dt при $r = r_a$ звертається в нуль:

$$U_a = \frac{eB_{cr}^2 r_a^2}{8m},$$

звідки критичне значення магнітного поля:

$$B_{cr} = \sqrt{\frac{8mU_a}{er_a^2}}$$