Двумерные точечные группы.

Определим группу

- Пусть *G* — произвольное множество. Если при этом выполнены 4 условия (называемые *аксиомами группы*):

- задана некоторая операция, обычно называемая ***умножением,*** которая для любых двух элементов *a*, *b* из данного множества сопоставляет им единственным образом элемент, обозначаемый *a* · *b* или просто *ab*. При этом элемент *ab* называется ***произведением*** элементов *a* и *b*.

- для любых трех *a*, *b*, *c* из *G* верно равенство (*ab*)*c* = *a*(*bc*) (закон ассоциативности);

- существует такой элемент *e*, что для любого элемента *a* из *G* верно равенство *ae* = *ea* = *a* - существование единичного элемента

- для любого элемента *a* из *G* существует такой элемент *b*, что верно равенство *ab* = *ba* = *e* (существование обратного); такой элемент *b* называется *обратным для элемента a* и обозначается *a*–1;
- то множество *G* относительно операции умножения образует *группу*.

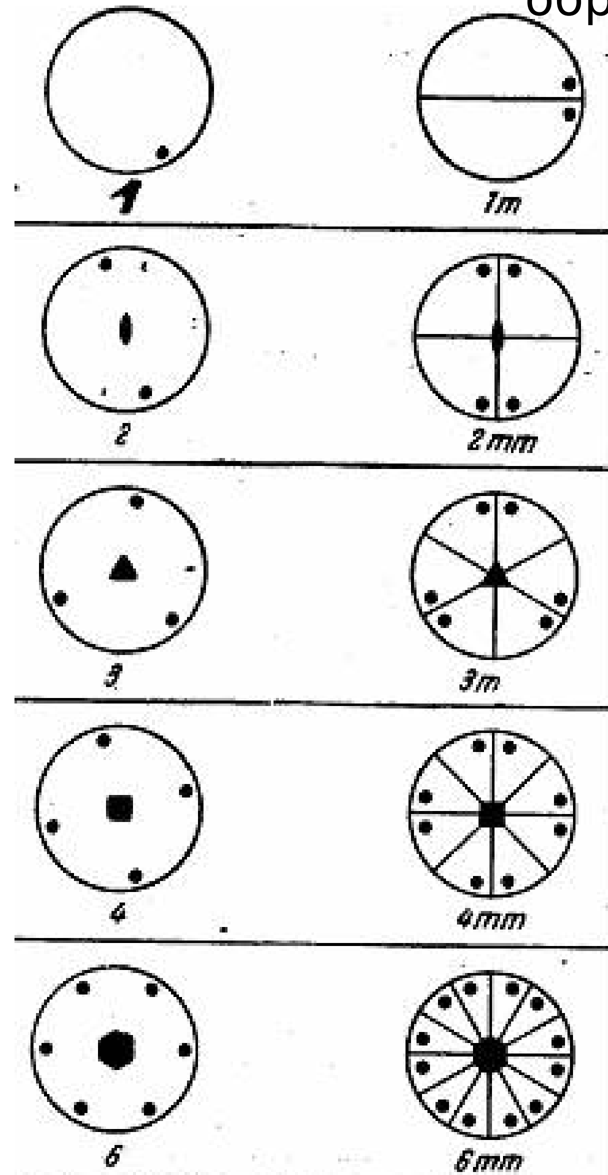
- Если при этом выполнена еще одна аксиома:
для любых элементов *a*, *b* из *G* верно равенство *ab* = *ba* (закон коммутативности), то группа называется *коммутативной* или *абелевой*

Операции симметрии двумерной кристаллографической точечной группы следующие:

- 1. Одно- двух- трех- четырех и шестикратные повороты вокруг точки.
- **2.** Зеркальное отражение относительно прямой линии. Повороты обозначаются числами **n**, указывающими их кратность, зеркальное отражение - символом **m**. Для плоской молекулы любой поворот на угол $\mathbf{2\pi/n}$ где n-целое число, может быть операцией симметрии.
- Для решетки, возможны повороты только со значениями n =1,2,3,4,6 с обязательным выполнением требования трансляционной симметрии.
- **<u>Двумерные кристаллографические точечные группы</u>**.
- Различные комбинации допустимых поворотов и отражений сводится к **десяти** различным двумерным точечным группам, разрешенным для двумерного кристалла.
- Эти группы обозначаются следующим обрезом:
- 1, 2, 1m, 2mm, 4, 4mm, 3, 3mm, 6, 6mm.
- **Первый** индекс в этой записи групп относится к повороту вокруг точки так, что например точечная группе 4 содержит четырехкратные повороты.
- **Второй** индекс указывает на наличие операций отражения относительно прямой линии перпендикулярной оси ОХ а также на другие линии зеркального отражения, связанные с данным поворотом.
- **Третий** индекс указывает на наличие других линий зеркального отражения, связанных между собой условиями симметрии, но не содержащихся среди первой системы линий зеркального отражения.

Кристаллы данной конкретной точечной группы объединяются в **кристаллический класс.**

Оси и операции симметрии изображают графически следующим образом:



Соответствие между двумерными решетками Браве и точечными группами симметрии

Решетка	Элементарная ячейка	Координатные оси	Система	Точечная группа симметрии
Косоугольная	параллелограмм	$a \neq в, \gamma \neq 90^0$	косоугольная	1,2
Простая прямоугольная. Центрированная. Прямоугольная.	прямоугольник	$a \neq в, \gamma = 90^0$		1m, 2mm
Квадратная	Квадрат	$a = в, \gamma = 90^0$	Квадратная	4, 4mm
Гексагональная	60^0 ромб	$a = в, \gamma = 120^0$	гексагональная	3, 3m, 6, 6mm