

# Двумерные точечные группы.

## Определим группу

- Пусть  $G$  — произвольное множество. Если при этом выполнены 4 условия (называемые *аксиомами группы*):
- задана некоторая операция, обычно называемая **умножением**, которая для любых двух элементов  $a, b$  из данного множества сопоставляет им единственным образом элемент, обозначаемый  $a \cdot b$  или просто  $ab$ . При этом элемент  $ab$  называется **произведением** элементов  $a$  и  $b$ .
- для любых трех  $a, b, c$  из  $G$  верно равенство  $(ab)c = a(bc)$  (закон ассоциативности);
- существует такой элемент  $e$ , что для любого элемента  $a$  из  $G$  верно равенство  $ae = ea = a$  - существование единичного элемента
- для любого элемента  $a$  из  $G$  существует такой элемент  $b$ , что верно равенство  $ab = ba = e$  (существование обратного); такой элемент  $b$  называется *обратным для элемента  $a$*  и обозначается  $a^{-1}$ ;
- то множество  $G$  относительно операции умножения образует *группу*.
- Если при этом выполнена еще одна аксиома:  
для любых элементов  $a, b$  из  $G$  верно равенство  $ab = ba$  (закон коммутативности),  
то группа называется *коммутативной* или *абелевой*

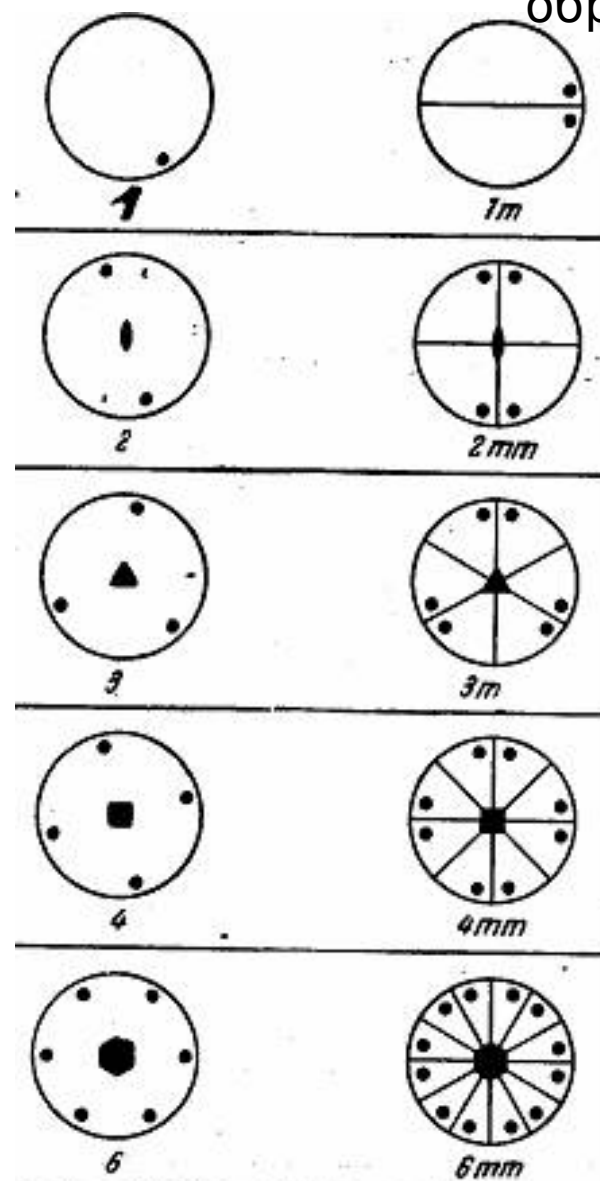
# Операции симметрии двумерной кристаллографической точечной

группы следующие:

- 1. Одно- двух- трех- четырех и шестикратные повороты вокруг точки.
- 2. Зеркальное отражение относительно прямой линии. Повороты обозначаются числами  $n$ , указывающими их кратность, зеркальное отражение - символом  $m$ . Для плоской молекулы любой поворот на угол  $2\pi/n$  где  $n$ -целое число, может быть операцией симметрии.
- Для решетки, возможны повороты только со значениями  $n = 1, 2, 3, 4, 6$  с обязательным выполнением требования трансляционной симметрии.
- **Двумерные кристаллографические точечные группы.**
- Различные комбинации допустимых поворотов и отражений сводится к **десяти** различным двумерным точечным группам, разрешенным для двумерного кристалла.
- Эти группы обозначаются следующим обрезом:
  - 1, 2, 1m, 2mm, 4, 4mm, 3, 3mm, 6, 6mm.
- **Первый** индекс в этой записи групп относится к повороту вокруг точки так, что например точечная группе 4 содержит четырехкратные повороты.
- **Второй** индекс указывает на наличие операций отражения относительно прямой линии перпендикулярной оси ОХ а также на другие линии зеркального отражения, связанные с данным поворотом.
- **Третий** индекс указывает на наличие других линий зеркального отражения, связанных между собой условиями симметрии, но не содержащихся среди первой системы линий зеркального отражения.

Кристаллы данной конкретной точечной группы объединяются в **кристаллический класс.**

Оси и операции симметрии изображают графически следующим образом:



## Соответствие между двумерными решетками Браве и точечными группами симметрии

Решетка	Элементарная ячейка	Координатные оси	Система	Точечная группа симметрии
Косоугольная	параллелограмм	$a \neq b, \gamma \neq 90^\circ$	косоугольная	1, 2
Простая прямоугольная. Центрированная. Прямоугольная.	прямоугольник	$a \neq b, \gamma = 90^\circ$		1m, 2mm
Квадратная	Квадрат	$a = b, \gamma = 90^\circ$	Квадратная	4, 4mm
Гексагональная	$120^\circ$ ромб	$a = b, \gamma = 120^\circ$	гексагональная	3, 3m, 6, 6mm