

Основы теории групп

Взаимодействие операций. Рассмотрим точечную симметрию кристалла кварца, идеальная форма которого изображена на рис. 10. Фигура совмещается с собой при следующих операциях симметрии:

$$g_0 = e, \quad g_1 = 3, \quad g_2 = 3^2, \quad g_3 = 2_x, \quad g_4 = 2_y, \quad g_5 = 2_u, \quad (21)$$

где g_1 — поворот на угол $2\pi/3$ против часовой стрелки вокруг оси, обозначенной на рис. 10 символом 3; g_2 — поворот на угол $2 \cdot 2\pi/3$ против часовой стрелки вокруг оси 3 (или, что то же самое, на $2\pi/3$ по часовой стрелке); g_3, g_4, g_5 — повороты на π вокруг осей, обозначенных символами $2_x, 2_y, 2_u$ на рис. 10, перпендикулярных оси 3 и расположенных под углом $2\pi/3$ друг к другу.

Последовательное выполнение двух (или нескольких) операций симметрии также является операцией симметрии, поскольку по условиям (1), (2) после первой (и каждой следующей) операции фигура не изменяется. Так, в нашем примере дважды проведенная операция g_1 эквивалентна операции g_2 , что записывают как $g_1 g_1 = g_1^2 = g_2$. Аналогично $g_1 g_4 = g_3$ и т. д. (Подразумевается, что при последовательном проведении операций $g_i g_j$ первой производится операция g_j .) Операции g_1 и g_2 взаимно-обратны: $g_1 = g_2^{-1}$, операции g_3, g_4, g_5 обратны сами себе: $g_3 = g_3^{-1}$.