

**Контрольная работа**  
**Вариант №1**

**Задание №1**

Написать функцию, которая численно вычисляет выражение в заданной точке  $x$  ( $x > 0$ ):

$$\beta(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{x+k}.$$

**Задание №2**

Вычислить определитель матрицы для списка значений  $n$ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7+n & 9 \\ 31 & 23 & 55 & 42 \end{pmatrix}$$

**Задание №3**

Построить на одном графике набор функций, заданных уравнениями  $x \cdot \cos(nx)$ , где  $n$  — номер функции, изменяющийся в диапазоне  $n \in [1; N]$ . Число функций  $N$  задается перед началом построений. Пример оформления графика приведен на Рис. 1 на стр. 1.

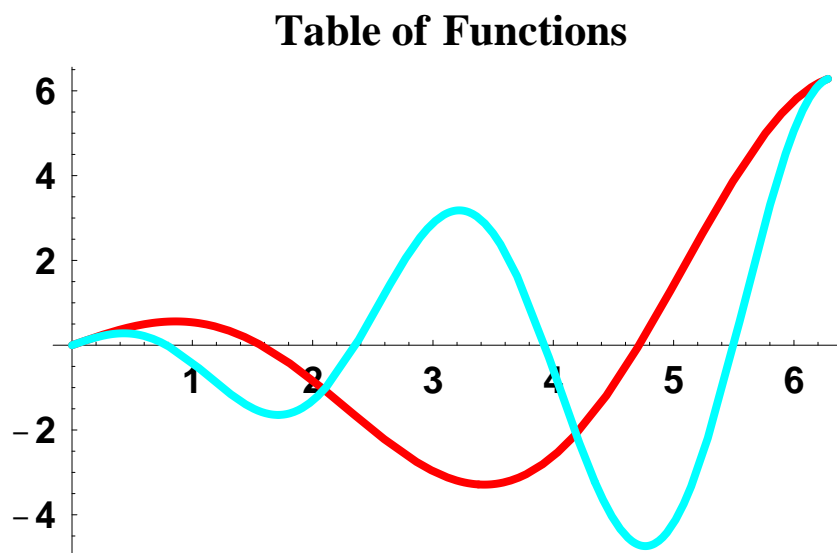


Рис. 1: Пример оформления графика

**Задание №4**

Касательная к кривой  $y = f(x)$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$  имеет уравнение

$$y - y_0 = y'_0(x - x_0),$$

где  $y'_0$  есть значение производной  $y'$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$ .

Нормаль имеет уравнение

$$y - y_0 = -\frac{1}{y'_0}(x - x_0).$$

Составить уравнения касательной и нормали к астроиде  $x = \sqrt{2} \cos^3 t$ ,  $y = \sqrt{2} \sin^3 t$ , проведенных в точке, для которой  $t = \pi/4$ . Построить график.

### Задание №5

Если дуга гладкой кривой  $y = f(x)$  ( $a \leq x \leq b$ ) вращается вокруг оси  $Ox$ , то площадь поверхности вращения вычисляется по формуле:

$$S_x = 2\pi \int_b^a y \sqrt{1 + (y')^2} dx.$$

Найти площадь поверхности вращения, образованной вращением вокруг оси  $Ox$  дуги синусоиды  $y = \sin(2x)$  от  $x = 0$  до  $x = \pi/2$ .

### Задание №6

Аналитически получить все решения полиномиального уравнения:

$$5x^3 + 2x^2 - 15x - 6 = 0.$$

Выполнить проверку.

### Задание №7

Для  $t \in [1; 6]$  найти численные решения граничной задачи:

$$x'' + \frac{2}{t}x' - \frac{2}{t^2}x = \frac{\sin(t)}{t^2},$$

удовлетворяющее начальным условиям:

$$x(1) = -0.02, \quad x(6) = 0.02.$$

Построить таблицу значений  $x(t)$ . Построить график.