

Система компьютерной математики *Mathematica*

Практическое занятие №1

На первом занятии необходимо познакомиться с основами вычислений в системе: изучить интерфейс системы, рассмотреть основные приемы работы с базовыми типами данных, некоторыми встроенными функциями системы и правилами подстановки.

Задание №1

Что больше и насколько: e^π или π^e ?

Задание №2

Выполнить вычисления по формулам, присвоив переменным x , y , z некоторые числовые значения. Для каждой формулы провести вычисления как с помощью немедленного, так и с помощью отложенного присваивания. При этом переменные x , y , z получают начальные значения сначала до, а затем после определения переменных a и b . Проследить, в каких случаях переменные a и b «заново пересчитываются». После каждого вычисления с помощью функции `Clear` убрать из памяти *Mathematica* определения всех участвующих в вычислениях переменных.

Вычислить a и b , если:

$$\text{a) } a = \frac{\sqrt{|x-1|} - \sqrt[3]{|y|}}{1 + \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2}}; \quad b = x \cdot (\arctg(z) + e^{-(x+3)});$$

$$\text{b) } a = y + \frac{x}{y^2 + \left| \frac{x^2}{y + \frac{x^2}{3}} \right|}; \quad b = \left(1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{z}{2} \right) \right);$$

$$\text{c) } a = \frac{1 + \sin^2(x+y)}{2 + \left| x - \frac{2x}{1 + x^2 y^2} \right|} + x; \quad b = \cos^2 \left(\arctg \left(\frac{1}{z} \right) \right).$$

Задание №3

Выполнить вычисления, используя комплексную арифметику. Пусть $x = a + i \cdot b$, $y = c + i \cdot d$, где переменные a , b , c , d имеют числовые значения. Вычислить:

$$\sqrt[3]{x} \operatorname{tg}(x+1) (y - e^{-x}) \sin \left(\frac{x}{y} \right) + \ln \sqrt{1+y^2}$$

Записать вещественную и мнимую части результата. Вычислить модуль и аргумент полученного комплексного числа. Получить число, комплексно сопряженное к результату.

Задание №4

Написать функцию, которая вычисляет заданное выражение:

$$\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+3}-1} e^{1-x} + \cos(x)$$

Если аргумент функции — число, то функция возвращает вещественное (или комплексное) вычисленное значение, а если не число — то символьное выражение.

Задание №5

Написать функцию, которая возвращала бы значение True, если ее аргумент находится в заштрихованной области на Рис. 1, и False, если нет.

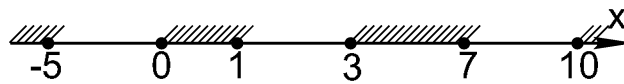


Рис. 1

Задание №6

Написать функцию, которая принимает координаты декартовы (x, y) точки и возвращает значение True если точка принадлежит заштрихованной области на Рис. 2, и False, если не принадлежит.

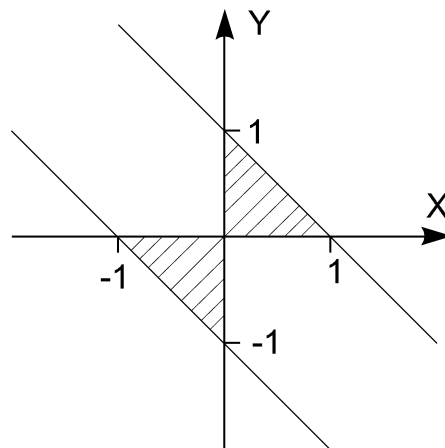


Рис. 2

Задание №7

Написать функцию, которая:

- ◆ для целых аргументов возвращает список десятичных цифр аргумента (IntegerDigits);
- ◆ для вещественных аргументов возвращает список цифр в машинном представлении аргумента, совместно с количеством цифр, находящихся слева от десятичной точки (RealDigits).

Проверить как работает полученная функция с целыми, вещественными, рациональными и символьными (неопределенные символы и константы) аргументами.

Задание №8

Написать функцию, которая:

- ◆ для положительных аргументов определяет дробную часть числа;
- ◆ для отрицательных аргументов вычисляет значение синуса аргумента.

Проверить как работает полученная функция.

Задание №9

Написать функцию isUnder, которая проверяет, находится ли точка, заданная своими декартовыми координатами на плоскости, ниже кривой, заданной как функция $g(x)$. Список координат точки — первый аргумент функции isUnder, функция $g(x)$ — второй аргумент функции isUnder. В качестве примера взять $g(x)=x^2 \cdot \sin(x)$; координаты точки — вещественные числа, получаемые с помощью генератора псевдослучайных чисел в диапазоне $x \in [x_{\min}; x_{\max}]$, $y \in [y_{\min}; y_{\max}]$ ($x_{\min}=y_{\min}=-3$, $x_{\max}=y_{\max}=3$). Провести вычисления для других параметров задачи: функции $g(x)$ и значений границ интервалов x_{\min} , x_{\max} , y_{\min} , y_{\max} .

Задание №10

Табличным способом найти интервал локализации корня уравнения

$$f(k_3, \omega) = 0,$$

где: $f = \varepsilon(h_2 \cdot \varepsilon_1 + h_1 \cdot \varepsilon_2) \cdot \kappa + (h_1 h_2 \varepsilon^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \kappa^2) \tanh(\Delta \kappa)$, $h_1 = \sqrt{k_3^2 - \omega^2 \cdot \varepsilon_1 \cdot \mu_1}$, $h_2 = \sqrt{k_3^2 - \omega^2 \cdot \varepsilon_2 \cdot \mu_2}$, $\kappa = \sqrt{k_3^2 - \omega^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu}$, $\varepsilon = 1 - \Omega^2 / \omega^2$, $\mu = 1 - C \cdot \omega^2 / (\omega^2 - 1)$, при $\Omega = 2.5$, $C = 0.56$, $\varepsilon_1 = 1$, $\mu_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 4.5$, $\mu_2 = 1$, $\Delta = 0.6$ для некоторого значения k_3 (например $k_3 = 4$) для $\omega \in [1.05, 2.0]$.

Выделить «глобальные» переменные задачи, выделить и определить функции, требуемые для расчетов, особое внимание обратив на их аргументы.

Задание №11

Написать функцию, которая возвращает последовательность из n вещественных псевдослучайных чисел диапазоне $x \in [-1, 1]$.

Написать функцию, которая возвращает последовательность из n целых псевдослучайных чисел диапазоне $x \in [0, 10]$.

Вызвав эти функции, получить одинаковые списки из вещественных и целых псевдослучайных чисел.

Задание №12

С помощью функции Table получить список:

$$\{\{0\}, \{0, 1\}, \{0, 1, 4\}, \{0, 1, 4, 9\}, \{0, 1, 4, 9, 16\}\}$$

Задание №13

Написать функцию, которая получает натуральное число n и возвращает квадратную матрицу $n \times n$, сформированную по правилу:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x & x & x & x \\ 1 & x & 0 & x & x & x \\ 1 & x & x & 0 & x & x \\ 1 & x & x & x & 0 & x \\ 1 & x & x & x & x & 0 \end{pmatrix}$$

Задание №14

Написать функцию, которая получает натуральное число n и возвращает квадратную матрицу $n \times n$, сформированную по правилу:

$$\begin{pmatrix} 2x & x^2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2x & x^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2x & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2x & x^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2x \end{pmatrix}$$

Задание №15

С помощью подстановок в выражении

$$\frac{\sin(x) + \sin(2x) + \cos(ax^2/2)}{2 + \sin(z)}$$

заменить тригонометрические функции первыми двумя членами разложения в ряд Тейлора, затем параметр a заменить переменной x , и потом занулить все степени переменной x , выше первой.

Задание №16

С помощью правил преобразований выполнить вычисления: создать список значений аргумента x (в заданных пределах с заданным шагом). Преобразовать в список, состоящий из пар значений: $\{x, f(x)\}$. Затем отрицательные значения функции $f(x)$ заменить положительными, а положительные увеличить в два раза.

$$f(x) = \sin(\cos(x)) - \operatorname{tg}(x)$$

Задание №17

С помощью правил преобразований создать свою функцию range, которая для целых чисел работает аналогично стандартной функции Range: Range[n], Range[n1, n2], Range[n1, n2, n3].

Задание №18

С помощью правил преобразований численно с заданной точностью вычислить предел выражения:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x)}{x} \right)$$

Задание №19

С помощью правил преобразований численно с заданной точностью вычислить бесконечную сумму:

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n^2}$$

Задание №20

С помощью правил преобразований определить свою функцию дифференцирования `diff`, которая дифференцирует полиномиальные выражения, в которые могут входить функции `Sin` и `Cos`, а также все те, которые сами захотите.