

Контрольная работа
Вариант №5

Задание №1

Написать функцию, которая численно вычисляет значение функции Бесселя J_0 в заданной точке x с помощью ряда:

$$J_0 = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(x/2)^{2k}}{(k!)^2}.$$

Задание №2

Задана матрица A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

Вычислить определитель матрицы, составленной следующим образом:

$$\begin{pmatrix} A & 3A \\ 2A & -A \end{pmatrix}$$

Задание №3

Построить график разрывной функции, заданной уравнениями:

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & x < 0 \\ x^2 - x & x \in [0; 1] \\ x^2 - \sin(\pi x^2) & x > 1 \end{cases}$$

в диапазоне $x \in [-\pi; 1.5]$. Промежуточные графики не должны отображаться в тексте документа. Пример оформления графика приведен на Рис. 1 на стр. 1.

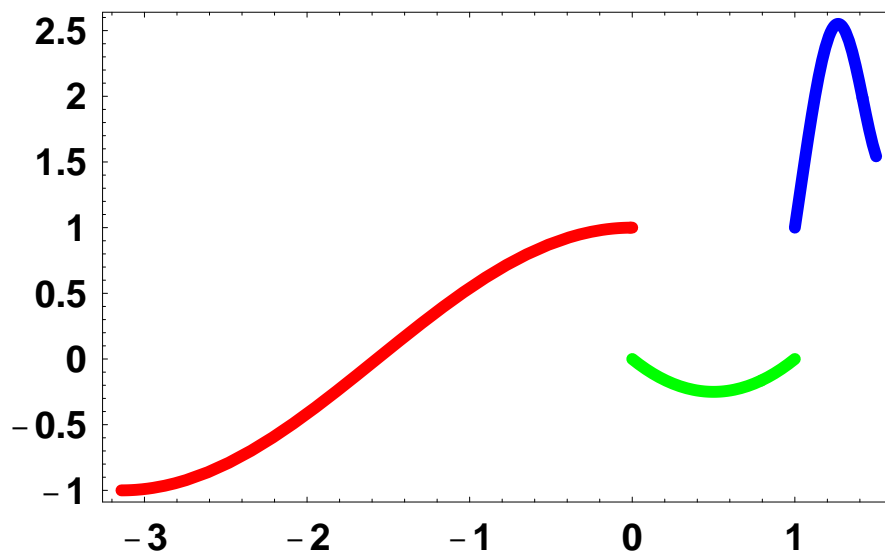


Рис. 1: Пример оформления графика

Задание №4

Касательная к кривой $y = f(x)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$ имеет уравнение

$$y - y_0 = y'_0(x - x_0),$$

где y'_0 есть значение производной y' в точке $M_0(x_0, y_0)$.

Нормаль имеет уравнение

$$y - y_0 = -\frac{1}{y'_0}(x - x_0).$$

Составить уравнения касательной и нормали к циклоиде $x = t - \sin(t)$, $y = 1 - \cos(t)$, проведенных в точке, для которой $t = \pi/2$. Построить график.

Задание №5

Вычислить $\iint_D (x - y) dx dy$, если область D ограничена линиями: $y = 2 - x^2$, $y = 2x - 1$.

Задание №6

Найти решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2 - xy - 5x + 1 = 0, \\ x + 3\lg(x) - y^2 = 0. \end{cases}$$

Для локализации корня используйте функцию **ImplicitPlot** из пакета расширения системы **Graphics**.

Задание №7

Получить аналитическое решение дифференциального уравнения

$$y' = 3y + 3t.$$

Получить зависимость константы интегрирования от начального условия $y(0)$. Получить аналитические решения уравнения при:

$$1.) y(0) = 0; \quad 2.) y(0) = 1, \quad 3.) y(0) = 2.$$

Построить график для $t \in [0; 1]$.