Тема 1. Одна частинка зі спіном 1/2.

№ 5.1(х),

Для частица со спином s=1/2 найти из решения задачи на собственные функции и собственные значения спиновые функции $\psi_{sz}(l=1,2,3)$ описывающие состояния частицы с определенной проекцией спина на оси x,y,z системы координат.

5.2,

Указать вид оператора проекции спина s_n на произвольное направление, определяемое единичным вектором n. Чему равно среднее значение проекции спина на ось н в состоянии с определенной проекцией спина с зетое =+-1/2 на ось зет? Каковы вероятности проекции спина +-1/2 на направление н в указанных состояниях.

5.6.

Убедиться в полноте системы из четырех двухрядных матриц $\hat{I},\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z$

№ 5.12

Показать что для остояни описываемого спиновой волновой функцией $\psi = e^{l\gamma}(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha e^{i\beta}})$ (не дробь а матрица)

Это есть наиболее общий вид нормированной волновой функции спинового состояния частицы со спином с=1/2, альфа больше 0 и меньше равен п/2

5.3,

Найти собственные значения оператора $f = a + b\sigma$, где а обычное число, б – обычный вектор а сигма это матрицы паули.

5.8. 6

Упростить выражение $(a\sigma)^n$, где а обычный вектор а сигма – матрицы паули, н – целое число.

№ 5.7,

Какой явный вид операторов $|\sigma_z|,|\sigma|,\sigma|\sigma\sigma|$?

5.11,

Для спина с s=1/2 указать вид повышющего и понижающего операторов $s_\pm$ и рассмотреть их действие на собственные функции ψ_{sz}.

Каковы операторы $s^2_\pm$

5.15.

Для частицы со спином с=1/2 указать закон преобразования спиновой волновой функции кси равно матрица из кси1 и кси2 при вращении системы координат на угол фи0 относительно оси направление которой определеяется единичным вектором н0. Показать что «величина» не изменится при указанном преобразовании, т.е я вляется скаляром

5.4.

Могут ли квадраты проекти електронного спина на оси х.у.з. иметь одновременно определенные значения?

Тема 3. Проектори. Функції від спінових операторів.

<u>№ 5.13,</u>

Найти проекционные операторы $\hat{P}_{s_z=\pm 1/2}$ на состояния с определенным значением проекции спина $s_z = \pm 1/2$ на ось *z*.

<u>5.9.</u>

Найти явное выражение оператора вида $\hat{F} = \hat{F}\left(a + \vec{b}\vec{\sigma}\right)$. Здесь $F(x)$ - произвольная функция переменной x, a - постоянная, а $\vec{b}$ - обычный вектор.

<u>№ 5.14,</u>

Найти проекционные операторы $P_{s_z} = \pm 1/2$ на состояния с опредленным значеним проекции спина =+-1/2 на ось опредеяемую единичным вектором н.

<u>5.9(exp).</u>

Тема 7. Атом.

<u>№ 11.19(а,в),</u>

Найти возможные термы возбужденных состоянии атома с электронной конфигурацией a) nsn’p b) npn’p v)npn’d.

<u>11.20(а,б).</u>

Найти возможные термы атома со следующей электронной конфигурацией a) (np)^2, b) (np)^3, v) (np)4, g) (nd)2

<u>№ 11.19(б),.</u>

<u>11.20(в,г).</u>

Тема 4. Дві частинки зі спіном 1/2.

№ 5.17(а).

Для двух частиц со спином с=1/2 найти собственные функции кси сс2 операторов суммарного спина точнее его квадрата и его проекции на ось зет.

$$\hat{S}^2 = \left(\vec{s}_1 + \vec{s}_2\right)^2 =$$

$$= \vec{s}_1^{\,2} + \vec{s}_2^{\,2} + 2\vec{s}_1\vec{s}_2 = \quad ,$$

$$= \frac{1}{4}\left(\vec{\sigma}_1^{\,2} + \vec{\sigma}_2^{\,2} + 2\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2\right)$$

$$\hat{S}_z = s_{1z} + s_{2z} = \frac{1}{2}\left(\hat{\sigma}_{1z} + \hat{\sigma}_{2z}\right),$$

<u>№ 5.17(б),</u>

<u>5.20.</u>

Представить выражение $((\sigma_1\sigma_2)^2$ в виде содержащем матрицы Паули сигма1.2 в степение не выше первой…

<u>№ 5.18,</u>

Показать, что оператор $\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2$ в состояниях системы из двух частиц, отвечающих определенному значению суммарного спина, также имеет определенное значение.

<u>5.21,</u>

Найти явный вид оператора $\hat{F} = F\left(a + b\hat{\vec{\sigma}}_1\hat{\vec{\sigma}}_2\right)$, где $F(x)$ – произвольная функция переменной x, а a и b – числа.

<u>5.22.</u>

Используя результат <u>(5.18)</u>, найти проекционные операторы $\hat{P}_{S=0,1}$ на состояния двух частиц со спином $S = 1/2$, отвечающие определенному значению суммарного спина частиц.

<u>№ 5.24,</u>

Для системы из двух частиц со спином с=1/2 найти проекционные операторы пэ сс з на состояния с определенным значением суммарного спина эс и его проекции эсзет на ось зет

<u>5.25.</u>

Найти собственные функции и собственне значения следующих операторов: а) $V_1 = a(\sigma_{1z} + \sigma_{2z}) + b\sigma_1\sigma 2$, $V_2 = a_1\sigma_{1z} + a_2\sigma_{2z} + b\sigma_1\sigma 2$ параметры а и б вещественны так что операторы – эрмитовы.

Тема 9. Модель Томаса-Фермі.

<u>№ 11.29.</u>

Используя выражение для электронной плотности нейтрального атома согласно модели Томаса-Ферми, найти зависимость от Z среднего расстояния электрона от ядра и среднего значения квадрата этой величины. Каково значение $\overline{r^n}$ для $n \geq 3$?

<u>№ 11.30.</u>

Найти распределение электронов по импульсам в нейтральном атоме с зарядом ядра Z согласно модели Томаса-Ферми. Учесть, что универсальная функция $\Phi(x)$ этой модели, определяющая объемную плотность электронов, монотонно убывает с ростом x.

Используя полученный результат, найти зависимость от заряда ядра *Z* средних величин импульса и кинетической энергии электрона

<u>11.33.</u>

В модели Томаса —Ферми для нейтрального атома выразить через электронную плотность п(г) кинетическую энергию электронов, энергию их взаимодействия друг с Другом и с ядром.

Используя полученные выражения, теорему вириала и поведение на малых расстояниях г~*0 электростатического потенциала самосогласованного поля электронов и ядра получить численное значение энергии полной ионизации атома.

<u>№ 11.34,</u>

В приближении Томаса — Ферми получить выражение для полной энергии нейтрального атома через электронную плотность п(г). Рассматривая функционал ?[«(О], показать, что нормиро- ванная функция Г\ n(r)dV = z\ минимизирующая этот функционал, является решением уравнения Томаса — Ферми. Используя полученный результат, найти энергию полной ионизации атома вариационным методом, выбрав универсалы ную функцию %(х) модели в виде 7пРое(х) = Иехр(—ом:), а — вариационный параметр. Сравнить полученное выражение для энергии ионизации и пробную функцию jcnpocfx) при малых к с известными результатами точного численного решения.

<u>11.35.</u>

Используя экстремальные свойства функционала E !«(/¦)], установленные в предыдущей задаче, доказать в рамках модели Томаса — фермн: а) теорему вириала; б) соотношение Ve яд = —7Uee между энергиями взаимодействия электронов друг с другом Vee и с ЯДрОМ

<u>№ 11.31,</u>

В рамках модели Томаса — Ферми для нейтрального атома найти зависимость от заряда ядра Z: а) характерной величины орбитального момента электрона; б) энергии полной ионизации атома.

Тема 11. Борнівське наближення у пружному розсіянні .
№ 13.4(а,б,г),

Найти в борновском приближении амплитуду рассеяния и полное сечение рассеяния частиц в полях U(r), указанных ниже. Исследовать предельные случаи малых и больших энергий частиц. Указать условия применимости рассмотрения.

а) $U(r) = a\delta(r-R)$;

б) $U(r) = U_0 e^{-r/R}$

в) $U(r) = \dfrac{a}{r} e^{-r/R}$;

г) $U(r) = \dfrac{a}{r^2}$

д) $U(r) = \begin{cases} U_0, & r < R \\ 0, & r > R \end{cases}$;

е) $U(r) = U_0 e^{-r^2/R^2}$

<u>13.6.</u>

Показать, что в условиях применимости борновского приближения полное сечение рассеяния частиц в произвольном центральном поле как функция энергии удовлетворяет неравенству $\dfrac{d}{dE} E\sigma(E) \geq 0$ (*i.e.*, $E\sigma(E)$– монотонно растущая функция энергии E)

<u>№ 13.4(в,д,е),</u>

<u>13.7,</u> Показать, что при рассеянии частиц в поле притяжения (т. е. при (/(r) ^ 0) или в поле отталкивания ((/(r) ^ 0) в усло- виях применимости борновского приближения максимальное
значение сечения рассеяния о[E) имеют частицы с энергией ? = 0.

<u>13.13</u>Выразить в борновском приближении амплитуду рассеяния на двух одинаковых силовых центрах, находящихся на расстоянии а друг от друга, т. е. f/(r)== fo(r)+ Vc(r — а), че- рез амплитуду рассеяния fo на одном центре Lr0(r). Найти соотношения между сечениями рассеяния нн двух и на одном центре в случаях: а) ftfl<i (при этом величина kR может быть произвольной, R — радиус действия сил отдельного центра); б) kR ~ 1 и а > R (т. е. расстояние между центрами много больше радиуса действия сил отдельных центров).